



مركز دراسات الوحدة العربية

سلسلة تاريخ العلوم عند العرب (٣)

# علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري

(ابن سهل - القوهي - ابن الهيثم)

الدكتور رشدي راشد





**علم الهندسة والمناظر**  
**في القرن الرابع الهجري**  
**(ابن سني - القوسي - ابن الحيثم)**







**مركز دراسات الوحدة العربية**

**سلسلة تاريخ العلوم عند العرب (٣)**

# **علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري**

**(ابن سهل - القوهي - ابن الهيثم)**

**الدكتور رشدي راشد**

**تهجمة، للدكتور فكم الله الخالوسي  
مراجعة، الدكتور عبد الكريم العلاف**

الفهرسة أثناء النشر - إعداد مركز دراسات الوحدة العربية

راشد، رشدي

علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري: ابن سهل،  
القوهي وابن الهيثم/ رشدي راشد؛ ترجمة شكر الله الشالوحي،  
ومراجعة عبد الكريم العلاف.

٥٣٢ ص. - (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ٣)

بيلوغرافية: ص ٥١٩ - ٥٢٧.

يشتمل على فهرس.

١. الهندسة (رياضيات). ٢. ابن سهل، أبو سعد العلاء. ٣. ابن  
الهيثم، محمد بن الحسن. ٤. القوهي، أبو سهل. أ. الشالوحي، شكر  
الله (مترجم). ب. العلاف، عبد الكريم (مراجع). ج. العنوان.  
د. السلسلة.

620.0042

«الآراء الواردة في هذا الكتاب لا تعبر بالضرورة

عن اتجاهات بيتناها مركز دراسات الوحدة العربية»

عنوان الكتاب بالفرنسية

Géométrie et Dioptrique au X<sup>e</sup> Siècle

Ibn Sahl, Al - Qūhī et Ibn Al - Haytham

### مركز دراسات الوحدة العربية

بنية «سادات تاور» شارع ليون ص. ب: ٦٠٠١ - ١١٣ - بيروت - لبنان

تلفون : ٨٦٩١٦٤ - ٨٠١٥٨٢ - ٨٠١٥٨٧

برقياً: «مروبي» - بيروت

فاكس: ٨٦٥٥٤٨ (٩٦١١)

---

حقوق الطبع والنشر محفوظة للمركز

الطبعة الأولى

بيروت، آب/أغسطس ١٩٩٦

# المحتويات

٧	.....	مقدمة المترجم
١١	.....	مقدمة
١٧	.....	الفصل الأول : ابن سهل وبداية علم الانكساريات
٢٤	.....	أولاً : المرآة المكافئة
٣٢	.....	ثانياً : مرآة القطع الناقص (أو الإهليلجية)
٣٦	.....	ثالثاً : الانكسار وقانون سنيلليوس
٤١	.....	رابعاً : العدسة المستوية المحدبة والعدسة محدبة الوجهين
٥٣	.....	الفصل الثاني : الأبحاث الانكسارية عند ابن الهيثم والفارسي
٥٨	.....	أولاً : الكاسر الكروي
٦٦	.....	ثانياً : العدسة الكروية
٦٧	.....	ثالثاً : الكرة المحرقة
٧٦	.....	رابعاً : الكرة المحرقة ودراسة الفارسي الكمية
٨٤	.....	خامساً : ابن سهل وابن الهيثم وقانون سنيلليوس
٩٣	.....	الفصل الثالث : ابن سهل الرياضي
٩٧	.....	أولاً : الإنشاء الميكانيكي للقطوع المخروطية
١٠٢	.....	ثانياً : القطوع المخروطية والقسمه التوافقية
١٠٦	.....	ثالثاً : تحليل المسائل الهندسية
١٢٦	.....	رابعاً : الاسطرلاب ومنهج الاسقاطات
١٥٣	.....	الفصل الرابع : المؤلفون والنصوص والترجمات
١٥٥	.....	أولاً : ابن سهل
١٥٥	.....	١ - ابن سهل وعصره
١٦٠	.....	٢ - أعمال ابن سهل العلمية
١٦١	.....	أ - حول تربيع القطع المكافئ
١٦١	.....	ب - حول مراكز الثقل
١٦٢	.....	ج - مسألة هندسية أوردها السجزي

د - كتاب عن تركيب مسائل حلّها أبو سعد	
العلاء بن سهل	١٦٢
هـ - حول خواص القطوع المخروطية الثلاثة	١٦٦
و - رسالة في الاضطراب بالبرهان للقوي	
وشرح ابن سهل له	١٦٧
ز - الآلات المحرقة	١٦٨
ح - البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء	١٧١
ابن الهيثم	١٧٤
١ - المقالة السابعة من «كتاب المناظر»	١٧٤
٢ - رسالة في الكرة المحرقة	١٧٩
شرح الفارسي للكرة المحرقة لابن الهيثم	١٨٠
الفصل الخامس : التصوص والملاحق	١٨٥
أولاً : التصوص	١٨٧
١ - العلاء بن سهل	١٨٧
النص الأول : كتاب الحراقات	١٨٧
النص الثاني : البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء	٢٣٩
النص الثالث : في خواص القطوع الثلاثة	٢٤٣
النص الرابع : شرح كتاب صنعة الاضطراب	
لأبي سهل القوي	٢٥١
٢ - ابن الهيثم	٢٦٩
النص الخامس : كتاب المناظر - المقالة السابعة : الكاسر الكروي	٢٦٩
النص السادس : كتاب المناظر - المقالة السابعة : العدسة الكرية	٢٩١
النص السابع : رسالة في الكرة المحرقة	٢٩٧
النص الثامن : ابن الهيثم : رسالة في الكرة المحرقة	
(تحرير كمال الدين الفارسي)	٣١٩
ثانياً : الملاحق	٣٤٥
ملحق ١ : كتاب تركيب المسائل التي حلّها	
أبو سعد العلاء بن سهل	٣٤٥
ملحق ٢ : مسألة هندسية لابن سهل	٣٧٥
ملحق ٣ : كتاب صنعة الاضطراب بالبرهان	٣٧٦
ملاحظات إضافية	٤١٧
ملحق الأشكال الأجنبية	٤٧٥
قائمة المصطلحات	٥١٥
المراجع	٥١٩
فهرس	٥٢٩

## مقدمة المترجم

تشكل حياة البشرية الممتدة على مئات آلاف السنين مغامرة شائعة في عالم الاكتشاف والمعرفة، مكّنت الإنسان من استخدام العصا، فالحجر، فالمعدن، وسمحت بتدجين النار، فاللأء والهواء، فالتفاعلات الكيميائية، فالذرة.

وتكاد المرحلة الممتدة على الألف العشرة الأخيرة منها أن تتميز بتراكم نوعي يحولها إلى حقبة من نوع آخر هي، برأينا، حقبة البناء الحضاري. وتبدو مغامرة التحضر كأروع قصص البشرية وأكثرها برهاناً على وحدتها، مغامرة ما نزال نعيش في خضمها المتفاعل، نشارك فيها ثلاثئة جيل من أجدادنا، في عظمة المعرفة وجمال الشعور بالمساهمة في حُجَير بسيط في صرح البناء الحضاري.

ومن البديهي أن تاريخ العلوم لا يتجزأ عن تاريخ صانعيها لكنه لا ينحصر مطلقاً به! فالعلوم «حياتها» وصيرورة تطورية خاصة بها تجعلها، على رغم ارتباطها بواقعها السياسي والعسكري، متلاحمة مع ماضيها تنبعث منه وتتطورا فلا تكون بذلك مجرد «تابع» أو «جزء» من تاريخ عظيم ما أو أمة ما... إن تطوّر العلوم، كحلقة أساسية من الحلقات المتلاحمة المشكّلة الحضارة ككل، تجعل من تاريخ البشرية عملية تتابع وتكامل تتعارض في ذلك مع التباين والانقسام النابع من التاريخ السياسي والعسكري للبشرية!

وتاريخ الحضارة من حيث إنه تاريخ تلك المغامرة البشرية المتتابعة والمتواصلة، يختلف بشكل تام عن تلك الصورة التي حاول الغرب بشكل خاص، إرساءها في معظم العقول. فبشكل واع أو غير واع، صُوّر تاريخ الحضارة وكأنه مجرد قمتين تقع أولاهما عند اليونان وثانيتهما مع الغرب الأوروبي؛ فإذا ما أضيف تأثير حضارة «قديمة» ما، فبشكل نقاط وإمعية يُراد لها

أن تبدو كفتاتات بعيدة عن كل تنابع أو تكامل...

وهدف تصوير تاريخ الحضارة بشكل كهذا لا يمكن إلا أن يصبّ في خضم تلك المحاولات العاملة على تقسيم البشرية ما بين شرق «عاطفي» وغرب «منطقي»، إذ يكفي لبرهنة ذلك إضفاء صفة «الغربي» على تلك المساهمة اليونانية العظيمة، صفة تتناقض مع امتداداتها الجغرافية ومناطق وجودها وتواصلها السابق واللاحق...

ومحاولات الدفاع، المشرقية عموماً والعربية خصوصاً، غالباً ما تتمثل بتقبل هذه الفلسفة «التشويبية» للحضارة، وبالإكتفاء بمحاولة إضافة قمة ثالثة ما بين القمتين السابقتين هي «قمة الحضارة العربية»! إن نظرة موضوعية واعيّة تشق طريقها على الرغم من كل العوائق؛ هذه النظرة تتركز، لا محالة، على وحدة التجربة البشرية وعلى فلسفة الحضارة التواصلية التكاملية الممتدة على مدى آلاف عشرة من السنين.

هذه النظرة تقودنا، لا محالة، إلى رؤية أكثر شمولية للتاريخ البشري وللحضارة كمغامرة موحدة له، مغامرة كان المشرق الأدنى أرضاً خصبة ومرتباً متتابعاً لها، وكان مركزاً أسهم في إغناثه موقعه الجغرافي ووظائفه الاقتصادية على مر العصور وعلى طول بضع مئات من الأجيال... فالتجارة نشاط تلاحم دوماً مع الحضارة، ترابط بها، وتفاعل معها، وتعاضل بتعاضلها... والتجارة عملت دوماً على قبول الآخر وتقبل ما لديه من علم ومعرفة واستيعاب منتوجاته المادية منها والفكرية، ونقلها وخلق الجديد منها...

وظيفة المشرق المتوسطي جعلت منه القاعدة التي امتدت فيها وتواصلت على مدى أكثر من عشرة آلاف من السنين، الحضارة بأبعادها المختلفة، وبمساهمات متنوعة تفاعلت في ما بينها أو أعطت دفعاً جديداً لما ضعف منها، مساهمات اشترك وتتابع بالاشتراك فيها المصريون والسامريون والبابليون والفينيقيون واليونان والفرس... الخ. هذه المساهمات تكاملت في ما بينها دافعة بركب الحضارة إلى الأمام، على الرغم من التقاطع السياسي والانقطاع التصاريحي، والحروب التي غالباً ما كانت نتيجتها في هذه المنطقة من العالم تغيير ساكن القصر مع متابعة للواقع الاقتصادي وللأسس الحضارية للمنطقة في دينامية جديدة.

وتقع عملية الانفصام الأساسية في تاريخ البشرية الحضاري مع اكتشاف

الأمريكيين وما استتبعه من غنى للغرب المنسي قبلها على شاطئ بحر الظلمات، وتعميق هذا الانقسام حمله اكتشاف طريق رأس الرجاء الصالح بعيد ذلك، وما أدى إليه، منذ قرابة خمسة عشر جيلاً، من تهميش لدور المشرق الاقتصادي وانحسار لتأثيره الكوني.

وأروع ما في المرحلة العربية من المغامرة الحضارية امتداداتها المتعددة على الصعد كافة، بمصادرها وأسسها الفكرية ومنابعها، وبأجناس المشتركين فيها، ويقومياتهم، وبأديان المضطلمين بها، ويتواصلهم... فإذا بها عربية لا قومية أو عرقية أو ما شابه ذلك من أطر ضيقة، بل عربية الصفة واللغة بمرتكز أساسه تلك التعددية الرائعة التي قد تعبّر عنها كلمة أمة...

د. شكر الله الشالوحي

١٤ تشرين الثاني ١٩٩٣





## مقدمة

هذا الكتاب هو ثمرة وصلة بين مشروعين بحثن تزامن العمل فيهما منذ أمد طويل. كان أولهما يهدف إلى تقييم مدى تأثير كتاب المناظر لبطليموس (وخصوصاً المقالة الخامسة منه المتعلقة بانكسار الضوء) في علم المناظر عند العرب. أما المشروع الثاني فقد رمينا من وراءه إلى قياس تأثير هندسة أرخيلدس وأبولونيوس في البحث في الرياضيات في القرنين التاسع والعاشر للميلاد بشكل خاص.

إن هذين المشروعين، وإن بدا للوهلة الأولى مستقلين بعضهما عن بعض، هما مترابطان ارتباطاً وثيقاً، فكلاهما يقودنا إلى الرياضي والفيزيائي ابن الهيثم المتوفى سنة ١٠٤٠ الذي تعدّ أعماله أساسية، ليس بالنسبة إلى تاريخ العلوم عند العرب فحسب، بل وعند الأوروبيين كذلك.

هذان المشروعان يقودان، بحسب رأينا، إلى هدف واحد نسعى إليه في دراستنا هذه، كما سعينا إليه في دراستنا السابقة المتعلقة بتاريخ الجبر ونظرية الأعداد. هذا الهدف يتعلق بإبراز الوقائع العلمية الكلاسيكية ضمن الإمكانيات المتوفرة لدينا، كي يسهل علينا فهم آلية انبثاقها وتطورها.

ولقد قام ابن الهيثم، باعتراف معظم مؤرخي العلوم، بأول إصلاح لعلم المناظر ليشمل مواضيع لم يتطرق إليها أسلافه الهيلينستيون. إن مشروعنا الأول يدرس بالتحديد الشروط التي جعلت ممكناً القيام بهذا الإصلاح في علم المناظر خصوصاً، وفي الفيزياء عموماً، كما يتناول أسباب التوسع في مجالات البحث.

وكان من البديهي أن يقودنا هذا التفكير إلى قراءة جديدة لتاريخ فصول عدة من علم المناظر: الرايا المحرقة أولاً، ومن ثم النظرية الهندسية للعدسات وصولاً إلى علم انكسار الضوء.

ولم يكن هذا الاختيار وليد صدفة، بل أوحى به المجالات المتعددة التي تناولها ابن الهيثم والتي لم ير المؤرخون فيها سوى أعمال متناثرة. فلقد تناول ابن الهيثم بالدراسة المرايا المحرقة والكرة المحرقة، كما أفرد أجزاء كاملة من مؤلفه كتاب المناظر للكاسر الكروي.

غير أنه لا يكفي سرد الوقائع، مهما بلغت درجة دقته، لفهم الإصلاح الذي أدخله ابن الهيثم، بل يتوجب التساؤل عن طبيعة هذه الأعمال وعن الروابط التي تحببها في ما بينها وبين مجمل بحثه في علم المناظر.

إن هدفنا واضح: فانطلاقاً من تحليلنا موقع دراسات ابن الهيثم حول المرايا والكرات والكواسر في مجمل مساهماته، نتجنب الوقوع في الفخ المنسوب لمؤرخي ابن الهيثم؛ هذا الفخ يتجسد بتصوير ابن الهيثم وكأنه الوريث البارز المباشر (من دون أي وسيط) لبطليموس، وبالاتفاق من هذا التصور لفهم أعماله وكأنها متابعة لأعمال العالم الإسكندري مع بعض التعارض والتباين المحدود معه.

ومهما يكن من أمر، فإن دراستنا هذه الفصول المختلفة قادتنا إلى اكتشاف نتائج لم يكن وجوده مخاطر ببال، فمكّنتنا من تحديد وإعادة بنائه، وسمحت لنا بإبراز وجه كان حتى الأس القريب، في طي النسيان.

هذا النتاج هو دراسة تظهر فيها وللمرة الأولى النظرية الهندسية للعدسات. أما الوجه فهو وجه رياضي من الطراز الأول عاش في النصف الثاني من القرن العاشر، عُرف باسم ابن سهل، كان ابن الهيثم قد عرفه وقام بدراسته.

وقد قادنا هذا الاكتشاف إلى إعادة النظر في تاريخ الانكساريات بالشكل المتبع حتى الآن، إذ بدا جلياً أن نظرية الانكساريات ليست من نتاج علماء نهاية القرن السادس عشر، وأن دراسة انكسار الضوء ومعركة قانون سنيلليوس يرجعان إلى القرن العاشر، كما سنبين ذلك لاحقاً. هذه النتائج، إضافة إلى غيرها، تفرض تصوراً جديداً للتاريخ، خصوصاً أن موقع ابن الهيثم نفسه قد تغير في ضوء ذلك: لقد بتنا نعرف أن له أسلافاً آخرين عدا بطليموس وأنه، في الحقبة الممتدة من هذا الأخير إليه، كانت قد ظهرت اختراعات تبين جلياً أن الإصلاح الذي قام به ابن الهيثم كان على حساب تفهقر نسبي منوضحه لاحقاً: فبدلاً من الانطلاق من قانون سنيلليوس الذي اكتشفه ابن سهل، يعود ابن الهيثم إلى مقارنات النسبة ما بين الزوايا. من هنا أضحي موضوع ظروف الإصلاح الذي قام به ابن الهيثم يُطرح بشكل جديد مختلف في ظروف تغيرت في ضوء وجود دراسات ابن سهل.

وكي يحظى المؤرخون بالمادة الضرورية لتأريخ جديد لعلم الانكساريات،  
وكي يتمكن القراء من الحكم انطلاقاً من المعطيات المتوفرة، وجدنا لزماً علينا  
تقديم النصوص الأساسية لعلم الانكساريات عند العرب، أي أهم ما كُتب في  
هذا المجال قبل القرن السابع عشر. لذا قمنا، وللمرة الأولى، بتحقيق «الرسالة»  
المكتشفة حديثاً لابن سهل، وكذلك ما وصل إلينا من دراساته الأخرى المتعلقة  
بالبصريات؛ إضافة إلى كتابات ابن الهيثم وتعليقات كمال الدين الفارسي حولها.  
وهكذا فلقد أثبتنا وشرحنا ستة نصوص هي: «رسالة» ابن سهل ومذكرته حول  
صفاء الفلك ونصين من كتاب ابن الهيثم السابع في كتاب المناظر - يبحث النص  
الأول في الكاسر الكروي والنص الآخر في العدسة الكروية - ورسائلته حول  
الكرة المحرقة، وشرح كمال الدين الفارسي لها. ولم يُطبع من هذه النصوص إلا  
الأخير منها، وكانت طباعته ضمن نشرة غير علمية صدرت في حيدرآباد، ثم  
بعدها ترجمته بتصرف إلى الألمانية.

ولا تقتصر أهمية البحث في المرايا المحرقة والعدسات على المجالين الأسامين  
المتعلقين بانعكاس الضوء وانكساره، بل تتعداهما لتشمل وبدرجة موازية، علم  
«الهندسة». فالواقع إنه لم يُنَوَّه بشكل كاف حتى الآن بإحدى السمات البارزة  
للرياضيات في ذاك العصر، والمتعلقة بازدياد لم يسبق له مثيل في الاتجاه التطبيقي.  
هذه الاتجاهات مورست أساساً في الحقلين المذكورين أعلاه، إضافة بشكل خاص،  
إلى علم الرصد الفلكي. فلا عجب إذاً أن يكون الرياضيون الذين عملوا في هذا  
المضمار بهذه النزعة قد انتموا إلى المدرسة الأرخيدسية الجديدة والأبولونية. وهذا ما  
يعيدنا إلى مشروع بحثنا الثاني المتعلق بتاريخ الرياضيات.

خُصِّص مشروع البحث الثاني هذا للأرخيديمسين الجدد، هؤلاء الرياضيون  
الذين حاولوا في الحقبة الممتدة مابين القرنين التاسع والحادى عشر، استعادة طرق  
أرخيديمس أو تجديد بعضها بغية حساب مساحات السطوح المنحنية - وأحجام المجسمات  
الناجمة عنها، ليتم تحديد مراكز الثقل فيها، والذين طوروا الهندسة التحليلية بفضل  
تمكّنهم من نظرية القطوع المخروطية. وقد بلغ هذا التقليد، هو الآخر، ذروة مجده  
مع ابن الهيثم. ومرة أخرى، ارتكازاً على أبحاثنا في تاريخ هذه العلوم، وجدنا  
ابن سهل يفرض نفسه كأحد أكثر الوجوه بروزاً، بل إنه انتمى إلى طائفة من  
رياضيين انخرطوا في معظم هذه الدراسات، منهم أسماء لمعت في النصف الثاني  
من القرن العاشر أمثال القوهي والصاغاني والسجزي... لقد اهتم ابن سهل

بمسائل شتى كحساب مساحة قطع مكافئ، وتحديد مراكز الثقل، وإنشاء المسبّع في الدائرة، والتحليل الهندسي... الخ. ولكونه عالماً في انكساريات الضوء وانعكاسه، فقد اهتم ابن سهل بالخصائص البصرية للمخروطيات ويطرق الإنشاء الميكانيكي لرسمها رسماً متواصلاً.

ويمكننا القول إن هذا المنحى التطبيقي للبحث الهندسي، والذي اقتضته ضرورات الدراسات البصرية، يظهر مرة أخرى في حل بعض المسائل المطروحة من قبل الفلكيين. فانتظافاً من دراسة الاسطرلاب، انكبّ القوهي وابن سهل على دراسة إسقاطية الكرة. هذا المجال الجديد في البحث الهندسي بُني ويشكل جلي من قبل القوهي في «رسالته» حول نظرية الاسطرلاب الهندسية، ومن قبل ابن سهل في شرحه ليها. والمقصود بـ«الشرح» ها هنا، الإيضاحات التي حملها ابن سهل إلى النقاط الأقل وضوحاً في هذه النظرية، وإتمامه بعض براهين القوهي. وهكذا نعي ويسهولة تامة، لماذا خصص ابن سهل، مُنظر علم المخروطيات والمناهج الإسقاطية، بحثاً كاملاً لدراسة الخصائص التوافقية للقطوع المخروطية الثلاث. وعلى الرغم من أهميتها في تاريخ المناهج الإسقاطية والبحث في المخروطيات، أي في مجمل تاريخ الهندسة، لم تحظ هذه الأعمال العلمية الثلاثة بأية دراسة على الإطلاق حتى الآن. لقد قمنا وللمرة الأولى ها هنا بإثباتها في الأخرى وترجمتها<sup>(٥)</sup>.

تبيّن دراسات ابن سهل الرياضية هذه، إضافة إلى «رسالة» القوهي، تلك الروابط الوثيقة القائمة ما بين البحث الهندسي من جهة والبحث البصري والفلكي، من جهة أخرى، والتي هي برأينا ميزة أعمال ذاك العصر الباهرة. وهكذا يظهر لنا بوضوح تام كيف أن رياضيي القرن العاشر طوروا الهندسة الهلنستية، واستحدثوا حقولاً هندسية جديدة، كالطرق الإسقاطية في هذا المجال والهندسة الجبرية في مجال آخر. ونرى أخيراً كيف أن ابن الهيثم في مجالي البحث والطرق المتبعين قد انتمى إلى مدرسة، يمكن الإلام بأعمال ابن سهل من الإحاطة الموضوعية بها.

فالواقع إن تأريخ هذه المدرسة جوهرى لمن يود الإحاطة بنقاط التقاء ابن الهيثم بها، وكذلك بمواقع تباينه وانقطاعه عنها.

خطان اثنان أديا إذاً إلى انبثاق هذا الكتاب وأملى التقاؤهما اختيار عنوانه الحالي: أولهما يتابع مسيرة ابن سهل ليقف عند مجمل كتاباته التي وصلتنا في مجالي

---

(٥) يقصد المؤلف أنه ترجها إلى الفرنسية (لترجم).

البصريات والرياضيات. أما الثاني فيواكب تاريخ مجالات تطبيق ثلاثة للهندسة: الانكساريات، والتحليل الهندسي - وعلى الأخص نظرية المخروطيات لحل بعض مسائل الإنشاء الهندسي - والطرق الإسقاطية. من جهة أخرى، يتألف هذا الكتاب من أقسام ثلاثة، خصّصت كالتالي: أولها لتدوين تاريخ علم الانكساريات العربي وابن سهل الرياضي، والثاني للنصوص المثبتة (مرفقة بترجمة لها)، أما الثالث فللملاحظات المكملّة الضرورية لاستيعاب النص، وللفهارس. وقد راعينا في مجال إثبات النصوص وترجمتها إتباع أكثر المعايير صرامة، بل أكثرها «غلواً»، بحسب نعت لا نرفضه البتة. إن عملنا كمؤرخين يخضع لبناء وظيفي: أن لا نرتبط مسبقاً بمنهجية، بل، على العكس تماماً، أن نلتزم النظرة الوحيدة التي تمكن من رسم الوقائع وفهمها. وبالفعل كيف يمكن عرض هذه الوقائع، بل كيف يمكن اكتشافها ونقلها، من دون تحليل لبنية المفاهيم التي انتصهرت فيها والصلوات التي ربطتها مع غيرها، والمسائل التي انبثقت منها، والتفسيرات والالتواءات التي أصابتها، وصولاً إلى سوء الفهم الذي وقعت ضحيته. اعتبارات جمة ضرورية لاسترجاع، ولو جزئي، لهذا النشاط المنطقي السابق والمحدد. إن الاكتفاء بالتواريخ وبحث المؤثرات، أو بمجرد إيجاد العلاقة من فحوى نص معين، يبقى ذا أهمية محدودة، على الرغم من وشاح الدقة التحليلية أو المرجعية المزعومة التي تستمر بها كتابات كهذه.

ولقد حققت جزءاً مهماً من هذا الكتاب أثناء إقامتي في معهد Institute for Advanced Study-Princeton خلال العام ١٩٨٦-١٩٨٧، وفي صيف ١٩٨٨. أتمنى أن يجد مارشال كلاجت (Marshall Clagett) هنا في هذا العمل تعبيراً عن امتناني الصادق لصداقته التي خصّني بها. كما أشكر أيدين سايلي (Aydin Sayili) وروسل (G. Russel) مساعدتي في الحصول على صورة عن مخطوطة المقالة السابعة لابن الهيثم. كما أشكر أمناء مكتبات ميللي (طهران)، وكولومبيا (نيويورك)، والسليمانية (امستانبول)، ومكتبة جامعة ليدن، وجميع الذين ساهلوا عملي. كما أخصّس ألين أوجر (Aline Auger) بالشكر لمساعدتها القيمة على تصحيح الطباعة وتدقيق الفهارس.

رشدي راشد

تشرين الأول ١٩٨٦ - آذار ١٩٩٠



## الفصل الأول

ابن سهل وبداية علم الانكساريات





## مقدمة

لم يصلنا من أعمال ابن سهل في البصريات سوى خطوطين: أولاهما رسالته الآلات المحرقة التي كتبها في بغداد ما بين عامي ٩٨٣ و ٩٨٥ وأهداها إلى البويهى ملك تلك الحقبة. أما الثانية، وهي كتيب البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء، فنحن نجهل تاريخ تأليفهما. هل بإمكاننا الجزم بأن هاتين المخطوطتين تمثلان مجمل أعمال ابن سهل في البصريات؟ الحقيقة إنه ليس بمقدورنا الآن الإجابة عن هذا السؤال بشكل أكيد، غير أن هاتين المخطوطتين كافيتان لإعطائنا برهاناً لا شك فيه على أهمية إسهام ابن سهل في مجال البصريات إن على صعيد البحث العلمي بحد ذاته، أو على صعيد الدور التاريخي الذي يلعبه. وهما تكشفان، من جهة أخرى، عن المصادر الأساسية للبحث في علم البصريات في تلك الحقبة والتي هي، باعترا ف ابن سهل نفسه، أعمال الانعكاسيين القدامى حول المرايا المحرقة، من جهة، وكتاب المناظر لبطليموس من جهة أخرى. في مقدمة «رسالته»، يذكر ابن سهل اطلاعه على كتب عدة للانعكاسيين القدامى والتي عاجلت مسألة المرايا المحرقة ولكنها لم تتطرق إلى موضوع العدميات على الإطلاق. ويبقى هذا القول، وللأسف الشديد، عاماً وغامضاً إذ لا يذكر ابن سهل اسماً ولا عنواناً، وسنعمد لاحقاً إلى طرح بضعة أسماء أمثال أنثيموس التريالي والكندي. أما في ما يخص بطليموس، فابن سهل يستشهد بكتاب المناظر ويتمعن بشكل خاص بخص الجزء الخامس منه الذي كرسه بطليموس للانكسار.

إن التفاه هاتين المدرستين (مدرسة الانعكاسيين والمدرسة البطليموسية) بمعزل عن أية مدرسة أخرى (كمدرسة جالينوس أو مدرسة الفلاسفة)، يلقي الضوء على

اسهام ابن سهل، ويسمح برؤية انطلاقة علم الانكساريات. وكما سنبين لاحقاً، فإن التقاء نظرية الانكسار كما وردت في كتاب للناظر عند بطليموس، بأبحاث الانعكاسيين حول المرايا المحرقة، شكل النبع الذي استقى منه ابن سهل علم الانكساريات. من هنا، فإن هذا العلم كان بعيداً في انطلاقة عن كل تساؤل حول النظر والرؤية، وهو بذلك وليد علم الانعكاسيات.

مسألان اثنتان، مختلفتا الطبيعة على الرغم من ترابطهما الوثيق، هيمنتا على أبحاث الانعكاسيات في موضوع المرايا المحرقة. أولاهما، ذات طابع نظري يتعلق بالخصائص الهندسية للمرايا، ومدى قدرتها على إشعال المواد القابلة للاحتراق تبعاً للمسافة وموقع النبع الضوئي. هذه المسألة تعود إلى دوزيته (Dositheé)، مراسل أرخيدس، أو إلى ديوقليس<sup>(١)</sup>. أما المسألة الثانية فهي تاريخية الطابع، انطلقت منذ حوالي القرن السادس وارتكزت على التساؤل عن مدى صحة أسطورة إحراق أرخيدس أسطول مرسيللوس (Marcellus)، إبان هجومه على سرقسطة. وقد تساءل الانعكاسيون البيزنطيون أمثال أنتيميوس الترلي، عن شكل المرأة وأجزاء جهاز أرخيدس الانعكاسي. هاتان المسألان نفسهما نجدهما لدى ابن سهل في القرن العاشر؛ إنهما إذاً مسألان مرتبطتان بتقليد عميق الجذور.

ولا يخفى علينا الآن أنه لم يكن لابن سهل الأسبقية في طرح هاتين المسألتين لدى العرب، فالقيلسوف والعالم الكندي قد طرحهما في «رسالة» مهمة درس فيها موضوع المرايا المحرقة عاملاً على تشذيب نقائص أبحاث أنتيميوس<sup>(٢)</sup>، كما إن

---

(١) ورد في مجموعة ديوقليس المرية: «وأما هيوداموس المنجم، فإنه لا نظر إلى أرتازيا وقدم فيها سألنا كيف نجد بسيط مرة متى وضعت قبالة الشمس اجتمعت الشعاعات التي تنعطف منه إلى نقطة فأحرقت»، ويتابع ديوقليس مؤكداً أن مسألة «إنشاء مرة ثلاثي الأشعة للانعكاس فيها في نقطة واحدة ما قد أوجد دوزيته حلاً لها. انظر: Rushdi Rashid, *Dioclès, Anthémus de Tralles, Didyme et al.: Sur les miroirs ardents*.

(٢) كتب أنتيميوس الترلي بهذا الصدد: «وما أنه من غير الجائز تسفيه اسم أرخيدس الذي أجمع الروايات على أنه أحرق سفن العدو بأشعة الشمس، نرى إذاً أن المسألة لا بد من أن تكون ممكنة». انظر: P. Ver Eecke, *Les Opusculs mathématiques de Didyme, Diophane et Anthémus* (Paris: Bruges, 1940), p. 51.

ومن ناحية أخرى، كتب الكندي في مطلع رسالته، بعد أن ذكر بأسطورة أرخيدس: «فهذا قول أنتيميوس. وقد كان يجب على أنتيميوس ألا يقبل خبراً بخير برهان في التعليم وفي صناعة الهندسة خاصة». ويتابع الكندي في مكان آخر: «ونعرض ذلك على أوضح ما يمكننا وأقربه ومبين بالبراهين الهندسية». انظر: Rushdi Rashid, *L'Œuvre optique d'al-Kindī*.

كتاب عطار<sup>(٣)</sup> وشهادة المفهرس ابن النديم<sup>(٤)</sup> يظهران أن البحث في موضوع هذه المرايا كان شديداً الحيوية قُبيل قيام ابن سهل بأبحاثه.

غير أننا نشهد مع ابن سهل انطلاقاً مسألة جديدة. ففي مقدمة «رسالته» يوضح ابن سهل، ومن دون أدنى التباس، أسبقيته بالتفكير في الإشعال بواسطة الضوء العابر «لآلة»، والمنكسر بعد ذلك في الهواء، أي أسبقية تفكيره في موضوع «العدسات». وكما يمكن من طرح هذه المسألة، ينساق ابن سهل إلى صياغة مسألة الحراقات بشكل جديد تماماً؛ فلم يعد اهتمام هذا العالم ينحصر في موضوع المرايا، فحسب، بل تعداها إلى مجموعة أكثر اتساعاً تشمل، إضافة إلى هذه المرايا، العدسات، أو، بحسب تعبيره، كل «الأجهزة المحركة». وهكذا، لم يعد الانعكاس موضوع الدراسة الوحيد في البصريات كما كان سابقاً، بل انضم إليه الانكسار. وتحولت بذلك المسألة التقليدية في البحث حول الانعكاسيات تحولاً جذرياً لتحمل عند ابن سهل العنوان التالي: «استخدام الانعكاس أو الانكسار بغية الإشعال في نقطة محددة بواسطة منبع ضوئي بعيد أو قريب».

وبغية التفكير في هذه للمسألة وحلها، يجمع ابن سهل العناصر التالية: من جهة أولى:

أ - الإشعال بالانعكاس؛

ب - الإشعال بالانكسار؛

ومن جهة أخرى:

ج - الحالة التي يمكن اعتبار الأشعة فيها متوازية؛

د - حالة الأشعة المنبثقة من نقطة على مسافة متناهية.

وتركيب هذه العناصر يسمح بالحصول المتسلسل على فصول «رسالته» كافة، وهو ما يمكن من إعادة تكوينها وترتيب فصولها<sup>(٥)</sup>. وهكذا، فإن تركيب (أ) و(ج)

---

(٣) ألف عطار بن محمد رسالة في المرايا للحركة: الأتوار للحرقة في عمل المرايا للحركة (استانبول، لاولي ٢٧٥٩ (١)، ص ٢٠ - ٢١).

(٤) ينسب الفهرسي ابن النديم أيضاً مؤلفاً لقسطا بن لوقا حول المرايا للحركة، هو: كتاب للمرايا للحركة، انظر: أبو الفرج محمد بن اسحق بن النديم، الفهرست، تحقيق رضا تجمد (طهران: [د.ن.])، ١٩٧١، ص ٢٥٣.

(٥) انظر: Rashedi Rashid, «Burning Mirrors and Lenses in the Tenth Century: The

« Beginning of Anaclasses ».

يعطي الحالة التي تكون فيها الأشعة متوازية - منبع الضوء على مسافة تُعد لامتناهية - والإشعال بالانعكاس، وأما الجهاز الانعكاسي الذي يعطيه ابن سهل مثلاً لهذه الحالة فهو المرآة المكافئة العاكسة لأشعة الشمس. أما تركيب (أ) و(د) فيعطي حالة الأشعة المنبثقة من منبع متناه والإشعال فيها بالانعكاس؛ ويعطي ابن سهل مثلاً لهذه الحالة مرآة القطع الناقص. أما تركيب (ب) و(ج) فيقود إلى الأشعة المتوازية ذات الإشعال بالانكسار حيث يأخذ ابن سهل العدسة المستوية المحدبة مثلاً لهذه الحالة. وأخيراً، يقوده تركيب (ب) و(د) إلى العدسة ذات الوجهين المحدبين.

ولا يكتفي ابن سهل بشرح القواعد المثالية لكل حالة، وإنما يتوسع بعرض طرق تصنيع هذه الآلات المحرقة ولو نظرياً على الأقل. من هنا نفهم أن ليس بمقدوره الاكتفاء بمجرد دراسة المنحنيات ورسمها. فعلى غرار جميع أسلافه الذين عملوا على إنشاء المرايا، كان على ابن سهل أن يعني طريقة إنشاء هذه المنحنيات؛ لذا احتوى كل فصل من «رسالته» على قسمين: خصص أولهما لدراسة نظرية للمنحني المطروح، أما الثاني فلإنشاء هذا المنحني. وبالفعل، فإن ما وصلنا بشكل كامل من هذه «الرسالة» يفي بتلك المواصفات؛ فالفصل المخصص للقطع الزائد وهو ضروري للعدسات المستوية - المحدبة، ينقسم إلى قسمين: دراسة المنحني كقطع مخروطي، والإنشاء الميكانيكي لهذا المنحني. في القسم الأول، يعتمد ابن سهل على تعريف القطع الزائد بقمته ومحوره وضلعه القائم، ويدرس حيثئذ المماس انطلاقاً من خاصية ازدواج البؤر، لينتقل بعد ذلك إلى المجسم الزائدي فالمستوي المماس مبرهنأ وحدانيته. أما في القسم الثاني فيعتمد على رسم متواصل لقوس منحني هو بالواقع قوس قطع زائد، لينتقل بعدها إلى دراسة المستوي المماس للمسطح الناجم عن دوران هذا القوس حول خط مستقيم ثابت. وكما سنرى لاحقاً، ينطلق في القسمين من خصائص المماس كي يجد قوانين الانكسار، ويستنتج بذلك طريقة إنشاء عدسة مستوية - محدبة وصولاً إلى عدسة محدبة الوجهين.

ويسمح تنظيم «رسالة» ابن سهل، في ضوء ما وصلنا، من إعادة تركيبها بشكل أكيد، بإظهار عناصر مشروعه المختلفة. ومنبئين بدقة، عند كل قسم، الحالة التي وصلنا عنه.

= ظهر تحت عنوان: «A Pioneer in Anaclostics: Ibn Sahl on Burning Mirrors and Lenses», *Isis*, no. 81 (1990), pp. 464 - 491.

غير كاملة	المقدمة
كاملة	دراسة القطع المكافئ كقطع مخروطي
وصلت جزئياً فقط	منبع بعيد + مرآة قطع مكافئ   رسم متواصل للقطع المكافئ
ضائعة	دراسة القطع الناقص كقطع مخروطي
شبه كاملة	منبع قريب + مرآة قطع ناقص   رسم متواصل للقطع الناقص
كاملة	دراسة القطع الزائد كقطع مخروطي
كاملة	منبع بعيد + علامة مستوية محبة (جسم قطع زائد)   رسم متواصل للقطع الزائد
كاملة	منبع قريب + علامة محبة الوجهين   الانكسار

وهكذا نرى من دون عناء أن القسم المفقود هو ما بين نهاية دراسة القطع المكافئ وبداية دراسة القطع الناقص. ويبدو أن هذا الضياع يعود إلى حقبة قديمة<sup>(٦)</sup>. غير أنه بإمكاننا التأكيد أن الدراسة النظرية للقطع المكافئ وما يتبعها حول الرسم المتواصل لقوس منه؛ قد وصلتنا كاملة، على الرغم من غياب دراسة تماس هذا القوس ودراسة المستوي المماس للمجسم المكافئ، وغياب التطبيق البصري عنه. أما في ما يخص الجزء العائد إلى القطع الناقص، فقد بُثرت منه دراسة هذا المنحني كقطع مخروطي، لكنه، في المقابل، يقدم بشكل شبه كامل، دراسة للمرأة الاهليلجية الناجمة عن قوس القطع الناقص المرسوم بشكل متواصل.

ويمقدورنا إذاً إحصاء محتويات القسم المفقود من «الرسالة»، فلا تمنعنا هذه الشفرة البتة من الإحاطة بفحوى هذا الكتاب وشكله. وهكذا وبمجرد الاطلاع

(٦) انظر لاحقاً تأريخ خطوطات «رسالة» ابن سهل هذه.

البسيط على بنية هذا المؤلف تتمكن من الإلمام بموقع ابن سهل الجديد: متابعة للمدرسة الانعكاسية اليونانية والعربية، وانفصام عنها بإدخاله الانكسار والعدسات في مجال بحثه. وبغية فهم أكثر عمقاً لنظرتنا الجديدة هذه، يتحتم علينا القيام بتحليل تفصيلي لمختلف فصول هذه «الرسالة».

## أولاً: المرأة المكافئة

شكلت المرأة المحرقة المكافئة، كما هو معروف، وقبل ابن سهل بزمان طويل، موضوع بحث؛ فلقد ترك لنا ديوقليس وأنتيميوس التريالي ومؤلف مقتطف بويو<sup>(٧)</sup>، دراسات عدة حولها. كما خصص علماء آخرون جزءاً من أعمالهم لها. نجدها كذلك في نص عُرب من اليونانية منسوب إلى دترومس<sup>(٨)</sup>. أما بالعربية، وقبل ابن سهل، فقد كتب حول هذه المرأة المكافئة كل من الكندي<sup>(٩)</sup> وأبو الوفاء البوزجاني<sup>(١٠)</sup>. نلاحظ إذاً أن البحث في هذا الموضوع يتميز لا بقدمه فحسب، بل وبشيعه النسبي حتى القرن العاشر. غير أن دراسة ابن سهل حول هذه المرأة تختلف عن كل سابقتها بميزات سيمكننا تفحص مساهماته من الإحاطة بها.

إن هدف ابن سهل من استعمال هذه المرأة هو الرد على السؤال التالي: كيف يمكن، بمجرد انعكاس أشعة الشمس (أي انطلاقاً من منبع يُعد ذا بُعد لامتناهٍ بحيث تصل الأشعة متوازية في ما بينها إلى المرأة المذكورة)، من إشعال نقطة على مسافة معينة؟

---

(٧) لدراسة المرأة المكافئة من قبل أنتيميوس التريالي وفي مقتطف بويو، انظر: Th. Heath, «The Fragment of Anthemius on Burning Mirrors and the Fragmentum Mathematicum Bobienae», *Bibliotheca Mathematica*, vol. 7, ser. 3 (1906-1907), pp. 228 sqq.; Ver Eecke, *Les Opusculs mathématiques de Didyme, Diophane et Anthémios*, pp. XXI sqq., 55-56 et 59 sqq., et George Leonard Huxley, *Anthemius of Tralles: A Study in Later Greek Geometry*, Greek, Roman and Byzantine Monographs; no. 1 (Cambridge, Mass.: [n. pb.], 1959), pp. 185 sqq.

(٨) لم نوصّل إلى توضيح هوية هذا المؤلف. إن النص بالعربية موجود في المكتبة البريطانية تحت رقم Rashid, *Diocletis, Anthémios de Tralles*, ١٧٧٣. وستنشر هذه المخطوطة مشبعة ومترجمة ومعلّلة في: Rashid et al.: *Sur les miroirs ardents*.

(٩) أظهرنا للمرة الأولى في: *L'Œuvre optique d'al-Khndī* أن الكندي عالِم كذلك المرأة المكافئة.

(١٠) M.F. Woepcke, «Analyse et extrait d'un recueil de constructions géométriques par Aboul Wafā», *Journal asiatique*, 5<sup>ème</sup> ser., no. 5 (avril 1855), pp. 325 sqq.

كما أن نص أبي الوفاء البوزجاني قد حقق وترجم في: Rashid, *Ibid.*

فلتكن AB هذه المسافة و AC اتجاه أشعة الشمس. ولنبدأ بالحالة التي يكون فيها AC عمودياً على AB، ونشئ  $AC = AB/2$  و CD عمودياً على AC، على أساس  $CD \cdot AC = AB^2$ . إن القطع المكافئ المعروف برأسه C وبمحوره AC، ويضله القائم CD يمر في النقطة B (الشكل رقم (١) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لنأخذ قوساً BE من هذا المكافئ في الاتجاه العاكس لـ C، ولنقم بدورانه حول الخط الثابت AC. ترسم حيثئذ بالتتابع B و E قوسي دائرة BF و EG. فيتحل بذلك جزء من مجسم مكافئي EBFGE، نرمز إليه بـ (BG). يعمد ابن سهل حينذاك إلى إظهار المقولة التالية:

مقولة: «إذا كان السطح (BG) انعكاسياً وسقطت عليه أشعة موازية لـ AC، انعكست هذه الأشعة نحو النقطة A».

بغية برهان هذه المقولة، يبدأ ابن سهل بمناقشة المستوي المماس ووحديته في نقطة H. لتكن H نقطة من (BG)؛ يكون القوس LJ، الناتج من قطع المستوي ACH للمجسم (BG)، قوساً مكافئاً مساوٍ للقوس BE. لتكن K الإسقاط العمودي لـ H على AC، و L نقطة من AC بحيث يكون  $CL = CK$ . يكون حينذاك الخط المستقيم LH مماساً للقوس LJ، ويكون المستوي الحاروي للمستقيم LH والعمودي على المستوي AHC هو بدوره مماساً للسطح (BG) عند النقطة H.

يبرهن ابن سهل بالخلف أن هذا المستوي لا يقطع (BG) خارج النقطة H، وليثبت، بعدها، وحدانية المستوي المماس في هذه النقطة<sup>(١١)</sup>.

ومن ثم، يناقش ابن سهل انعكاس شعاع مواز للمحور:

ليكن HX الشعاع الساقط في النقطة H وتكن M نقطة على امتداد LH؛ يمكن برهنة تساوي الزاويتين  $\angle AHL = \angle MHX$ .

لدينا:

$$CD \cdot AC = AB^2 = 4AC^2,$$

أي أن:

$$CD = 4AC.$$

(١١) برهان بالخلف يستعمل الشكل رقم (٢) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية.

من جهة أخرى، بما أن النقطة H موجودة على الجسم المكافئ، لدينا:

$$HK^2 = CD \cdot KC = 4AC \cdot KC.$$

ومنه نستنتج:

$$AH^2 = AK^2 + 4AC \cdot KC = AK^2 + 4AC^2 + 4AC \cdot AK = (AK + 2AC)^2 = AL^2,$$

وبالتالي  $\angle ALH = \angle AHL$ . ولكن، وبما أن  $HX \parallel AL$ ، نحصل على  $\angle ALH = \angle MHX$  وبالتالي  $\angle AHL = \angle MHX$ . وهكذا فإن الشعاع الساقط  $XH$  على النقطة H ينعكس ماراً بالنقطة A.

ويعالج ابن سهل في ما بعد الحالة التي لا يكون فيها AC عمودياً على AB. فهو يُسقط من B المستقيم العمودي على AC، وتكون C قاعدته، ثم يأخذ على المستقيم AC نقطة D بمسافة  $AD = AB$ . وهنا يبرز احتمالان: إما أن تكون C و D من جهتين متقابلتين بالنسبة إلى A (الشكل رقم (٣) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)، أو من الجهة نفسها بالنسبة إليها (الشكل رقم (٤) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). لتكن E نقطة في وسط CD وعلى المستقيم العمودي منها نقطة F حيث  $BF \cdot CE = BC^2$ . إن المكافئ ذا القمة E والمحور AE والضلع القائم EF يمر بـ B، فيعطي دوران قوس منه BG حول المحور AC، مجسماً مكافئاً (BI). وكل شعاع يسقط بشكل مواز للمحور AC على سطح هذا الجسم، ينعكس نحو النقطة A.

وليبرهن ابن سهل مقولته في هاتين الحالتين، يعمل للرجوع إلى الحالة السابقة. فيكفي إذاً أن يظهر أن A هي بؤرة المكافئ، أي أن  $EA = 1/4 EF$ . ويتم ذلك كالآتي:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = AC^2 + EF \cdot CE \text{ و } EF \cdot CE = BC^2$$

وفي كل من الحالتين نجد:

$$AE = EC - AC \text{ و } AD = 2BC - AC$$

(الشكل رقم (٣) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)؛



$$AE = EC + AC \text{ و } AD = 2EC + AC \text{ أو}$$

(الشكل رقم ٤) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).  
لدينا إذاً:

$$\begin{aligned} AD^2 &= AC^2 + 4EC^2 \pm 4EC \cdot AC = AC^2 + 4EC(AC \pm AC) \\ &= AC^2 + 4EC \cdot AE. \end{aligned}$$

ومنه نستنتج:  $EC \cdot EF = 4EC \cdot AE$ ، أي  $EF = 4AE$ .

تقع إذاً النقطة A من القمة E على مسافة تساوي ربع الضلع القائم. وهكذا، وكما في الحالة السابقة، فإن كل شعاع يسقط على المرأة (BI) موازياً للمحور، ينعكس ماراً بالنقطة A.

وهكذا برهن ابن سهل في الحالات الثلاث:

$$\angle BAC > \pi/2 \text{ و } \angle BAC < \pi/2, \angle BAC = \pi/2$$

وأن الأشعة الموازية للمحور تنعكس جميعها نحو النقطة A من المحور، على مسافة من رأس المكافئ تساوي ربع الضلع القائم.

ولإكمال هذا التحليل المتعلق بدراسة ابن سهل عن المرأة المكافئة، يبقى علينا أن نستخلص روابطه مع من سبقه لنتمكن من تقدير موقع مساهمته ومقدارها. ولنلاحظ أولاً أن ابن سهل يستعين في براهينه بالخاصية المميزة (le symptôme) للمكافئ، إضافة إلى كون رأسه هو النقطة الوسطى للتحتمماس. وانطلاقاً من هاتين الخاصيتين، أصبح بمقدورنا القيام بمقارنة دقيقة لأعمال ابن سهل مع أعمال الانعكاسيين القدامى وأعمال معاصريه.

أولى الكتابات المطروحة لهذه المقارنة هي تلك العائدة إلى ديوقليس وقد وصلتنا ترجمة عربية لها، لم تمكن من تحديد دقيق لتاريخها. فيها نقرأ المقولة نفسها التي طرحها ابن سهل ويرهنها مع فارق في كون ديوقليس قد لجأ إلى خاصية مساواة التحتمماس للوسط، من دون الاستعانة في هذه المرحلة بالخاصية المميزة.

كاتب قديم آخر، بيزنطي على الأرجح، اسمه دترومس، كما وصلنا بالعربية، يستعمل في هذه أسئلة الخصائص نفسها التي يعمدها ابن سهل، مع اختلاف في نقطة الانطلاق: فدترومس ينطلق من تساوي الزاويتين ليحدد البؤرة،

في حين يتطلق ابن سهل من البؤرة ليبرهن تساوي الزاويتين. ويبدو التباعد أعظم في طريقة إنشائهما القطع المكافئ، إذ يلجأ دترومس إلى الإنشاء بالنقط مستعيناً بمسطرتين، في حين يعتمد ابن سهل على استخدام الرسم التواصل، وسنبين ذلك لاحقاً.

وتختلف طريقة ابن سهل عن طريقتي أنتيميوس التراقي والكندي اختلافاً يُبرر توقفاً، ولو سريعاً، عنده. إلا أنه يبدو أكثر وضوحاً مقارنةً بطريقة أبي الوفاء البوزجاني، الذي، على الرغم من استناده إلى الخاصية المميزة للقطع المكافئ وابتدائه بقطع مستقيم مساوٍ للضلع القائم، يلجأ إلى إنشاء المكافئ بالنقاط. وهكذا نرى أن جميع هذه الدراسات تختلف اختلافاً جماً عن دراسة ابن سهل. أما في ما يخص الاستقصاء المشهور لمقتطف بويو<sup>(١٢)</sup>، فلقد استعمل كاتبه المجهول الخاصيتين نفسيهما اللتين استعملهما ابن سهل. ولكن ليس هناك من دليل على أن هذا المقتطف كان قد تُرجم إلى العربية، أو قد عُرف بشكل غير مباشر، من قبل ابن سهل أو من سبقه.

إن تحليل كتابة ابن سهل حول المرأة المكافئية لا يسمح لنا بإيجاد رابط تسلسلي مع الكتابات القديمة والمعاصرين. ويبقى بالمقابل أن أسطورة أرخيدس، التي يذكرها ابن سهل، قد وردت في نص لأنتيميوس التراقي<sup>(١٣)</sup>. ولم يكن هذا النص وحده المترجم إلى العربية والذي يذكر هذه الأسطورة<sup>(١٤)</sup>، إلا أنه يتميز من غيره بكونه، بحسب ما نعرفه حتى الآن، النص القديم الوحيد الذي يحوي دراسة عن المرأة الإهليلجية وهو موضوع أعاد ابن سهل دراسته. كما يتميز من غيره من النصوص المترجمة عن اليونانية، بأنه كان مرجعاً جد معروف، فهو موضوع تعليق نقدي للكندي<sup>(١٥)</sup>، وقد أتى ابن عيسى على ذكره مراراً، وفي القرن العاشر ورد بالكامل في رسالة لعطارد<sup>(١٦)</sup>. وتتميز هذه الوقائع جميعها التي جشنا على إثباتها

Rashid, Ibid.

(١٢)

Ver Eiecke, *Les Opusculs mathématiques de Didyme, Diophane et Anthémios*, pp. 51 et 55 - 56.

(١٤) في نص ينسب إلى ديدم بعنوان: «وصف للمرأة التي أحرق بها أرخيدس سفن الملوك» نجد هذه الأسطورة بشكل غامض حيث سنفسره لاحقاً.

(١٥) الكندي، كتاب المناظرات (خودا - بخش، ٢٠٤٨)؛ قلون ب: *L'Œuvre optique d'al-Kindī*.

Rashid, *Dioclès, Anthémios de Tralles, Didyme et al.: Sur les miroirs ardents*.

(١٦)

يذكر ابن سهل في دراسته عن المرأة المكافئة لأنتيميوس التري كاسم وحيد إلى جانب أرخبيلدس<sup>(١٧)</sup>. وعلى هذا فابن سهل كان، من دون شك، قد اطلع على كتابة التري هذه.

ويما أن ابن سهل، طبقاً لأقواله، قد اطلع على كتب المؤلفين قدامى عدة، لم تكن معلوماته لتقتصر إذناً على كتابة أنتيميوس التريالي وحده، ومن النطقى القول باطلاعه على إحدى الترجمات التي ذكرنا، كما أنه من العقول إلمامه بالأعمال العربية في هذا المضمار ولا سيما أعمال البوزجاني الذي لم يتقدمه منّا فحسب، بل وعاش هو أيضاً في بغداد متنبهاً، مثله، إلى حاشية البويهي.

يتبين من هذه المناقشة الموجزة أن ابن سهل قد اتهم إلى مدرسة بحث في الرايا المحركة. وكان طبيعياً أن يقوم بعض العلماء بإعادة معالجة مواضيع سبق طرحها، عاملين على إيجاد حلول أخرى لها، وهي من السمات التي، في هذا المجال كما في غيره، ميزت ذلك العصر. وكيفي لثبيان ذلك التذكير، مثلاً، بالدراسات حول الإنشاءات الهندسية<sup>(١٨)</sup>. والواقع أن ابن سهل كان معتاداً على هذا المنحى: فهو قد أسهم، كما سنرى لاحقاً، في دراسة حل مسألة المسبع المنتظم المشهورة التي كانت موضع نقاش في القصر البويهي من قبل علماء كثير، أمثال القوهي والسجزي.

وقد عاد ابن الهيثم في ما بعد إلى أبحاث ابن سهل هذه حول المرأة الماكثنة: ولهذا النقطة أهمية خاصة لكل من تفحص أعمال ابن سهل (في أسبقيتها

(١٧) أبو علي عماد بن الحسن بن الهيثم، في الرأيا المحرقة بالقطوع، في: مجموع الرسائل (جلد أنبأ - الذكن: دولة المعارف العثمانية، ١٣٥٧هـ/ ١٩٣٨م)، ص ٢ - ٣. انظر:

J. L. Heiberg and E. Wiedemann, «Ibn al-Haitham's Schrift über Parabolische Hohlspiegel»,  
*Bibliotheca Mathematica*, vol. 3, no.10 (1909-1910), Gérard اللّين أصدر طبعاً عن النسخة اللاتينية في  
 (Libre de Speculis Comburentibus) de Crémone مع ترجمة لثابت لها.

Marshall Clagett, *Archimedes in the Middle Ages* (Philadelphia: American Philosophical Society, 1960), vol. 4, esp. pp. 13-18.

(١٨) انظر: عادل أنبوياء، «تصحيح اللقطة»، (حول تاريخ هذه المسألة في الرياضيات العربية)، *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 1, no. 2 (1977).

وذلك ملخص بالفرنسية لهذا المقال، في: Adel Anbousa, «Construction de l'heptagone régulier par : les arabes au 4<sup>ème</sup> siècle de l'Hégire», *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 2, no. 2 (1978).

وفي علاقات خلقه معها) بهدف تحديد الموقع التاريخي لمساهمة ابن الهيثم. فقد استعان هذا الأخير، تماماً كابن سهل، بالخاصية الأساسية للمكافئ وبخاصية التحتمماس، وميز، تماماً كابن سهل، بين الحالات الثلاث المشار إليها سابقاً لبرهانها<sup>(١٩)</sup>. أما الفارق المهم الوحيد في هذا المجال فيمكن في طريقة العرض التي حسنّها ابن الهيثم بلجونه إلى «التحليل والتركيب». ومهما يكن من أمر، فإن المقارنة لا تترك مجالاً للشك في اطلاع ابن الهيثم على «رسالة» ابن سهل هذه. ويزداد هذا الاستنتاج يقيناً في ما يقدمه ابن الهيثم كمرجع للإنشاء الميكانيكي للمنحنيات المخروطية.

ينتقل ابن سهل في ما بعد إلى رسم المكافئ رسماً متواصلًا بواسطة البؤرة والدليل، فيأخذ نقطة ثابتة A ومستقيماً ثابتاً DF، وطولاً  $DE = 1$  على مستقيم عمودي له. وليكن AC مستقيماً عمودياً على DF؛ بشكل أن يقع DF ما بين A و B ويكون  $DE > AC$  (الشكل رقم ٥) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

ويشرح ابن سهل عملية إنشاء ثلاث نقط من المكافئ المعرف بالبؤرة A وبالدليل EH الموازي لـ DF، وذلك من دون تسميته حتى الآن بالقطع المكافئ. هذه النقاط الثلاث، F و B على DE، و I على GH العمودي على DF، هي كالتالي:  $AF = 1, BE = BA, IH = IA$ ، ومن ثم:

$$(1) BD + BA = IG + IA = FA = 1.$$

وتتابع النقط D و C و G و F بهذا الترتيب على DF. ويرهن، بالخلف، أن  $AI > AB$ . يقوم ابن سهل برسم نصف دائرة مركزها A وقطرها JK، حيث إن  $JK \leq AB$ ، ومن ثم رسم دائرتين متساويتي الشعاع مع الدائرة الأولى، مركزها B و I، ويستتبع الافتراض  $JK \leq AB$  بأن  $JK < AI$ ؛ وهكذا فإن الدائرتين (A) و (B) من جهة، والدائرتين (A) و (I) من جهة أخرى لا تتقاطعان. ونُشأ PU مماساً مشتركاً لـ (A) و (B)، و MN مماساً لـ (B) عمودياً على DF.

ويستتج من هذا أن:  $PU = AB, MN = BD$  و  $\widehat{PK} = \widehat{UM}$ .

ولذا رُمز  $S_1$  إلى طول محيط JPUMN و P نصف قطر إحدى الدوائر، نحصل على:

(١٩) انظر الهامش رقم (١٧) من هذا الفصل.

$$s_1 = \widehat{JP} + PU + \widehat{UM} + MN = 1 + p.$$

ويشكل ممائل تفرن المحيط JWZQR بالدائرة (I)، فنحصل على:

$$s_2 = \widehat{JW} + WZ + \widehat{ZQ} + QR = 1 + p.$$

إن طريقة ابن سهل للتوصل إلى الرسم المتواصل تتبع عملياً من العلاقة  $s_1 = s_2$ ،  
الناجئة من المعادلة (I):

يأخذ ابن سهل كوساً صلباً، بحيث ينزلق ضلع زاويته القائمة NO على DF، في حين ينطبق الضلع الآخر NS على NM ويختار  $NS > NM$ .

إن النقطة A ثابتة، وكذلك نصف الدائرة (A)؛ في حين تتحرك الدائرة (B) مقرونة بحزام طوله  $1 + p$ ، يُثبت أحد طرفيه في J على نصف الدائرة (A)، أما الآخر فمثبت في N على الكوس. ويُفترض أن الحزام غير قابل للارتخاء، فيتكلم ابن سهل عن «سلك حديدي» ويشرح ضرورة استعمال الدوائر كي لا ينقطع هذا السلك. فلو تحولت الدوائر إلى مجرد نقط لأصبح المحيط ABD مستلق الرأس في B لدرجة قد ينقطع معها السلك تحت ضغط المسير.

إن الضغط على الدائرة (B) مع الإبقاء على الحزام مشدوداً، وعلى الدائرة (B) أن تبقى في تماس مع ضلع الكوس NS، يسمح بانزلاق الكوس على المستقيم DF الذي يلعب دور السكة، فيرسم المسير الموضوع في النقطة B قوساً مكافئاً BI. ونلاحظ إمكانية تحريك النقطة B في الاتجاهين وصولاً إلى قمة المكافئ من جهة وإلى الموقع الذي تصبح فيه الدائرة (B) مماسة للمستقيم DF من جهة أخرى.

أما الجزء الأخير من تفحص الرسم المتواصل للمكافئ، وهو للأسف ضائع، فيفترض -كما يظهر تشابه سير بقية الفصول- أن يحتوي على دراسة عن المماس في نقطة من القوس BI، وعن المستوي المماس للسطح المتولد من هذا القوس وأخيراً، عن انعكاس الشعاع الضوئي على هذا السطح. ويتم هذا الجزء الضائع كذلك بالتثبت من كون المرآة المنشأة بالبؤرة والدليل هي فعلاً مكافئة، إذ إن خاصة البؤرة -الدليل لم تكن بعد كافية في القرن العاشر، عند ابن سهل على الأقل، للتعريف بالمكافئ.

## ثانياً: مرآة القطع الناقص (أو الإهليلجية)

يتفحص ابن سهل بعد ذلك إشعال جسم قابل للاحتراق على مسافة معينة بانعكاس ضوء يوجد منبعه على مسافة متناهية، أي للبحث عن إحداث إشعال في نقطة A موجودة على مسافة معينة، انطلاقاً من منبع ضوئي موجود في نقطة C. ولذا يدرس ابن سهل المرآة الإهليلجية.

وكما ذكرنا سابقاً، فإننا لا نعرف حتى الساعة، أية كتابة مخصصة للمرآة الإهليلجية سابقة لنص ابن سهل، باستثناء دراسة لأنتيميوس الترابي. وقد يعود ضعف اهتمام الباحثين في المرايا المحرقة، بهذه المرآة إلى ما تفرضه من شروط قاسية في ما يتعلق بموقعي المنبع والبؤرة. ودراسة أنتيميوس هذه لا تتعدى كونها مدخلاً يركز فيه العالم البيزنطي على خاصية ازدواجية بؤر الإهليلج ليؤكد، ومن دون أي شرح إضافي، انطلاقاً من قوانين الانعكاس، أن الشعاع المنبعث من إحدى البؤرتين ينعكس نحو الأخرى؛ كما أنه يتبنى طريقة «البيستاني» لرسم الإهليلج رسماً تواصلياً<sup>(٢٠)</sup>. ويبدو جلياً اطلاع ابن سهل على هذه الدراسة، ولكنه من الواضح، في ضوء ما وصلنا من أبحاثه حول المرآة الإهليلجية، أنه قد أعاد كلياً دراسة هذه المسألة. ونظراً إلى ضياع القسم الأول من هذا الفصل، وهو قسم مخصص لدراسة الإهليلج كقطع مخروطي، فإن ما وصلنا يعالج طريقة الإنشاء الميكانيكي للإهليلج ويبحث في انعكاس الضوء على مرآة إهليلجية.

بغية رسم قوس قطع ناقص رسماً تواصلياً، ينطلق ابن سهل من نقاط غير مستقيمة ثلاث، A و B و C بحيث إن:  $AB < AC < BC$  (الشكل رقم ٦) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

يضع على المستقيم CB نقطة D تكون كالتالي:  $CB + BA = CD = I$ ؛ ويضع على الدائرة (C, I) نقطة E تكون كالتالي:  $\angle ACB < \angle ACE \leq \angle CAB$ ، لأن B و E تقعان في الجهة نفسها بالنسبة إلى المستقيم CA؛ ويضع على القطع CE نقطة F متساوية البعد عن A و E. أي أن:  $FA + FC = I$ . وتقع إذاً النقطتان B و F على الإهليلج ذي البؤرتين A و C والدائرة الدليلة (C, I). وكما فعل مع المكافئ، لا يسمي ابن سهل هذا القطع باسمه (الإهليلج) عند عرضه طريقة رسم

(٢٠) انظر مثلاً: Ver Eecke, *Les Opusculs mathématiques de Didyme, Diophane et Anthémios*, pp. 47 sqq.

تواصل للقرص BF المحدد بهذا الشكل. ينتج من جعل الافتراضات المعتمدة لإنشاء F، أن  $AF > AB$ ، وهي علاقة يبرهنها ابن سهل بالخلف، وبالتالي فإن  $CF < CB$  ويستنتج أن  $CF \geq AB$  <sup>(٢١)</sup>.

ونرسم مقطعين متساويين ومتوازيين GH وIJ، بوسطين هما على التوالي A وC ويكون  $GH < AB$ ،  $IJ = GH$ ، ويشعاع يساوي  $1/2GH$  نرسم الدوائر (A)، (C)، (B) و (F) التي لا تقاطع في ما بينها نظراً إلى افتراض  $GH < AB$ .

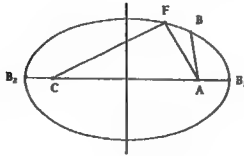
ليكن MN مماساً مشتركاً خارجياً لـ (A) و (B)، وكذلك KL لـ (B) و (C). نحصل حينها:  $MN = AB$  و  $KL = BC$ ، وبالتالي  $MN + KL = 1$ . من ناحية أخرى، بما أن  $AM \parallel BN$  و  $BK \parallel CL$  و  $AH \parallel CJ$ ، نحصل على  $\widehat{HM} + \widehat{NK} + \widehat{LJ} = 2p$  حيث  $2p$  هو محيط إحدى الدوائر. نقرن عندئذ الدائرة (B) بالالتفاف  $s_1$  وطوله HMNKLJ:

$$s_1 = \widehat{HM} + MN + \widehat{NK} + KL + \widehat{LJ} = 1 + 2p.$$

وبشكل مماثل، لتكن UQ مماساً مشتركاً خارجياً لـ (A) و (F)، وكذلك PO لـ (F) و (C)، فنقرن حينها الدائرة (F) بالالتفاف HUQPOJ وطوله  $s_2$ :

$$s_2 = \widehat{HU} + UQ + \widehat{QP} + PO + \widehat{OJ}.$$

(٢١) لتبيان ذلك نأخذ الإحليج ذا البؤرتين A وC والمحور الأكبر  $B_1B_2$ . فلما جرت B على القوس  $B_1FB_2$  ازدادت المسافة AB من  $AB_1$  إلى  $AB_2$  وبالتالي تصغر CB:  $AB > CB \rightarrow AF > AB$ ;  $\angle ACF > \angle ACB$  فنستنتج:  $CF \geq AB \rightarrow \angle ACF \leq \angle CAB$ . أخطين بالاعتبار محور التناظر، وهو وسيط  $B_1B_2$ .



وكالسابق لدينا:  $\widehat{HU} + \widehat{PQ} + \widehat{OJ} = 2p$  و  $UQ + PO = AF + FC = 1$  ان  $s_2 = 1 + 2p = s_1$ .

عند ذلك يتصور ابن سهل جهازاً مؤلفاً من ثلاث دوائر متساوية الشعاع تلعب دور بكرات، ومن حزام طوله ثابت  $1 + 2p$ ؛ اثنان من هذه الدوائر، ومركزاهما A و C، ثابتان، أما البكرة الثالثة، ومركزها B، فهي متحركة. يثبت طرفا الحزام أحدهما في نقطة H من الدائرة (A) والآخر في J من الدائرة (C)، ويحيط هذا الحزام بالبكرة (B) (الشكل رقم ٦) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

ندفع بالبكرة (B) مع الإبقاء على الحزام مشدوداً فيرسم المركز B قوساً ناقصاً (إهليلجياً) BF.

ويتابع ابن سهل دارساً الانعكاس على مرآة إهليلجية، يرمز إليها بالسطح (BX) الذي نحصل عليه بتدوير القوس الإهليلجي BF حول AC، فترسم فيه بذلك B و F قوسين دائريين هما على التوالي BC و FX. لنبرهن أن الأشعة الواودة من C تنعكس نحو النقطة A.

لتكن T نقطة على القوس BF نقرنها بالدائرة (T) وبالتفاف طوله s. وتتطابق الدائرة (T) في أحد مواقعها مع (B)، فينتج من ذلك أن  $s = s_1$ ، وبالتالي  $TA + TC = BA + BC$  (الشكل رقم ٧) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لتكن I نقطة ما من (BX) فيتقاطع المستوي AIC و (BX) وفق قوس  $B_1O'$  الذي يشكل القوس FB أحد أوضاعه، فنحصل إذاً على:  $IA + IC = BA + BC$  (الشكل رقم ٨) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

نمدد  $CI'$  طولاً قدره  $I'A = I'B_1$ ؛ فيكون  $B_1I'B_1$  مُنصف الزاوية  $AI'B_1$ ، مماساً في النقطة I' للقوس  $B_1O'$ . ويبرهن ابن سهل ذلك، وكذلك وحدانية المماس، يبرهان الخلف.

إن المستوي الحائري للمستقيم  $B_1B_2$  والعمودي على المستوي ACT هو مماس (BX) عن النقطة I'؛ وهو مستوي مماس وحيد.



ويستعمل ابن سهل برهان الخلف كذلك، ليثبت أن المستقيمين  $AI$  و  $CI$  لا يقطعان السطح  $(BX)$  خارج النقطة  $I$ . وينعكس الشعاع الضوئي القادم بحسب  $CI$  على المرآة  $(BX)$  باتجاه  $I'A$ ، وفقاً لقوانين الانعكاس. والأمر صحيح لكل نقاط السطح  $(BX)$ .

نلاحظ في الحالتين المعالجتين (المرايا المكافئية والإهليلجية) اهتمام ابن سهل بصورة خاصة بتحديد المستوي للماس عند نقطة سقوط الضوء على السطح العاكس، وكذلك بوحدة هذا المستوي. ولا ينبع هذا الاهتمام من معرفته بنظرية المخروطيات فحسب، بل إنه مرتبط مباشرة بمفهومه لانعكاس الضوء. فهو لا يكتفي بقانون تساوي زاويتي السقوط والانعكاس، بل يستند إلى القانون الناص على كون مستقيم الشعاع الساقط ومستقيم انعكاسه، وأخيراً العمودي للمستوي المماس في نقطة السقوط هذه على السطح، تقع جميعها في مستو واحد. وليس السطح العاكس بالنسبة إلى ابن سهل هو المهم، بل هذا المستوي المماس. وعلى الرغم من ارتكازه المستمر في دراسته للمرايا المكافئية والإهليلجية، على هذين القانونين، فهو لم يصغهما صراحة. وعلى الرغم من ذلك يجب الاحتراس من اعتبار ذلك ظاهرة وظيفية تتعلق بغياب لصياغة المفاهيم لديه؛ فال موضوع لا يعدى مجرد أسلوب كتابة. فابن سهل، عالم الهندسة أساساً، لا يولي فيزياء الضوء أو فيزيولوجيا البصر عنايته؛ لقد اختار عرضاً هندسياً مقتصراً واضح البرهان.

ومهما يكن من أمر، فابن الهيثم يتابع في ما بعد ويلج على أهمية المستوي المماس، ويولي عناية خاصة لصياغة قوانين الانعكاس في أكثر من مكان في كتاب المناظر، فنراه يكتب: «كل ضوء ينعكس عن سطح صقيل، فإن كل نقطة من السطح الصقيل الذي منه انعكس الضوء، ينعكس الضوء منها على خط مستقيم، يكون هو والخط المستقيم الذي عليه امتد الضوء إلى تلك النقطة، والعمود الخارج من تلك النقطة، القائم على السطح المستوي المماس للسطح الصقيل على تلك النقطة في سطح واحد مستو، ويكون وضع الخط الذي عليه ينعكس الضوء بالقياس إلى العمود المذكور كوضع الخط الذي عليه امتد الضوء من سطح صقيل، فإنه يحيط مع العمود الذي يخرج من تلك النقطة قائماً على السطح المستوي المماس للسطح الصقيل على تلك النقطة، بزاوية مساوية للزاوية التي يحيط بها الخط الأول الذي عليه امتد الضوء إلى تلك النقطة مع ذلك العمود، وتكون الخطوط الثلاثة في سطح واحد مستو قائم على السطح المستوي المماس للسطح الصقيل على نقطة

الانعكاس على زوايا قائمة<sup>(٢٢)</sup>.

ويتميز هذا النص بوضوح صياغته لقانوني الانعكاس بما لا مثيل لهما من قبل، غير أن ابن الهيثم لا يأتي فيه بأمر لم يتناوله من قبله وبدقة ابن سهل في براهينه. اختلاف الأسلوب هذا، بين المهندس ابن سهل والمهندس - الفيزيائي ابن الهيثم، يستحق منا اهتماماً خاصاً، وسنعود إليه لاحقاً.

### ثالثاً: الانكسار وقانون سنيلليوس

في القسم الثاني من «رسالته»، يتساءل ابن سهل عن الاشغال بالانكسار فيقوده ذلك إلى دراسة العدميات البُوروية. وللإحاطة بدقة بإجابته، علينا باديء ذي بدء، الإلمام بمعرفته الشخصية بالانكسار. ففي ضوء ما وصلنا من شهادة، استحوذ الفصل المخصص لهذا الموضوع من كتاب المناظر لبطليموس، جلّ اهتمامه. فقد قام ابن سهل، عند قراءته المقالة الخامسة من هذا الكتاب، بصياغة «مذكرة» مقتضبة حول شفافية الفلك، «مذكرة» كان ينوي ضمها إلى مناقشة أكثر إسهاباً لمجمل الكتاب الخامس هذا. فمن الطبيعي إذاً أن ننطلق من تفحص هذه «المذكرة» المرتبطة بقراءته كتاب المناظر لبطليموس، لنعود بعدها إلى «الرسالة» التي صيغت من دون شك في مرحلة لاحقة.

يهدف ابن سهل في مذكرته هذه إلى برهنة أن شفافية الفلك ليست مطلقة. فيأخذ شعاعاً قدم من نقطة  $F$  من الفلك إلى نقطة  $A$  من سطح كرة العناصر ومركزها  $C$ ، لينكسر حينها باتجاه  $AB$ . حالات ثلاث يمكن تصورها تبعاً لوضعية الشعاع الساقط  $FA$  بالنسبة إلى الناظم العمودي  $GA$  وللامتداد  $AE$  إلى  $BA$ . فهو إما بينهما (الحالة ١) أو متطابقاً مع  $EA$  (الحالة ٢) أو خارجهما (الحالة ٣).

في الحالة الأولى، وبما أن زاوية الانكسار  $BAC$  أكبر من زاوية السقوط  $GAF$ ، يستنتج ابن سهل أن الوسط  $I$  (أي الفلك) حيث يوجد  $FA$ ، أقل شفافية من الوسط  $II$  مكان وجود  $AB$ ، وبالتالي، أن شفافية الكرة السماوية ليست مطلقة (الشكل رقم ١) من النص الثاني، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

---

(٢٢) أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، كتاب المناظر (توكاي سراي، احمد III، ٢٣٩٩)، المقالة الرابعة: استنبول، فاتح، ٣٢١٥، ص ١٤-٥.

في الحالة الثانية (FA متطابقة مع EA) فإن انكسار FA باتجاه AB يعني أن الوسيطين I و II ذوا شفافية متساوية وهي شفافية الكرة السماوية.

فإذا لم يتغير الوسيط II، وإذا كان الشعاع AF، الذي يتطابق دائماً مع EA، ينكسر بحسب AD كخط مستقيم يقع بين AB والخط العمودي AC، فهذا يعني أن AF هي في وسط I' الأكثر شفافية من الوسيط II. وبالتالي أكثر شفافية من الوسيط I ولتكن  $i_2$  زاوية السقوط في الوسيط I و  $i_1$  زاوية الانكسار في الوسيط II. عندئذٍ، إذا كانت الشفافية في الوسيط II والزوايا  $i_2$  بقيتا بالقيمة نفسها، بإمكاننا أن نكتب عندها: إذا انكسر FA وفق AB، يعني  $i_1 = i_2$ ، يكون الوسيط I بشفافية الوسيط II نفسها.

أما إذا انكسر FA وفق AD، يعني  $i_2 > i_1$ ، يكون الوسيط I' أقل شفافية من الوسيط II، وبالتالي، أقل شفافية من الوسيط I. يوجد إذاً وسط أكثر شفافية من الكرة السماوية (الشكل رقم (٢) من النص الثاني، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

أما في الحالة الثالثة (AF وراء AB) فانكسار AF باتجاه AB يعطي أن الوسيط I أكثر شفافية من الوسيط II. فإذا بقي الوسيط II كما هو وانكسر AF باتجاه AH، وهو المستقيم الموجود بين AB والناظم AC، ففي هذه الحالة يكون AF في وسط I' أكثر شفافية من الوسيط I (الشكل رقم (٣) من النص الثاني، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

وهكذا تظهر طريقة ابن سهل في هذه المذكرة. فلتحديد النقطة F نقراً له ما يلي: «ولیکن نقطة ثابتة في وجه كوكب يخرج ضوءها على خط  $\overline{AB}$  هي نقطة  $\overline{O}$  في جانب خط  $\overline{AJ}$  الذي فيه نقطة  $\overline{H}$  لا يینه بطليموس في المقالة الخامسة من كتاب المناظر»<sup>(٢٣)</sup>. فمن الواضح أن ابن سهل يشرح ها هنا قانون وجود الشعاعين الساقط والمنكسر في المستوي نفسه مع الناظم ووقوع كل منهما في جهة من الناظم<sup>(٢٤)</sup>. كما يطبق قاعدة أخرى مأخوذة عن بطليموس: وهي أن الزاوية

(٢٣) المصدر نفسه، ص ٥٣.

(٢٤) Claudius Ptolemaeus, *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile*, éd. par Albert Lejeune, Université de Louvain, recueil de travaux d'histoire et de philologie; 4<sup>ème</sup> fasc. 8 (Louvain: Bibliothèque de l'université, bureaux du recueil, 1956), pp. 224 - 225: «Debet ergo iterum exinde, sicut in precedentibus, superficies quae transit per radium fractum, esse directa, super superficiem de qua fit fraction».

الكبرى تنم عن شفافية أكبر، أي أن الانكسار يتعلق حجماً واتجاهاً بفارق الكدمة بين وسطين يغيرهما الضوء؛ إذ يتعد الشعاع عن الناظم بانتقاله من وسط إلى آخر أقل كدمة، ويقترب منه في الحالة المعاكسة. وبعبارة أخرى، إذا ما رمزنا  $i_1$  إلى زاوية السقوط في الوسط I و  $i_2$  إلى زاوية الانكسار في الوسط II، كانت  $i_1 > i_2$  حادثين؛ فإذا كانت  $i_2 > i_1$ ، نستنتج أن الوسط I أقل كدمة من الوسط II<sup>(٢٥)</sup>.

حتى هنا، ما يزال ابن سهل يطبّق في دراسته عن الانكسار مفاهيم سبق ووجدناها عند بطليموس<sup>(٢٦)</sup>، إلا أن معرفة ابن سهل بالانكسار لا يقف عند هذا الحد؛ فهو لا يتخطى بطليموس فحسب بل يتبع منحى آخر. فبمجرد قراءة مذكرته هذه حول شفافية الفلك، نتنبه لما يوليه من أهمية لمفهوم «الوسط» حيث يعتمد إلى إظهار أن كل وسط - بما في ذلك الفلك - يتسم بكمدة معينة خاصة به. ولقد وعى ابن الهيثم هذه الفكرة لاحقاً، إذ كتب لدى اطلاعه على مذكورة ابن سهل هذه، أن سلفه بحث عن أن يبرهن «أن الشفيف الذي في الأجسام المشفة يمكن أن يزداد لطفاً وصفة إلى غير نهاية، أعني أن كل شفيف في جسم مشف يمكن أن يتخيل شفيفاً أصغر منه»<sup>(٢٧)</sup>. ومهما قيل، فإن هذا الطرح من قبيل رياضي كابن سهل يوضح بجلاء مفهوم الوسط الذي تحدده كدمة خاصة به.

ولكن الاكتشاف الأهم العائد لابن سهل يكمن في طرحه، في «الرسالة»، لسؤال لم يسبقه إليه أحد، وهو موضوع الإشعاع بواسطة الانكسار، فهو لم يعد، حينها، يحدد الوسط بكمدته بل «بنسبة ثابتة» خاصة به. ويشكل مفهوم «النسبة الثابتة» هذه التي تميز الوسط عن غيره الحجر الأساس لدراسة الانكسار في العدمسات. فهذه «النسبة»، التي يعلنها ابن سهل من دون القيام بحسابها، ليست في الواقع سوى عكس قرينة الانكسار  $n$  للوسط بالنسبة إلى الهواء. إنه حقاً قانون

(٢٥) أي، بشكل آخر:  $i_2 \sin n_2 = i_1 \sin n_1$  حيث  $i_1$  و  $i_2$  هما زاويتان حادثتان، و  $n_1$  و  $n_2$  هما قريتي انكسار الضوء على الترتيب في الوسطين. فإذا كانت  $i_2 > i_1$  صارت  $n_2 > n_1$  وبالتالي:  $n_2 < n_1$ .  
(٢٦) Albert Lejeune, «Recherches sur la catoptrique grecque, d'après les sources antiques et médiévales», *Mémoires de l'Académie Royale de Belgique. Classe des sciences*, vol. 52, no. 2 (1957), pp. 157-158.

نلاحظ أن ابن سهل لم يذكر في أي وقت، شعاع البصر؛ فكل ما يتكلم عنه يتعلق بقواعد الانكسار ومفهوم كدمة الوسط، إضافة إلى قواعد من لفظة الخامسة من كتاب للناظر لبطليموس.  
(٢٧) أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، «مقال في الضوء لابن الهيثم»، وهو ترجمة ناقدة إلى الفرنسية من قبل رشدي راشد في مجلة: التلويح والمعلوم، العدد ٢١ (١٩٦٨)، ص ٢١٨.

سنيلليوس للانكسار، بشكل يشابه كثيراً ما سنقرأه لدى سنيلليوس نفسه بعد حوالي ستة قرون. فلنعد إلى «رسالة» ابن سهل.

في مطلع دراسته للانكسار في العدسات، يأخذ ابن سهل سطحاً مستوياً GF يفصل بين البلور والهواء، ويمتد الضوء بحسب المستقيم CD في البلور، لينكسر تبعاً لـ CE في الهواء. وينشأ انطلاقاً من G ناظماً للسطح GF يلتقي مع CD في H ومع الضوء المنكسر في E (الشكل رقم ١١) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

من الواضح تطبیق ابن سهل هنا للقانون السابق ذكره ومفاده وجود الشعاعين CD في البلور و CE في الهواء في المستوي نفسه مع الناظم GE لسطح البلور. وكعادته، ومن دون أدنى توضيح مفهومي، يكتب ابن سهل: «فخط ج ه أصغر من خط ج ح. ونفصل من خط ج ح خط ج ط مثل خط ج ه، ونقسم ح ط نصفين على نقطة ي، ونجعل نسبة خط ا ك إلى خط ا ب كنسبة خط ج ط إلى خط ج ي ونُخرج خط ب ل على استقامة خط ا ب ونجعله مثل خط ب ك» (٢٨).

وهكذا يخلص ابن سهل في بضع جمل، إلى أن النسبة  $CE/CH < 1$  ويعمد إلى استعمالها على امتداد بحثه المتعلق بالعدسات المصنعة من البلور نفسه. وهو لا يتوانى عن العودة إلى «النسبة» نفسها، مستعيداً الشكل نفسه كلما ناقش الانكسار في هذا البلور.

وليست هذه النسبة سوى عكس قرينة الانكسار، إذ لو رمزنا بـ  $i_1$  و  $i_2$  إلى زاويتي الناظم مع CD و CE على التوالي، لحصلنا على ما يلي:

$$\frac{1}{n} = \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{CG \cdot CE}{CH \cdot CG} = \frac{CE}{CH}.$$

أما ابن سهل فيأخذ النقطة I على المقطع CH بحيث يكون  $CI = CE$ ، والنقطة J في وسط IH وهو ما يعطينا:

$$\frac{CI}{CH} = \frac{1}{n}.$$

وتتميز القسمة CUIH البلّوري في كل عملية انكسار، وهو ما يبدو أن ابن سهل قد أدركه، ويشهد بذلك استعماله المتواصل لهذه القسمة طوال دراساته.

ويستعمل ابن سهل بإحدى ذتي بهـ:

$$\frac{AK}{AB} = \frac{CI}{CJ} = \frac{2}{n+1};$$

ليعود بعدها إلى استعمال النسبة  $\frac{CE}{CH} = \frac{1}{n}$  بشكل متواصل في ثمة «دراسته». ومن ناحية أخرى، يبرهن ابن سهل، في خضم بحثه حول العدسة المستوية المحدبة والعدسة محدبة الوجهين، أن اختيار القطع الزائد لصنع هذه العدسات يتعلق بطبيعة البلور، إذ إن انحراف القطع الزائد عن مركزه هو  $c = 1/n$ .

وهذه النتيجة ذات الأهمية البالغة ستسمح لابن سهل بإدخال قاعدة العودة المتطابقة (الرجوع العكسي) في الانكسار، وهي قاعدة جوهرية في دراسة العدسات ذات الوجهين المحدبين، وهو ما سنراه لاحقاً. إنه إذا قانون سنيليوس نفسه والشكل نفسه<sup>(٢٩)</sup> الذي أعطاه هذا الأخير؛

(٢٩) الاطلاع على مختلف الشهادات للتحفة بمساهمة سنيليوس في هذا الموضوع يظهر أن صياغة تكاد لا تتعدى إلا قليلاً وشرح صياغة ابن سهل، كما تطابق الماني وتشابه. ففي رسالة كاليس الشهيرة إلى قسطنطين ريكنز والكشف من قبل: D. J. Korteweg, «Descartes et les manuscrits de Snellius», *Revue de métaphysique et de morale*, no. 4 (1896), pp. 491-492,

نقرأ: «Fato modii densioris terminus AB, visibile V, radius incidentie VR, refractus in rariore medio RO, oculi situs in puncto O. Videbitur itaque imago rei visibilis in concursu radii refracti OR continuati et perpendicularis incidentie; que sit VP et punctum concursus I. In eodem itaque medio, sc. hic densiore, radius incidentie verus erit VR, sive apparet RI. Docent observata que ratio est VR ad RI, semper obtinere eandem inter quoscunque radios similes, ut U'R' et R'T'. Quin in ipso radio perpendiculari et irrefracto UA, ubi incidentis ipsis pari est radius apparens; neque enim res visibilis U spectata perpendiculariter suo apparet loco, sed superiore in J; atque ut UA ad AJ, ita VR se habet ad RI. Unius itaque radii obliquatione, aut perpendicularis contractione cognita, quod modis pluribus facile fieri potest cognoscatur ratio ceterorum incidentium et apparentium omnium, que, exempli gratia, in aqua ut 4 ad 3, in vitro ut 3 ad 2, quando sc. utrobique consistit in aere».

وكريستيان ويكنز، وهو ابن قسطنطين هذا، وقد رأى مخطوطة سنيليوس بنفسه، يرسم تاريخ هذا القانون، فيكتب بعد كبر: ... سنيليوس عندما رأى ما للأمر من أهمية ظاهرة، نظراً إلى اكتشاف التلسكوب، توصل بعد عتاه كبير وبعد إجراء تجارب عديدة إلى قياس مناسب لقيمة الانكسارات، من دون أن يفهم ما وجده فهماً كتابياً، لأنه وعلى سبيل المثال، عندما يأخذ السنوي AB كسطح للماء، وأن العين الموجودة في نقطة F تنظر إلى صورة النقطة D الموجودة تحت سطح الماء AB. فترى العين صورة D على المستقيم FC، بينما يتلقى امتداد المستقيم FC مع DA في النقطة G، علماً بأن DA عمودي على سطح الماء. يؤكد سنيليوس بعد هذا الانشاء أن صورة الجسم D هو النقطة G الواقعة بين المقطعين CD وCG بنسبة عديدة هي نسبة ٤ إلى ٣ في حالة الماء. انظر: Christian Huygens, *Œuvres complètes* (La Haye: [s. n.], 1916),

■ T. 13, *Dioptrique* 1653, 1666, 1685-1692), pp. 491 - 492.

فكل الشهادات متفقة على أن سنيلليوس، في المخطوطة التي صاغ فيها القانون الحامل اسمه، لم يلحظ أبعد من ابن سهل. إذ يُثبت غوليوس وكذلك ويكتنز وفوسوس، الذين اطلعوا على مخطوطة سنيلليوس، أن هذا الأخير قد عرف هذا القانون بالشكل التالي: النسبة  $\frac{CH}{CE}$  كمية ثابتة.

إن وجود هذه العلاقة نفسها عند ابن سهل في القرن العاشر لا يقلب تصورنا للتاريخ فحسب، بل يقودنا إلى طرح مخالف لمسألة إعادة اكتشاف هذا القانون مرات عدة، فلنقل إنه، إلى جانب أسماء سنيلليوس وهاريو وديكارت، يجب، من الآن فصاعداً، إضافة اسم ابن سهل.

### رابعاً: العدسة المستوية المحذبة والعدسة محدبة الوجهين

يوضح اكتشاف قانون الانكسار وتطبيق مبدأ الرجوع المعاكس للضوء (العودة المتطابقة) مقدار المسافة التي قطعها ابن سهل بعد بطليموس. ولقد خاض ابن سهل خضم دراسة العدسات مستنداً على هاتين الوسيلتين؛ فإذا به ينقاد ويشكل طبيعي إلى برهنة أن القطع الزائد هو منحنى انكساري، وإذا به يصوغ نظرية هندسية للعدسات هي، بحسب معرفتنا، أولى النظريات في هذا المجال.

يبتدىء هذا الجزء من «الرسالة»، وقد وصلنا كاملاً، بدراسة الانكسار متتابعاً بإنشاء عدسة مستوية محدبة، مروراً بإنشاء ميكانيكي للقطع الزائد، وصولاً إلى دراسة للخاصة الانكسارية لهذا المنحنى. ويفضل مبدأ العودة المتطابقة، ينهي ابن سهل سريعاً دراسة العدسة الزائدية محدبة الوجهين.

يهدف ابن سهل، بادئ ذي بدء، إلى إنشاء عدسة تحدث الإشعاع على مسافة معينة بواسطة أشعة متوازية. ويكون لمادتها قرينة الانكسار للبلور نفسها الذي دُرِس سابقاً.

لتكن، على خط مستقيم، النقاط A، B، K و L مُشكّلة لقسمه مشابهة

= انظر أيضاً شهادة: Isaac Vossius, *De Lucis natura et proprietate* (Amstelodami: Apud Ludovicum & Danielem Elsevirios, 1662), pp. 36-38.

C. de Waard, «Le Manuscrit perdu de Snellius sur la réfraction», *Janus*, no. 39 (1935).

للقسمه CJIH، بما يعني:  $\frac{AK}{AB} = \frac{CI}{CJ}$  و  $BL = BK$ .

لدينا إذاً:  $\frac{AK}{AI} = \frac{CE}{CH} = \frac{1}{n}$ .

ولتكن النقطتان M على AB حيث  $AM = BK$ ، و N على المستقيم العمودي من B على AB بحيث إن  $BN \cdot BM = 4BL$ . نأخذ القطع الزائد ذا الرأس B والمحور BM والضلع القائم BN. ويتولد، نتيجة دوران القوس الزائدي BS حول المستقيم AB سطح زائدي؛ وترسم S دائرة مركزها O فنحصل على جسم دوراني محدد بالسطح الزائدي وبالدائرة (O, OS) (الشكل رقم (١٢) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

نفترض أن جسماً كهذا قد صُنع من البلور ذي قرينة الانكسار n. قضية: إن أشعة الشمس الموازية إلى OB والعابرة لهذا الجسم، تنكسر على السطح الزائدي لتتقارب في النقطة A.

وبالفعل إن كل شعاع موازٍ إلى OB يجتاز السطح (O, OS) من دون انكسار ليلقي السطح الزائدي، إما في النقطة B، وإما في نقطة أخرى  $B \neq T$ .

أ - في حالة النقطة B، يبرهن ابن سهل بالخلف ما يلي:

- إن المستوي العمودي في B على OB هو مماس في B على الجسم الزائدي؛

- وحدانية المستوي المماس في B؛

- عدم تلاقي المستقيم AO للمجسم الزائدي خارج النقطة B.

فيستتج أن الشعاع القادم باتجاه OB هو عمودي على المستوي المماس في B،

فلا ينكسر ويصل إلى A.

ب - في حالة النقطة  $B \neq T$  (الشكل رقم (١٣) من النص الأول، انظر

ملحق الأشكال الأجنبية)، يبرهن ابن سهل ما يلي:

- يلاقي المستوي BLT سطح العدسة وفق القطع الزائد VBW ذي المحور BM

والبؤرتين A و L؛

- إن النصف TZ للزاوية ATL هو مماس في T على القطع الزائد؛

- إن المستوي الحوازي TZ والعمودي على المستوي BLT هو مماس في T

على السطح الزائدي، وهو وحيد.

نعلم أن:

$$AT - LT = BM.$$



لتكن إذا  $U'$  على  $AT$  بحيث إن  $AU' = BM$ ؛ يكون حينها  $TU' = TL$  وتمثل  $TZ$  وسيطة المقطع  $LU'$ ، فتكون حيث  $LU'$  هذه عمودية على المستوي المماس.

ليكن  $XT$  الشعاع الساقط بشكل مواز على الخط  $AL$ . وتوجد الخطوط المستقيمة  $XT$ ،  $TL$ ،  $TZ$  و  $TA$  في المستوي  $ATL$ ، الذي يشتمل أيضاً على الناظم في النقطة  $T$  على الجسم الزائدي؛ فيتمي الشعاع المنكسر إلى هذا المستوي أيضاً. وبما أن المستقيم  $XT$  يقطع  $LZ$  في النقطة  $B_2$ ؛ فيكون:

$$\frac{TU'}{TB_2} = \frac{AU'}{AL} = \frac{AK}{AL};$$

ولكن طبقاً لما سبق إنشاؤه فإن:

$$\frac{TU'}{TB_2} = \frac{CE}{CH}, \text{ وبالتالي: } \frac{AK}{AL} = \frac{CE}{CH}$$

وهكذا يتشابه الشكلان  $TZB_2U'$  و  $CGHE$ ؛ فيكون حيث  $TU'A$  هو الشعاع المنكسر للشعاع الساقط  $XT$ ، الذي يجتاز المستوي  $OS$  في  $B_2$  من دون أي انحراف، ليلقي سطح الجسم الزائدي في النقطة  $T$ .

إن حزمة الأشعة المتوازية على  $AB$  والساقطة على الدائرة  $(O, OS)$  تدخل من دون انحراف في العذمة لتتحول إلى حزمة أشعة متقاربة في النقطة  $A$ .

ثم يعرض ابن سهل طريقته في رسم القطع الزائد رسماً متواصلًا<sup>(٣٠)</sup> فينتقل من القسمة  $(A, B, K, L)$  التي عرضها سابقاً ليحصل على:

$$\frac{AK}{AL} = \frac{1}{n},$$

(٣٠) اهتم رياضيو ذلك العصر بشكل خاص بإنشاء المنحنيات للضرورة. وهكذا فقد عمد ابراهيم ابن سنان إلى إنشاء القطع الزائد بالقاط، انطلاقاً من الدائرة، في مذكرته: «في رسم القطوع الثلاثة» في: أبو اسحق ابراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة الحراني: وسائل ابن السنان (جبرلياد - الدكن: دائرة المعارف العثمانية، ١٩٤٨)، ص ١ - ١١، ووسائل للمخطرة (الكويت: دار نشر سميدان، ١٩٨٣)، ص ٤١ - ٥٠. كما أنشأ السجزي، معاصر ابن سهل، القطع الزائد القلائم، في مذكره عامة عن الخط المقارب لهذا المنحني، انظر: Rushdi Rashid, «Al-Sijzi et Maimonide: Commentaire mathématique et philosophique de la proposition 11-14 des coniques d'Apollonius», *Archives Internationales d'histoire des sciences*, vol. 37, no. 119 (1987).

كما كتب كل من القزويني والسجزي مقالة عن البركار التام حيث يتناولان الرسم المتواصل للقطع الزائد. انظر: «Analyse et extrait d'un recueil de constructions géométriques par Aboul Wafā», Woepcke, كما تعلم أن اللين أتوا بعد ابن سهل، كابن الهيثم، تناولوا هذه المسألة بالدراسة.

حيث تكون  $n$  قرينة انكسار البلور المستعمل.

لتكن  $M$  نقطة على الدائرة  $(A, AK)$  بحيث تكون الزاوية  $AML$  منفرجة،  
 $N$  نقطة على المستقيم  $AM$  بحيث إن  $\angle MLN = \angle LMN$ ؛ فيكون  $NM = NL$  و  
 $NA - NL = AM = AK$ ؛ ويكون بذلك موضع  $N$  على القطع الزائد ذا  
الرأس  $B$  واليورتين  $A$  و  $L$ ، وكعادته، لا يسمي ابن سهل القطع المخروطي باسمه  
في هذه المرحلة. فهو يريد إنشاء القوس  $BN$ ، وهو قوس زائدي، وطريقته في  
ذلك مستوحاة مما سبق وقام به بالنسبة إلى القطعين المخروطيين الآخرين.

لتكن  $A$  في وسط مقطع  $OP$  عمودي على  $AB$  بحيث إن  $OP \leq AB$  و  $OP$  و  $KL$   
 $\leq$  (الشكل رقم (١٤) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية) وعلى  
الخط الموازي إلى  $AB$  والممتد من  $O$ ، نسقط عمودياً  $L$  و  $B$  في  $U$  و  $X$  على التوالي  
ونضع  $V$  و  $Q$  بحيث يكون  $UV = OQ$  (طول كفي)؛ ثم نضع مقطعاً آخر غير  
محدد  $LN > UT$  ونرسم الدائرتين  $(A, AO)$  و  $(B, BX)$ .

نضع  $U'$  على العمودي في  $L$  على  $LN$ ، بحيث يكون  $LU' = LU$ ، ثم نرسم  
 $O'A'$  قطعاً للدائرة  $(A)$  موازياً على  $LU'$ . وليكن  $U'B_e$  عمودياً على  $A'I'$  بحيث  
يكون  $U'B_e = OQ$ ؛ ولتكن النقاط  $B_e, B_o, B_a$  على العمودي في  $U'$  على  $LU'$ ،  
بحيث يكون  $U'B_e = OQ$  و  $U'B_o = LN$  و  $U'B_a = UT$ .

ثم نرفع من النقاط  $Q, V, B_a$  و  $B_o$  مقاطع متساوية وعمودية على المستوي  
:ALM

$$QR = VW = B_e B_o = B_e B_r$$

فنحصل إذاً على:  $AL = OU = VQ = RW = IU' = B_e B_o = B_e B_r$ .

وتكون الدائرة  $(N)$  ذات المركز  $N$  والمساوية لـ  $(A)$  مماسة في  $B_o$  على  $U'B_o$  (إذ  
كون  $NLU'B_o$  مستطيلاً فإن  $AI' = LU' = NB_o$ ).

لنرسم  $PZ$  مماساً مشتركاً على الدائرتين  $(A)$  و  $(B)$ ، كما نرسم المقطع  $BgB_h$   
مماساً مشتركاً على  $(A)$  و  $(N)$ ؛

ف نجد:  $NS = B_e B_o$  و  $LN = U'B_o$  و  $AN = BgB_h$  و  $PZ = AB$ .

ولنبرهن للمعادلتين التاليتين:

$$B_g B_h + B_c B_d = PZ + XT \text{ (المعادلة (1))}$$

$$\text{بما أن: } B_g B_h + B_c B_d = AN + NS = AK + MN + NS$$

وكذلك:  $MN + NS = LS = UT = LB_1$  حيث  $B_1$  تمثل الإسقاط العمودي لـ  $T$  على  $AB$ . فنستخلص أن:

$$AN + NS = B_g B_h + B_c B_d = AK + LB_1$$

$$= AK + LB + BB_1 = AB + BB_1 = l,$$

وكما أن لكل نقطة من نقاط القطع الزائد:

$$^{(31)} AN + NS = AB + BB_1.$$

لكن  $AB = PZ$  و  $BB_1 = XT$  وتصبح المعادلة (1) مثبتة.

من جهة أخرى، فإن  $\widehat{B_h B_c} = \widehat{B_g I'}$  لأن  $B_h NB_c = B_g AI'$ ، وكذلك نصف دائرة  $\widehat{O'PB_g} + \widehat{B_g B_c}$ .

المعادلة (2):

$$\widehat{O'B_g} + B_g B_h + \widehat{B_h B_c} + B_c B_d = PZ + \text{نصف دائرة} + XT = l + p$$

حيث  $p$  تمثل نصف محيط إحدى الدائرتين.

نلاحظ أن الدائرتين (A) و (B) لا تتقاطعان، لأن  $AB \geq OP$ . كما نلاحظ من ناحية أخرى أن:  $AN > AB$ ، وهذه ميزة خاصة بالقطع الزائد، يبرهنها ابن سهل بالخلف؛ فيحصل بالتالي على:  $AN \geq OP$ ، ولا تتقاطع الدائرتان (A) و (N).

وينطلق ابن سهل من المعادلة (2) ليصمم جهازاً قادراً على رسم متواصل

(31) وبالعكس، لدينا:

$$AN + NS = AB + BB_1 \rightarrow AN + NS - LS = AB + BB_1 - LB_1$$

فنحصل إنفاً على:  $AN - NL = AB - BL$ .

للقوس الزائدي BN. يتألف هذا الجهاز من قسمين كل منهما متماسك: يدور القسم الأول منه حول النقطة الثابتة A. وهو يتألف من نصف دائرة يحدها القطر OP، ومن المقطعين OQ و RQ. وهذا الأخير عمودي على المستوي LAO. أما القسم الثاني فيدور حول النقطة الثابتة L وهو مؤلف من كوس صلب LUT، ومن مقطع VW عمودي على المستوي LUT؛  $QR = VW$  و V موجودة على UT، بحيث يكون  $OQ = UV$ . ويتصل هذان القسمان في ما بينهما بقضيب RW، يلعب دور الساعد<sup>(٣٢)</sup>، فيؤدي دوران القسم الثاني حول L (الشكل رقم (١٤)) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية) إلى دوران القسم الأول بزاوية مساوية حول A.

بعد ذلك يتناول ابن سهل جزءاً متحركاً يتألف من الدائرة (B) التي تلعب دور البكرة، ومن حزام مثبت في P و T يلتف حول الدائرة (B) ويكون طول دورته PZXT ثابتاً يساوي  $(l + p)$  بموجب المعادلة (2).

فإذا دفعنا الدائرة (B) شرط أن يبقى الحزام مشدوداً، فإن (B) تدفع بدورها الكوس الصلب TUL، ليدور هذا الأخير حول النقطة الثابتة L ساحباً كل الجهاز المتماسك، بينما يبقى القضيب RW موازياً إلى AL. وعندما تتطابق B مع N، يأخذ الكوس LUT وضع  $LU^*B^*$ ، وتأتي P إلى O'، ليأخذ الحزام بذلك وضع  $B^*PB^*B^*$  (الشكل رقم (١٤)) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية؛ وهكذا يرسم مركز البكرة B في هذا الانتقال القوس BN.

بما أن M هي نقطة التقاء المستقيم AN بالدائرة (AK)، فإن  $NM < NK$  وبالتالي فإن  $NL < NK$ . وهكذا، ففي المثلثين NBL و NBK تكون  $LBN < KBN$ ، والزاوية LBN هي بالتالي حادة. أما موقع العمود الساقط B<sub>1</sub> من النقطة N على AB فهو إذاً على نصف المستقيم BL. يبرهن ابن سهل في ما بعد بالخلف أن المستقيم NB<sub>1</sub> لا يلتقي القوس BN إلا في النقطة N<sup>(٣٣)</sup>. ويدوران الشكل المحدد بالقوس BN والمقطعين BB<sub>1</sub> و NB<sub>1</sub>، حول المستقيم BB<sub>1</sub>، يتولد جسم يُفترض أن يُصنع من البلور المدروس سابقاً.

(٣٢) الساعد Bielle هو قضيب يستعمل لتحويل الحركة المتوازية إلى حركة رحوية (الترجم).

(٣٣) البرهان بالخلف يرجع إلى الشكل رقم (١٥) من النص الأول، (انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

وما إن ينتهي من الرسم التواصلي للمنحنى المميز بالخاصة (2) - وهو قطع زائد - حتى ينكبّ ابن سهل على دراسة الخاصة الانكسارية من دون الالتفات لبرهنة كونه قطعاً زائداً. فيبرهن القضية التالية:

قضية: «إن أشعة الشمس الموازية لـ  $BB_0$  والساقطة على الجانب ( $B_0$ ) تعبر هذا الجانب من دون انحراف، لتسقط على السطح الزائدي ( $B$ )، فتتكسر عنده باتجاه النقطة «A».

لبرهنة هذه القضية يأخذ ابن سهل على السطح الزائدي نقطة  $B$  على المحور، ومن ثم نقطة أخرى خارجه، ويدرس في كلتا الحالتين المستوي المماس ومسار شعاع الضوء.

لنبداً بالنقطة  $B$ : القوس  $NBB_0$  في المستوي  $BLN$  وهو قوس زائدي رأسه  $B$  (الشكل رقم (١٦) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

وليكن  $BB_0'$  عمودياً على  $BL$ ؛ يبرهن ابن سهل بالخلف أن  $BB_0'$  هو مماس في  $B$  على القوس  $NBB_0'$  وأنه المماس الوحيد في هذه النقطة. ثم ينتقل إلى المستوي العمودي على المستوي  $BLN$ ، الحاوي على المستقيم  $BB_0'$ ، فيبرهن أنه مماس في النقطة  $B$  على السطح ( $B$ ) وأنه المستوي المماس الوحيد في هذه النقطة.

وأخيراً يبرهن ابن سهل - بالخلف - أن المستقيم  $AL$  لا يلتقي مع السطح ( $B$ ) إلا في النقطة  $B$  فقط.

وهكذا فإن ضوء الشمس يمتد إذاً في البلور باتجاه  $B_0$ ، ومن ثم في الهواء باتجاه  $BA$ .

لنتنقل الآن إلى النقطة  $C_0$  مختلفة عن  $B$  (الشكل رقم (١٨) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). يشكل الخط  $BC_0$  التقاء المستوي  $BLC_0$  بالسطح ( $B$ ). يبرهن ابن سهل بالخلف أن النصف  $C_0$  للزاوية  $LC_0A$  هو مماس في  $C_0$  لهذا الخط، وأنه المماس الوحيد (الشكل رقم (١٩) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

كما يبرهن أخيراً أن المستوي العمودي على المستوي  $ALC_0$ ، والمأخوذ من المستقيم  $C_0$ ، هو مماس إلى السطح ( $B$ ) في النقطة  $C_0$ .

لتكن حالياً  $C_1$  ملتقى  $AC_0$  مع الدائرة ( $A, AK$ )، يلتقي المستقيم  $LC_1$  مع

المماس في النقطة  $C_1$ ، وهو بدوره عمودي في هذه النقطة على المستوي المماس (الشكل رقم (٢٠) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). إن الموازي للأخوذ من  $C_8$  على  $AL$  يقطع المستوي  $(B_1)$  في  $C_{10}$ ، كما يقطع المستقيم  $LC_1$  في النقطة  $C_v$ ؛ عندها يتج أن:

$$\frac{C_8 C_1}{C_8 C_v} = \frac{AC_1}{AL} = \frac{AK}{AL};$$

ولكن، استناداً على الافتراض:

$$\frac{AK}{AL} = \frac{CE}{CH},$$

نحصل على:

$$\frac{C_8 C_1}{C_8 C_v} = \frac{CE}{CH} = \frac{1}{n}.$$

ومن ناحية أخرى يبرهن ابن سهل بالخلف أن  $C_8$  هي نقطة التلاقي الوحيدة للسطح  $(B)$  مع المستقيمين  $C_8 C_v$  و  $AC_8$  (الشكل رقم (٢١) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

وهكذا فإن الشعاع الشمسي الموازي لـ  $AL$ ، يسقط على المستوي  $(B_1)$  في  $C_v$ ، ويدخل في الجسم لينتشر باتجاه  $C_8 C_v$ ؛ فينكسر في  $C_8$  على السطح  $(B)$  وينتشر في الهواء باتجاه  $C_8 A$ . وهذه حالة كل شعاع شمسي يسقط على الجانب  $(B_1)$ .

### العدسة محدبة الوجهين

ينتهي ابن سهل دراسته بإنشاء عدسة محدبة بجزءين من مجسمين زائدين دورانيين حول المحور نفسه، مصنعة من البلور نفسه للعدسة السابقة. ويستعمل هنا لهذا الانشاء النتيجة التي أثبتها خلال دراسته العدسة المستوية المحدبة مفترضاً مبدأ الرجوع العكسي للضوء (العودة المتطابقة). وتظهر العدسة محدبة الوجهين للنشأة هنا وكأنها تصاق علمتين مستويتين محدبتين.

وكالسابق، يأخذ ابن سهل على خط مستقيم قسمة  $A, K, B, L$  شبيهة بالقسمة  $C, I, J, H$ ، ليقربها بقوس  $BM$  من قطع زائد رأسه  $B$  ويؤرثاه  $A$  و  $L$ . ثم يأخذ قسمة أخرى  $N, O, S, P$  شبيهة بالقسمة  $C, I, J, H$ ، فيقربها بقطع زائدي رأسه النقطة  $S$  ويؤرثاه  $P$  و  $N$  (الشكل رقم (٢٢) من النص الأول، انظر ملحق

الأشكال الأجنبية). فنحصل على ما يلي:

$$\frac{CI}{CH} = \frac{NO}{NP} = \frac{AK}{AL} = \frac{1}{n},$$

و  $n$  هي قرينة انكسار البلور نسبةً للهواء.

إن المنصف MQ للزاوية AML هو مماس على المنحني BM في النقطة M.

لتكن R على AM بحيث  $MR = ML$ ، (وبالتالي  $AR = AK$ )؛ يلتقي عندئذ MQ مع LR في X بزاوية قائمة، فتكون LQX هي زاوية حادة.

وكذا الأمر مع المنصف UT للزاوية NUP، فهو مماس للمنحني SU، والزاوية PTU هي حادة. وهكذا فإن المستقيمين MQ و TU يتلاقيان ولتكن V نقطة التقائهما.

يلتقي المنحني BM مع الخطوط المستقيمة QB و QM و TV في نقطة واحدة فقط، هي بالتوالي B و M و W. ولا يلاقي المنحني SU المستقيم TV إلا في U؛ وهو يلاقي المنحني BW في النقطة Z.

لنثبت المستقيم BS، ولندير حوله السطح المحدد بالقرسين BZ و ZS وبالمستقيم BS، فترسم النقطة Z الدائرة ZU'؛ ونحصل على الجسم BZSU' ليُصنع حينذاك من البلور.

قضية: إن الأشعة الضوئية المنبثقة من النقطة N، والساقطة على السطح ZSU' تدخل العدسة وتلتقي السطح ZBU' ومن ثم تنتشر لتتلاقى في النقطة A فتُشعلها.

يبدأ ابن سهل بدراسة حالة النقطة S. إن الخط المستقيم NS يلتقي سطح الجسم المضيء في النقطة I'. فإذا بالشعاع I'S، المنتشر في الهواء، يدخل هذا الجسم في النقطة S، ويتشر باتجاه SB، ليخرج من النقطة B ويتشر باتجاه BA.

ثم يواجه حالة أية نقطة O' مختلفة عن S. إن المستوى BSO' يقطع سطح الجسم باتجاه  $SO'B_2$  (إذ إن  $B_2$  هي وضعية للنقطة Z، كما أن القوس  $SO'B_2$  هو وضعية للقوس SZ، أما القوس  $B_2B$  فهو وضعية للقوس ZB)؛ ولكن على افتراض أن  $O'B_2$  مواز لـ BS، وليكن  $B_2$  ملتقى المستقيم NO' مع سطح الجسم المضيء. وهكذا فإن الضوء المنبثق من النقطة  $B_2$  سيتشر في الهواء

باتجاه  $B_2O'$ ، فيخترق البلور في النقطة  $O'$ ، وينتشر باتجاه  $O'B_2$  ليعود ويخرج من  $B_2$ ، ثم يعود ليتشر باتجاه  $B_1A$ .

إذا فإن حزمة أشعة صادرة عن منبع ضوئي  $N$  تنكسر أولاً على الجانب  $S$  وتتحوّل إلى حزمة أشعة متوازية (أسطوانية) لتسقط بدورها على الجانب  $B$  حيث تنكسر ثانية وتتحوّل إلى حزمة أشعة تتقارب في النقطة  $A$ .

\* \* \*

وهكذا فإن دراسة المرايا المحرقة هي التي قادت ابن سهل ليقوم بأولى الأبحاث حول الانكساريات. فانتظافاً من التساؤل عن الإشعال وعلى مسافة معينة بواسطة أشعة متوازية، أو منشقة من منبع ضوئي موجود بدوره على مسافة متناهية، لا عن طريق الانعكاس فحسب بل وبواسطة الانكسار كذلك، إذ به ينساق انسياقاً طبعياً إلى الخوض في البحث المتعلق بالانكساريات.

لكن قوة تملكه نظرية القطوع المخروطية، والتي تشهد بها «دراسته» إضافة إلى أعمال منحللها لاحقاً، جعلت ممكناً قيامه بأبحاثه حول انعكاس الضوء وأدت إلى ولادة هذا الفصل في العلوم.

وكما في البحث في المرايا المحرقة، ننطلق هنا من تطبيق البنى الهندسية، وخصوصاً تلك التي تقدمها نظرية القطوع المخروطية، على بعض الظواهر الضوئية للتوصل إلى الهدف التطبيقي المنشود ألا وهو: الإشعال انطلاقاً من منبع ضوئي، بعيداً كان أم قريباً.

وفي هذا النوع من المعرفة المرتبطة بإنشاء النماذج لا يكون الاهتمام مركّزاً على صياغة مفهومية للقواعد المثالية للظواهر والقوانين. فهو بالأحرى بحث عما يتضمنه من عناصر ضرورية للإجابة عن التساؤل التطبيقي. وفي هذا السياق، فإن الموضوع الجديد المتعلق بالانكساريات لا يختلف عما سبقه من دراسة للمرايا المحرقة إلا بدرجة تعقيد العناصر المستعملة ودقة البنى الرياضية المطبقة.

وهذا التشابه المعرفي بين البحث الانعكاسي في المرايا المحرقة، والانكساري في العدسات، يعيدنا إلى التأكيد أن الثاني هو امتداد للاول، مع فارق في خصائص استعمال الطرق المتعلقة بالنماذج لكلا الموضوعين.

فليس من المستغرب إذاً هذا التشابه في أسلوب المعرفة: أسلوب يرتكز على



أساس هندسي في كلتا الحالتين.

• فالرياضي لا يجد نفسه ملزماً بانتقاء مذهب معين حول طبيعة الضوء مثلاً، أو حول أسباب الانعكاس أو الانكسار. وهذا هو واقع ابن سهل على ما يتبين لنا من خلال ما وصلنا منه من مخطوطات: ينحصر اهتمامه الأوحى في عملية الإشعال، فإذا بدراسته محض هندسية. فالتجربة على الرغم من وجودها الطبيعي لا تشكل مطلقاً جزءاً من البرهان نفسه. فلا يتخطى ابن سهل بذلك حدود بناء النموذج وإنشائه اللازمين لصنع العدسة، وبالتالي لتحقيق مراده بالإشعال. فإذا به يسهم في تحسين الدراسة الهندسية وتطويرها، تاركاً للاستعمال اللاحق تفحص القيمة التطبيقية لهذا النموذج المستحدث ومدى فعاليته...

يوضح هذا التحليل المقتضب، فحوى اكتشاف ابن سهل وبداية علم الانكساريات، إذ إننا الآن بتنا قادرين على فهم هذا الاهتمام المتجدد بدراسة الانكسار: إنها المرة الأولى، منذ كتاب المناظر لبطليموس، التي نواكب فيها تقدماً ملموساً ومهماً في هذا المضمار.

فابن سهل، كقارىء للمؤلف الاسكندري المذكور ومحلل له في الآن معاً، كان يعلم أن الشعاعين الساقط والمنكسر يقعان في مستو واحد مع الناقص، كل واحد في جهة منه. كما كان يعلم مبدأ الرجوع العكسي (العودة التطابقة) للضوء. ويضيف إلى كل هذا قانون سنيلليوس، الذي توصل إلى اكتشافه بنفسه.

فلقد أدخل ابن سهل، وكما يتنا سابقاً، نسبة الشعاع المنكسر إلى المسافة ما بين الصورة ونقطة السقوط (CE/CH) طوال دراسته، كنسبة ثابتة تحدد وسطاً ما بالنسبة إلى الهواء.

• لكن ابن سهل لم ينظر بالمقابل، عند دراسته العدسات، إلا إلى نوع واحد من الأشعة، ألا وهي الموازية للمحور في حالة العدسة المستوية المحدبة، أو المنطلقة من بؤرة أحد الجانبين الزائدين في حالة العدسة محدبة الوجهين؛ ليحصل بذلك وفي كلتا الحالتين على تجمع الضوء المنكسر في نقطة واحدة من المحور.

من جهة أخرى، لا يولي ابن سهل أي اهتمام بصياغة ما يتركز ضمناً عليه من قوانين وقواعد فيزيائية. فغياب هذه الصياغة، وإن كان لا يسمح مطلقاً بالشك في إحاطة ابن سهل بها، ليس عرضياً: إنه نابع، كما يبدو لنا، من غياب التساؤل حول الأسباب الفيزيائية لعملية الانكسار؛ فنصوص ابن سهل لا تظهر أية

محاولة لتفسير أشكال انتشار الضوء. ويختلف الأمر تماماً عندما يعالج المسائل المتعلقة بصورة جسم ما من خلال العدمية، إذ لا يمكننا عندئذ تجنب الصعوبات المتعلقة بتسليد النظر أو بالزيف البصري. فهذه المسائل التي لم يتعرض لها ابن سهل في «رسالته»، ستبرز لتأخذ عند خلفه ابن الهيثم حيزاً مهماً، فتقوده إلى تحديد جديد للعلاقات بين شروط الابصار، وشروط انتشار الضوء.

يشير اكتشاف «مقالة» ابن سهل هذه جملة تساؤلات حول العلاقات التي قامت بين ابن الهيثم وسلفه، إذ من المستغرب حقاً أن تبقى مساهمة كهذه، وهي فعالة في تاريخ البصريات ورائعة في زمانها من دون وريث. كما قد لا يقل غرابة إن أتى نتاج بثورية نتاج ابن الهيثم من دون أن تمهد له أعمال عظيمة سابقة له.

يبقى علينا إذاً التساؤل عن مصير هذه المعرفة في تاريخ علم الانكساريات في مرحلة ما بعد ابن سهل، أي في انجازات ابن الهيثم في هذا المجال...

الفصل الثاني  
الأبحاث الانكسارية  
عند ابن الهيثم والفارسي



تفرض أعمال ابن سهل البصرية، وبصورة خاصة رسالته الحراقات، إعادة سبك لمعرفتنا بعلم الانكساريات عشية مساهمة ابن الهيثم<sup>(١)</sup> الرئيسة. إذ لم يعد جائزاً تقديم هذا الإنجاز كامتداد لكتاب المناظر لبطليموس وحده ويشكل ما في تعارض معه، إذ يرسم القادم الجديد هيكلأً جديداً للإطار الذي من دونه يبدو تراث ابن الهيثم معزولاً في التاريخ. وبإستطاعتنا منذ الآن، إدراك نتيجة لهذا الوضع الجديد، وطرح تساؤل كان متعذراً طرحه سابقاً. ففي المقام الأول تكشف لنا معرفتنا بأعمال ابن سهل مواضيع بحث درسها ابن الهيثم ولكنها غابت عن أذهان المؤرخين الذين لم يلقوا بنظرهم إلى دراساته حول الكواسر والعدسات إيماناً منهم بإتتمام دراسات كهذه إلى عصر بعيد لاحق.

أما السؤال الذي يطرح نفسه حالياً، فإنه يتعلق بقانون سنيلليوس: إذ على الرغم من اكتشاف ابن سهل له، لم يأخذ به ابن الهيثم، مفضلاً العودة إلى النسب بين الزوايا. فلماذا اختار هذا المجدد موقفاً محافظاً حيال هذه النقطة؟

هذان الموضوعان سيكونان شغلنا الرئيسي في هذا الفصل.

من المعروف أن المقالة السابعة من كتاب المناظر لابن الهيثم مخصصة

(١) بشأن حياة ابن الهيثم وأعماله البصرية، انظر: E. Wiedemann «Ibn al-Haytham, ein Arabischer Gelehrter.» *Festschrift für J. Rosenthal* (Leipzig) (1906);

مصطفى نظيف، الحسن بن الهيثم، بحوثه وكتوفه البصرية، ٢ ج (القاهرة: جامعة فؤاد الأول، ١٩٤٢-١٩٤٣)؛ Matthias Schramm, *Ibn al-Haythams Weg zur Physik*, Boethius; Texte und Abhandlungen (1٩٤٣ zur Geschichte der Exakten Wissenschaften; Bd.1 (Wiesbaden: Frij Steiner, 1963), and A.I. Sabra, «Ibn al-Haytham» in: *Dictionary of Scientific Biography* (New York: Scribner's Sons, 1972).

للانكسار. ولا يمكن القيام بدراسة دقيقة كاملة للانكساريات عند ابن الهيثم من دون إخضاع هذه المقالة لفحص مفضل يملأ مجلداً كاملاً. وقد قام مصطفى نظيف<sup>(٢)</sup> بالجزء الأكبر منه. غير أن مشروعنا هنا أقل شمولية، إذ إننا ننوي التطرق إلى أكثر أبحاث ابن الهيثم الانكسارية تقدماً، أي تلك التي هي في المقالة السابعة هذه أو في غيرها، وقد خصصها المؤلف للكواسر والعدسات. لذلك سنكتفي من مجمل دراسته في الانكسار، بعرض مختصر جداً لأكثر الاستنتاجات أهمية، بغية الإحاطة بها؛ فلنذكر أولاً بها.

بادئ ذي بدء، يبرهن ابن الهيثم في المقالة السابعة هذه، بوجود الشعاعين الساقط والمنكسر، والناظم في نقطة الانكسار، في المستوى نفسه. كما يبرهن بأن الشعاع المنكسر يقترب من الناظم إذا نفذ الضوء من وسط أقل كمةً إلى وسط أكثر كمةً، والعكس صحيح.

وكما رأينا سابقاً، فقد صيغ هذا القانون، عند ابن سهل وعند بطليموس كذلك على نحو معين. ولكن فجوة في الأسلوب تنشأ ما بين ابن سهل وابن الهيثم، فجوة تعود إليها لاحقاً: فلكونه هندسياً فقط، يكتفي الأول بالصياغة النظرية للقانون وتطبيقاته، بينما يعمل الثاني على التحقق منه بالتجربة؛ وفي حين يتابع الهندسي فيصل إلى قانون سنيلليوس، يكتفي الفيزيائي بالنسب بين زوايا السقوط وزوايا الانحراف، ليصوغ لها القواعد ويمحصها بالتجربة. يحدث كل هذا وكان الضرورة التجريبية لذلك العصر تستلزم تفهقراً نظرياً، وسنعود إلى هذه الملاحظة لاحقاً. أما الآن فنذكر بهذه القواعد التي أوردها ابن الهيثم:

١ - تتغير زوايا الانحراف  $d$  بشكل مباشر مع زوايا السقوط  $i$ : فإذا كانت  $i > i'$  في وسط  $n_1$ ؛ يكون  $d > d'$  في الوسط  $n_2$ .

٢ - إذا زادت زاوية السقوط بمقدار ما، تزيد زاوية الانحراف بمقدار أقل: إذا كان  $i' > i$  و  $d' > d$ ، يكون معنا  $i - i' < d - d'$ .

٣ - تزيد زاوية الانكسار بزيادة زاوية السقوط: فإذا كانت  $i > i'$ ، نحصل على  $r > r'$ .

(٢) نظيف، المصنف نفسه، ص ٦٨٢ - ٨٥٦. وانظر أيضاً بشكل خاص مقدمة الجزء الثاني من:

Rusbdī Rashīd, *Mathématiques infinitésimales aux IX-X<sup>èmes</sup> siècles*.

٤ - إذا نفذ الضوء من وسط أقل كمةً إلى وسط أكثر كمةً،  $n_1 < n_2$ ، يكون معنا  $d < i/2$ ؛ وفي الانتقال المعاكس، يكون معنا  $d < (i + d)/2$  ونحصل على  $i > 2d$ .

٥ - يستعيد ابن الهيثم القواعد التي نصّها ابن سهل في رسالته البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء ويؤكد أنه، إذا دخل الضوء انطلاقاً من وسط  $n_1$ ، بحسب زاوية السقوط نفسها، إلى وسطين مختلفين  $n_2$  و  $n_3$ ، عندها تختلف زاوية الانحراف  $d$  لكل من هذين الوسطين، بحسب اختلاف الكمة. فتكون مثلاً  $d_2 > d_3$  إذا كانت  $n_3$  أشد كمةً من  $n_2$ ، أو إذا كانت  $n_1$  أشد كمةً من  $n_2$  التي هي أشد كمةً من  $n_3$ .

خلافًا لما اعتقده المؤلف عند صياغتها، ليست جميع هذه القواعد الكمية صحيحة بوجه عام<sup>(٣)</sup>. فهذا هو شأن الحالتين الثانية والرابعة. يبقى أن نذكر أنها جميعاً تصمد أمام الفحص التجريبي ضمن حدود الظروف التجريبية التي استخدمها ابن الهيثم في الأوساط الثلاثة، الهواء والماء والزجاج، ويزوايا سقوط لا تتعدى  $٨٠^\circ$ .

٦- يصوغ ابن الهيثم أخيراً مبدأ الرجوع للمعكس (العودة المتطابقة) الذي عرفه أسلافه وطبقوه<sup>(٤)</sup>.

هكذا يمكن نص قواعد الانكسار كما استعملها ابن الهيثم. فلنأت الآن إلى دراساته عن الكواكب والعلسات.

Rushdi Rushid, «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française (٣) critique», *Revue d'histoire des sciences*, no. 21 (1968), pp. 202-204.

اقرأ على صفحة ٢٠٣، ٦٤٨، بدلاً من ٦٤٨، وعلى ص ٢٠٤  $\sin r$  بدلاً من  $2$ .

(٤) وبالفعل وجئنا هذا المبدأ عند ابن سهل وعند بطليموس قبله، انظر: *Claudius Ptolemaeus, L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile*, éd. par Albert Lejeune, Université de Louvain, recueil de travaux d'histoire et de philologie; 4 sér. fasc. 8 (Louvain: Bibliothèque de l'université, bureaux du recueil, 1956), pp. 242-243, et Albert Lejeune, «Recherches sur la catoptrique grecque, d'après les sources antiques et médiévales», *Mémoires de l'Académie Royale de Belgique. Classe des sciences*, vol. 52, no. 2 (1957), p. 158.

أما بالنسبة إلى ابن سهل فإنه يستعمل في أبحاثه، كدراسته في العذبة الوجهين مثلاً، هذا المبدأ الموجود في المقالة الخاصة من كتاب المناظر لبطليموس والذي تضمه بنفسه.

## أولاً: الكاسر الكروي

يعالج ابن الهيثم الكاسر الكروي في المقالة السابعة من مؤلفه كتاب المناظر. ونلاحظ أولاً أن هذه الدراسة تندمج في الفصل المخصص لمسألة الصورة، وليست بالتالي مستقلة هنا عن مسألة الرؤية. يميز ابن الهيثم حالتين، بحسب موضع النبع، وهو نقطة ضوئية على مسافة متناهية، تكون إما من الجهة المقفرة أو من الجهة للحلبة لسطح الكاسر الكروي.

لتفحص هذين الوضعين تبعاً، بدءاً بالحالة التي يأتي فيها الضوء المنكسر من نقطة  $B$  موجودة في الوسط الأكثر كمةً، نحو نقطة  $A$ ، موجودة في الوسط الأقل كمةً، ويكون منحذب الكرة لجهة  $A$ .

لتكن  $G$  مركز الكرة. يذكر ابن الهيثم أن انكسار شعاع منطلق من  $B$  وينكسر نحو  $A$ ، يحتم وجود النقاط  $A$ ،  $B$  و  $G$  في مستوى متعامد مع السطح الكروي. فإذا كانت النقاط  $A$ ،  $B$  و  $G$  موجودة على الخط المستقيم نفسه، فكل مستوى يمر في  $AB$  يفي بشروط المسألة؛ أما إذا كانت غير ذلك، فإنها تحدد مستويًا قطريًا، وبالتالي متعامدًا مع السطح الكروي.

يتفحص ابن الهيثم، تبعاً، حالتين تبعاً لانتفاء النقطتين  $A$  و  $B$  إلى القطر نفسه أو عدم انتمائهما له. لنفترض أولاً أن  $A$  و  $B$  هما على القطر  $CD$  نفسه. يبرهن حينذاك ابن الهيثم أن  $BC$  وحده ينفذ إلى  $A$  من دون أن ينكسر؛ وعندما تكون  $B$  على  $[C, D]$ ، فإنها لا ترى إلا من النقطة  $C$  باتجاه  $BCA$ . ولإثبات هذه النتيجة، يعرض الحالات التالية:

إذا كانت  $B = G$ ، فكل شعاع منطلق من  $B$  هو عمودي على الكرة ولا ينكسر؛ وشعاع  $BC$  وحده يمتد إلى العين  $A$ .

إذا انتمت  $B$  إلى  $G, C$ ، ينكسر أي شعاع  $BB$  مبتعداً عن الناظر باتجاه  $EO$  ولا يمر في  $A$  (الشكل رقم (١) من النص الخامس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

إذا انتمت  $B$  إلى  $G, D$ ، عندها لا ينكسر  $BE$  نحو النقطة  $A$ . لبرهان هذه الحالة، يفترض ابن الهيثم أن  $BE$  ينكسر في  $E$  طبقاً لـ  $EA$ ؛ فتكون زاوية الانحراف  $d = KEA$  في هذه الحالة تكون زاوية خارجية للمثلث  $EBA$ ، وتكون بالتالي



$\angle KEG > \angle KBG$  . لكن  $GE > GB$  ، أي إن:  $\angle BEG > \angle EBG$  ، حيث إن:  $\angle BEG > \angle KEA$  ؛ وهذا يعني أن  $i > d$  ؛ حيث إن:  $\angle IBA = r = d + i$  ؛ وهذه النتيجة هي ، بنظر ابن الهيثم ، مستحيلة ، إذ برآيه أن  $i < d$  كما أشار سابقاً . نذكر مجدداً أن هذه النتيجة ليست عامة ، ولكنها صحيحة بالنسبة إلى وسطي ابن الهيثم الهواء - الزجاج ، حيث  $n = 3/2$  .

لنأت الآن إلى الحالة الثانية عندما لا تكون A و B على القطر نفسه . يأخذ ابن الهيثم B داخل الكرة (الشكل رقم (٢) من النص الخامس ، انظر ملحق الأشكال الأجنبية) . في هذه الحالة ، يكون المستوي DAB قطعاً ؛ إذا انكسر شعاع منطلق من B فاتجه نحو A ، يكون بالضرورة في هذا المستوي .

يعمل ابن الهيثم على برهان أنه إذا انكسر شعاع BE واتجه نحو A يكون وحيداً . قبل أن نعلق على هذا التأكيد لتعد برهان ابن الهيثم .

لنفترض وجود شعاع آخر BM ينكسر في M مختلفة عن E ويتجه نحو A . يقطع الشعاع GE الشعاع BM في S . لتكن H و N على امتداد BE و BM على التوالي ؛ ويكون معنا إذا :

$$\begin{aligned}\angle BEG &= \angle HEI = i, \quad \angle HEA = d, \quad \angle GEA = \pi - r, \quad \angle BEA = \pi - d. \\ \angle BMG &= \angle NML = i_1, \quad \angle NMA = d_1, \quad \angle GMA = \pi - r_1, \\ \angle BMA &= \pi - d_1.\end{aligned}$$

لنأخذ المثلثين BEA و BMA ،

إذا  $i = i_1$  ، عندئذ  $d = d_1$  ، وبالتالي  $\angle BEA = \angle BMA$  ، وهذا مستحيل ؛

وإذا  $i_1 < i$  ، عندئذ  $d_1 < d$  ، وبالتالي  $\angle BMA > \angle BEA$  ، وهذا مستحيل<sup>(٥)</sup> ؛

---

(٥) يفترض البرهان بأن تكون النقطتان E و M من الجهة نفسها بالنسبة إلى المستقيم BA ؛ يقطع BM عند E في R :

$$\begin{aligned}\angle BEA &= \angle BRA - \angle EBR \\ \angle BMA &= \angle BRA + \angle MAE \\ \angle BEA &< \angle BMA \quad \text{فكون إذا :}\end{aligned}$$

وإذا كانت  $i_1 > i$ ، عندئذٍ  $\angle HBI > \angle NML$  أو  $\angle GEB > \angle GMB$ ،  
ولذلك  $\angle MGE > \angle MBE$ ، إذ لدينا في المثلثين  $BES$  و  $MGS$ :

$$\angle MGE - \angle MBE = \angle GEB - \angle GMB$$

$$\text{أو } \angle GMB + \angle MGE = \angle GEB + \angle MBE$$

لذلك:  $\angle MGE = \widehat{EM}$  و  $\angle MBE = 1/2 (\widehat{EM} + \widehat{PO})$ .<sup>(٦)</sup>

فإذا كانت  $\angle MGE > \angle MBE$ ، يصبح  $\widehat{2EM} > \widehat{EM} + \widehat{OP}$

$$\text{و } \angle MGE - \angle MBE = 1/2 (\widehat{EM} - \widehat{PO}) < 1/2 (\widehat{EM} + \widehat{PO})$$

ونحصل حينئذٍ على:

$$\angle GEB - \angle GMB < \angle MBE \text{ و } \angle MGE - \angle MBE < \angle MBE < \angle MGE$$

إذاً يكون معنا:  $\angle HBI - \angle NML < \angle MBE$  أي  $(i - i_1 < \angle MBE)$

لذلك  $\angle HEA - \angle NMA < \angle MBE$ ، لأن  $(d - d_1 < i - i_1)$ ،<sup>(٧)</sup>

وبالتالي:  $\angle AMB - \angle AEB = (\pi - d_1) - (\pi - d) = d - d_1 < \angle MBE$

وهذا أمر مستحيل لأن:  $\angle AMB - \angle AEB = \angle EMB + \angle EBM$

ويخلص إلى أنه لا يوجد شعاع غير  $BE$  ينطلق من  $B$  وينكسر نحو  $A$ .

(٦) يفترض هنا النقطة  $B$  في داخل الدائرة. أثبت ابن الهيثم للبرهنة المتعلقة بالزوايا الداخلية والخارجية للمائرة. انظر المقالة السابقة من: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، كتاب المناظر (توكاوي سري، أحد III، ٣٣٩٩)، المقالة الخامسة: استقبال، فائق، ٣٢٦١، ص ٧٥-٧٧.

(٧) لقد برهنا أن هذه التباينة غير مثبتة لجميع السقوطات. انظر: Rashid, «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique», pp. 202-203.

تكون زاوية السقوط إذاً لكل قرينة انكسار  $n < 1$  بحيث:

$$i < \arcsin \sqrt{\frac{4n^2 - 1}{3}}$$

هنا يعطي للحالة التي تهتمنا هنا:

$$(n = \frac{2}{3}) i < \arcsin \sqrt{\frac{7}{27}}$$

$$i < i_0 = 30^\circ 36' 32''.$$

$$i'_0 = \arcsin n.$$

$$n = \frac{2}{3}, i'_0 = 41^\circ 48'$$

$$i < 30^\circ 36' 32''.$$

$$30^\circ 36' 32'' < i < 41^\circ 48'.$$

أي أنها مشروطة بـ:

والحال أن زاوية الحد التي تقابل الشعاع المنكسر والمماس للكرة هي:

فيكون معنا في حال:

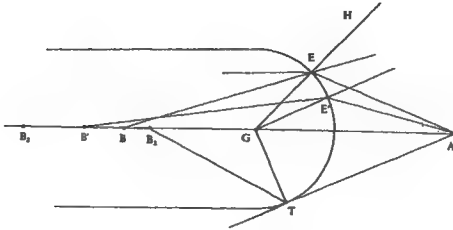
نفترض قاعدته ابن الهيثم:

ولكنها لا تعتبر المجال:

وهذه النتيجة ليست هي الأخرى صحيحة بوجه عام، بل تصحّ للقاط الواقعة على مقطع  $[B_1, B_2]$  من المستقيم  $AD$  <sup>(أ)</sup>. لنأخذ كائن الهيم حالة الزجاج،  $n > 1$ ؛ ولنفرض  $GA = l$ ،  $\alpha_1$  زاوية شعاع عماس للمكرة (الشكل رقم (٢ - ١)). لدينا  $l > R$  ولنكن  $\alpha = \angle GAE$  زاوية الشعاع  $AE$ ، لدينا  $(0 < \alpha < \alpha_1)$  ولـ  $\sin \alpha_1 = R/l$ . وترتبط الزاويتان  $\alpha$  و  $i$  التي تساوي الزاوية  $AEH$  بالعلاقة:

$$\frac{l}{\sin i} = \frac{R}{\sin \alpha};$$

الشكل رقم (٢ - ١)



(أ) انظر: المصدر نفسه، ص ٨٠ - ٨١، وللإشارة الإضافية للفتلة.

في المثلث AEG معنا  $i < \alpha$ .

لنفترض:  $GB = y$  و  $\angle EBG = \beta$  و  $\angle GEB = r$  و  $\omega = i - \alpha$  أي لدينا في المثلث EGB:

$$\frac{y}{\sin r} = \frac{R}{\sin \beta},$$

ونحصل بذلك على:

$$y = \frac{R \sin i}{n \sin \beta} = \frac{R \sin i}{n \sin (i - r - \alpha)} = \frac{R \sin i}{n \sin (d - \alpha)} = \frac{R \sin i}{n \sin (\omega - r)}.$$

إذا مالت  $i$  نحو  $\frac{\pi}{2}$ ، تميل  $\alpha$  نحو  $\frac{R}{1}$ ،  $\alpha_1 = \arcsin \frac{R}{1}$ ، وتميل  $\omega$  نحو  $\frac{\pi}{2} - \alpha_1$  وتميل  $r$  نحو  $\frac{1}{n}$ ،  $r_1 = \arcsin \frac{1}{n}$ ، وأخيراً تميل  $y$  نحو:

$$y_1 = \frac{R}{n \sin \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_1 - r_1 \right)} = \frac{R}{n \cos (\alpha_1 + r_1)}.$$

أما إذا مالت  $i$  نحو الصفر، فيكون معنا  $\frac{Ri}{1}$ ،  $\alpha \approx \frac{i}{n}$ ،  $r \approx \frac{Ri}{1}$ ،

وبالنتيجة تميل  $y$  نحو  $y_2 = \frac{R}{n - 1 - \frac{R}{1}}$ .

يسمى ابن الهيثم في الواقع إلى تفحص اتجاه تغير  $GB$  بالنسبة إلى  $\omega$ ، لدينا:

$$\frac{EB}{GB} = \frac{\sin \omega}{\sin r} \quad \text{و} \quad \frac{AE}{GA} = \frac{\sin \omega}{\sin i}$$

وبذلك تكون الكمية  $\frac{EB}{GB} \cdot \frac{GA}{AE} = \frac{\sin i}{\sin r} = n$  ثابتة.

إذا زاد القوس  $\omega = CE$ ، يزداد الطول  $AE$ ، وبالتالي تنقص  $\frac{GA}{AE}$  وتزيد الكمية  $\frac{EB}{GB}$ . ولكن:

$$EB^2 = R^2 + GB^2 + 2R \cdot GB \cos \omega$$

وهكذا فقيمة  $\frac{EB^2}{GB^2}$  تزيد مع زيادة  $\omega$ ، ولكن، بما أن  $\cos \omega$  ينقص حينها، فيزيد بالضرورة  $(R/GB)$ ؛ وزيادة  $\omega$  تستتبع بالتالي تناقص  $GB$ .

القيمتان القصويتان للزاوية  $\omega$  هما صفر و  $\omega_1$  بحيث تكون  $\omega_1 = \arccos R$ ،  
1، وتقابلهما القيمتان  $y_1$  و  $y_2$  اللتان تثبتان طرفي المجال  $[B_1, B_2]$ .

لنشر إلى أن الدالة  $y = f(\omega)$  هي دالة وحيدة التغير؛ لذا تقابل كل نقطة من  
المقطع  $[B_1, B_2]$ ، نقطة وحيدة E بحيث ينكسر BE تبعاً لـ EA.

يبدو أن ابن الهيثم استعمل هذه الخاصية، بالذات، في دراسة الكاسر  
الكروي من دون أن يعين المجال  $[B_1, B_2]$ .

غير أننا نستطيع أن نبرهن أن مجموعة النقاط B على المستقيم CD، حيث  
يوجد شعاع وحيد BE قابل للانكسار نحو A، تشكل مقطعاً  $[B_1, B_2]$  من هذا  
المستقيم. يقابل الطرف  $B_1$  زاوية السقوط  $i = 90^\circ$ ، وفي هذه الحالة يكون  
المستقيم AE مماساً للكرة في T. ويقابل الطرف  $B_2$  زاوية السقوط  $i = 0$  ونحصل  
عليها عندما يميل القوس CE نحو الصفر. إذاً تنقص المسافة GB عندما تبتعد E  
عن C. فعندما ترسم E القوس CT من C إلى T، ترسم B المقطع  $[B_2, B_1]$  من  $B_1$   
إلى  $B_2$ ، مقترنة بالتالي من G. وبالعكس، تقابل كل نقطة من هذا المقطع، نقطة E  
وحيدة بحيث ينكسر BE نحو A<sup>(٩)</sup>. ولكن لا يقابل النقطة B، الموجودة على AG  
أبعد من  $B_1$ ، أية نقطة E. إذاً انكسر الآن شعاعان BE و B'E ليمرا في A، فإنهما  
يتقاطعان في M التي يمكن أن تكون داخل الكرة أو عليها أو في خارجها. يقترن  
بنقطة الالتقاء M هذه نقطتان متميزتان E و E' تعطيان انكساراً نحو A، مما يوضح  
أن استنتاج ابن الهيثم للتحقق بنقطة B داخل الكرة غير دقيق. ومن المدهش، من  
جهة أخرى أن دراسة ابن الهيثم هذه، وأكثر من ذلك الحلول التي حصل عليها  
في دراسته الكرة المحرقة، ولا سيما تلك التي تمس وضع نقطة الانكسار  
الثانية<sup>(١٠)</sup>، لم توح مطلقاً إليه بإعادة النظر في هذا الاستنتاج على الأقل في  
الكتابات التي وصلت إلينا.

من جهة أخرى، فإن استنتاج ابن الهيثم القائل بوجود نقطة وحيدة E مقابل  
كل نقطة B بحيث إن BE ينكسر نحو A ليس عاماً، فهو خلافاً لما يؤكد، لا يصح  
إلا للنقاط B المنتمية إلى المقطع  $[B_1, B_2]$  من المستقيم AD. ويبدو بوضوح أن ابن

(٩) بالفعل يبرهن ابن الهيثم أنه إذا انكسر شعاع BE مراراً في A يكون هذا الشعاع وحيداً، ولكنه لا  
يبرهن في المقابل، أنه لكل نقطة محددة B، قرين مثل هذا الشعاع.

Rashid, Ibid., pp. 75 - 76,

(١٠) انظر:

انظر كذلك: القضية ٥ من الكرة المحرقة.

الهيم قد لس هذه الصعوبة في دراسة لاحقة. فهو يعود إلى دراسة النقاط B من المستقيم AD التي تقابل أقواساً CE قريبة من الصفر، ليقول بأن النقطة الواحدة A تقترن بنقاط عديدة، مقترناً بذلك من مقولة الزينج الكروي بالنسبة إلى النقطة A. ثم يؤكد فعلاً: «فيكون على خط د ب نقط كثيرة تمتد صورها إلى قوس ج ه وتنعطف إلى نقطة أ»<sup>(١١)</sup>.

هـ بعد دراسة الكاسر مباشرة، تأتي دراسة الصورة التي يعطيها هذا الكاسر بحسب ظروف الحالة الأولى. ويبرهن ابن الهيم عندئذ، أنه إذا انكسر الشعاع BE واتجه نحو A فلنقاط BE المختلفة صور مختلفة. ويمكن إيجاز ذلك كالتالي: إذا كان GB موازياً لـ EA، تكون صورة B في اللانهاية على EA، وإلا فيكون في نقاط مثل K أو U (الشكل رقم (٣) من النص الخامس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). ولتُشر أيضاً إلى أن بحثه الهندسي لنقطة التقاء الشعاع المنكسر EA بالشعاع GB وهو الناظم على الكرة، هو صحيح، على عكس النتائج الفيزيائية المستخلصة منه. ويرجع الخطأ كما يشرحه مصطفى نظيف إلى أن: «ابن الهيم يعتبر موضع الخيال على العمود الواقع من النقطة المبصرة على السطح عند نقطة التقاء المنعكس إلى البصر أو المنعطف إليه بالعمود المذكور. وليس هذا صحيحاً إلا في الانعكاس عن السطح المستوية. أما في الانعكاس عن غيرها من السطوح أو في الانعطاف، سواء عند السطح المستوية أو غير المستوية، فلا يصح إلا إذا كانت نقاط السقوط قريبة جداً من مسقط العمود الخارج من مركز البصر، قائماً على السطح»<sup>(١٢)</sup>. وقد وُجه الانتقاد نفسه لابن الهيم قبل ستة قرون من قبل كمال الدين الفارسي<sup>(١٣)</sup>.

وعلى الرغم من عدم الدقة هذه، تبقى لهذه الدراسة أهمية خاصة، إذ إنها الأولى عن الكاسر الكروي، وقد تناولت انتشار الضوء داخل الكاسر بقدر ما تناولت الصورة وموضعها.

(١١) انظر: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيم، كتاب المناظر، للقالة السابعة (استنبول، سليمان، قاتع، ١٣١٦)، ص ٨٥.

(١٢) نظيف، الحسن بن الهيم، بحوثه وكشوفه البصرية، ص ٧٨١.

(١٣) يصف الفارسي، في معرض تعقيبه على كتاب المناظر لابن الهيم، تجربة البرهان بأن الصورة الفيزيائية لا تطابق الشروط الهندسية. انظر: كمال الدين الفارسي، تنقيح المناظر للنوري الأبصار والبصائر (الهند: باتنا، خودا - بخش، ٢٤٥٥ و ٢٤٥٦؛ متحف مهرابجا متسنغ جابور، وراثا، رامبور، ١٣٨٧ و ١٤٤٤؛ إيران، اسطان قلم مشهد، ٥٤٨٠؛ طهران، سبسالار، ٥٥١ و ٥٥٢، وروسيا، كيبشيف)، ج ٢، ص ١٧٢.



سقوط أشعة متوازية على وسط أقل كمنةً فهي لا تدخل في هذه الرسالة.

### ثانياً: العدسة الكروية

بعد دراسة الكاسر الكروي يعرض ابن الهيثم لكرة البلّور الشفافة والمتجانسة، أو العدسة الكروية مهتماً بشكل خاص بصورة الجسم التي تعطيها هذه العدسة. غير أنه يكتفي بتفحص حالة واحدة، تكون فيها العين والجسم على القطر نفسه، أي أنه بعبارة أخرى يدرس الصورة الناجمة من خلال عدسة كروية لجسم وُضع في موضع خاص على القطر الذي يمر بالعين. وسنرسم هنا الخطوط العامة لعرض ابن الهيثم<sup>(١٤)</sup>.

يذكرنا مسعى ابن الهيثم بالمسعى الذي سلكه ابن سهل في دراسته عدسة محدبة الوجهين تُنشأ بدوران القطع الزائد. يأخذ ابن الهيثم كاسرين كلا على حدة، ويطبّق النتائج التي حصل عليها قبلاً. فالكاسر ذو الرأس B يعطي الحالة الأولى التي سبق تفحصها؛ ينطلق إذاً من نتائج في الزيف الكروي، فيأخذ مقطعاً HL ويدرس انكسار الشعاعين HC و LI نحو A (الشكل رقم ١) من النص السادس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). إذاً ينطلق من كل نقطة من المقطع HL شعاع واحد فقط ينكسر في نقطة من القوس CI ويتجه نحو A. ونذكر هنا أن ابن الهيثم لم يبرهن في هذه الحالة، أن الشعاعين HC و LI هما متقاطعان.

يلتقي الشعاعان HC و LI بالكاسر ذي الرأس D على التوالي في M و N. فالشعاع IN في داخل الكرة ينشأ إذاً من شعاع NO أكثر بعداً عن النظم EN، وينشأ الشعاع CM من شعاع MK. وينطلق إذاً من كل نقطة من المقطع KO شعاع يخضع لانكسارين، الأول على القوس MN، والثاني على القوس CI، ومن ثم يصل إلى النقطة A.

يولد دوران كل من هذين القوسين حول AD حزاماً كروياً. وكل شعاع منطلق من نقطة من الجسم KO وساقط على الحزام الناجم من القوس MN، يخضع للانكسار، أولاً على هذا الحزام، ومن ثم على الحزام الناجم من القوس IC لينتهي بـ A. إن الأشعة المنطلقة من K والساقطة على الدائرة التي ترسمها M، تنكسر

---

(١٤) نشير مع ذلك إلى أن ابن الهيثم قد خصص فصلاً كاملاً لدراسة صورة جسم مرئي بالانكسار على سطح كروي، جسم عمودي أو غير عمودي على القطر الذي يمر بالعين. انظر: ابن الهيثم، كتاب المناظر، لقالة السابعة، ص ١١٧ وما بعدها. انظر أيضاً: نظيف، المصدر نفسه، ص ٨١٢ وما بعدها.



بالفعل، أولاً نحو نقطة من الدائرة التي ترسمها C، ومن ثم تنكسر مرة ثانية نحو النقطة A. نحصل على نتيجة مشابهة مع نقط KO، فصورة المقطع KO هي إذا النقطة A. وترى العين، إذا كانت في A، المقطع KO على شكل حلقة، لأن الأشعة النافذة إلى العين هي بين المخروط المتولد من المستقيم AC والمخروط المتولد من المستقيم AI (الشكل رقم ٢) من النص السادس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

ثم يذكر ابن الهيثم التجربة التالية: لنأخذ كجسم كرة من الشمع، صغيرة جداً ومطلية بالأسود؛ وكعدسة كرة من الزجاج أو البلور تكون كرويتها أفضل ما يمكن؛ ونضع العين على مستقيم مركزي هاتين الكرتين. يرى الناظر إلى الكرة في وضع معين حلقة سوداء. وإذا اقتضى الأمر يقرب أو يبتعد الكرة كي يحصل على هذا الوضع.

يتفحص ابن الهيثم بعد ذلك ما ينتج إذا أبليت الكرة الشفافة بأسطوانة دليتها دائرية BCD، ورأساتها عمودية على المستوي BCD. فلا ترى العين حينذاك المقطع KO على شكل حلقة، بل على شكل مقطعين مفصلين.

ونلاحظ هنا أن ابن الهيثم، في دراسته العدسة الكروية، يستعمل الزيف الكروي لنقطة على مسافة متناهية في حالة الكاسر، كي يدرس صورة مقطع هو جزء من المقطع الذي يحدده الزيف الكروي.

### ثالثاً: الكرة المحرقة

بعد أبحاثه في كتاب المناظر عن الكاسر والعدسة الكروية يعود ابن الهيثم إلى الكرة المحرقة في رسالة قام الفارسي (المتوفى ٧١٨هـ/١٣١٩م) بالتعليق عليها، وكان تعليقه هذا هو المصدر الوحيد لتعرف مؤرخي البصريات العصريين عليها<sup>(١٥)</sup>. ولحسن الحظ، غالباً ما ينقل الفارسي نقلاً حرفياً أفكار ابن الهيثم، ليعطي بعده تفسيره الخاص، حيث يعمل، كما سنرى لاحقاً، على دفع البحث الانتكساري نحو مزيد من الدقة. فلم يكن عمل الفارسي مقتصرأ على التعليق

E. Wiedemann, «Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften -XIX- über die (١٥) Brechung des Lichtes in Kugeln nach Ibn al-Haitham und Kamāl al-Dīn al-Fārisī» *Sitzungsberichte der Physikalische - Medizinische Societät in Erlangen*, Bd. 13, (1910), and Matthias Schramm, «Steps towards the Idea of Function: A Comparison between Eastern and Western Science in the Middle Ages» *History of Science*, vol. 4 (1965).

بالمعنى المألوف للكلمة، بل نراه يتصرف في مجمل مناقشته أعمال ابن الهيثم كأفضل من فهم طريقة العالم، وعرف كيفية استعمالها لينفع قديماً إلى الأمام بعض فصول البصريات: كقوس قزح والهالة مثلاً<sup>(١٦)</sup>.

ويتفق الجميع على اعتبار رسالة ابن الهيثم هذه كإحدى قمم البحث البصري الكلاسيكي. وهي تهمنا هنا لأكثر من غرض. فهو يستعيد فيها، وبدقة أكبر، بعض نتائج السابقة للعدسة الكروية. كما يعود إلى مسألة الإحراق بواسطة العدسة، وهو ما يسمح لنا بمتابعة تطور فكر ابن الهيثم حول العدسة الكروية، وذلك بفتحنا كيفية عودته إلى مسألة الإحراق بالانكسار، وهي المسألة التي سبق لابن سهل أن طرحها. يبدأ ابن الهيثم في هذه الرسالة بإدخال مقدمات عدة، اثنتين منها غاية في الأهمية.

مقدمة أولى: إن زاوية الانحراف في الزجاج أصغر من نصف زاوية السقوط وأكبر من ربعها.

هذه القضية مستقاة، كما يذكر ابن الهيثم، من المقالة الخامسة من كتاب المناظر لبطليموس. فمع القرينة  $n = 3/2$  تكون زاوية الانحراف:  $i/4 < d < i/2$ .

وفي حين أن الجزء الأول من هذه المتباينة صحيح لجميع زوايا السقوط، فليس الجزء الثاني صحيحاً دائماً<sup>(١٧)</sup>.

(١٦) Rushdi Rashid, «Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al-Haytham», *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 6, no. 4 (1970).

(١٧) مما:  $\sin i = n \sin r$  و  $d + r = i$  ننتج:  $d < \frac{i}{2} \Leftrightarrow r > \frac{i}{2} \Leftrightarrow \sin r > \sin \frac{i}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{n} \sin i > \sin \frac{i}{2}$  لذلك:  $\frac{2}{n} \cos \frac{i}{2} > 1$  أو  $2 \cos \frac{i}{2} > n$

نعلم أن:  $0 < i < \frac{\pi}{2}$  لذلك  $0 < 2 \cos \frac{i}{2} < \sqrt{2}$ .

إذا  $n \leq \sqrt{2}$ ، تكون المتباينة  $d < \frac{i}{2}$  صحيحة لكل  $i \in ]0, \frac{\pi}{2}[$

إذا  $n > \sqrt{2}$ ، تكون النتيجة،  $d < \frac{i}{2}$  صحيحة لكل  $i_0 < i < 0$ ، حيث  $i_0 = \frac{\pi}{2}$  توافق  $\cos \frac{i_0}{2} = \frac{n}{2}$

إذا  $n > 2$ ، فلا يصح  $d < \frac{i}{2}$  مهما كانت قيمة زاوية السقوط  $i$ .

مقدمة ثانية: ليكن  $\alpha$  و  $\beta$  قوسين من دائرة، بحيث  $\alpha > \beta$ :

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 \text{ و } \beta = \beta_1 + \beta_2 \text{ حيث: } \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\beta_2}{\beta_1} = k < 1 \text{، ومعا } \alpha_1 < \frac{\pi}{2} \text{، (لذلك } \alpha_2 < \frac{\pi}{2} \text{ و } \beta_2 < \beta_1 < \frac{\pi}{2} \text{)}$$

$$\text{عندئذ: (I) } \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} > \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$$

لننظر كيف يصوغ ابن الهيثم نفسه هذه المقدمة:

«كل دائرة يخرج فيها وتران متوازيان يفصلان من الدائرة قوسين تكون أعظمهما ليست بأعظم من نصف دائرة، ونفرض على أصغر القوسين نقطة كيفما اتفق، ويخرج من النقطة عمود على الوترين، فإن نسبة جميع العمود إلى ما يفصل منه في القوس الصغرى أعظم من نسبة ما يفصل من القوس العظمى إلى ما يفصل من القوس الصغرى، وإن نسبة ما يفصل من القوس العظمى إلى ما يفصل منها بين الوترين أعظم من نسبة العمود إلى ما يفصل منه في ما بين الوترين»<sup>(١٨)</sup>.

انطلاقاً من هاتين المقدمتين ومن قواعد الانكسار، يدرس ابن الهيثم انتشار حزمة من الأشعة المتوازية الساقطة على كرة من الزجاج أو من البلور. فلننظر إلى طريقة عمله.

يبرهن ابن الهيثم، في قضية أولى أن جميع الأشعة المتوازية والساقطة بالزاوية نفسها على كرة شفاقة، تتقارب بعد انكسارين في النقطة نفسها على القطر الموازي لمنحى هذه الأشعة. هذه النقطة هي البؤرة الخاصة بزاوية السقوط هذه. وعليه يتفحص شعاعاً موازياً للقطر AC، يسقط في M على الكرة ويلتقي بعد انكساره الأول بالكرة في B وبالمستقيم AC في K، لينكسر بعدها ثانية في B، فيلاقي المستقيم AC في S التي هي البؤرة الخاصة بالسقوط؛ والتي تنتمي إلى المقطع [CK] حيث K هي نقطة تلاقي BM مع AD (الشكل رقم (١) من النص السابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

ونسجل هنا أن ابن الهيثم، في رسالته هذه كما في كتاباته الأخرى، لم يدرس في الكاسر الكروي حالة الأشعة المتوازية.

(١٨) انظر الملاحظات الإضافية على النص السابع: «الكرة المحرقة» في آخر الكتاب.

ويبرهن في قضية ثانية أن الانحراف الكلي يساوي ضعف أحد الانحرافين:  
 $D = 2d$ . ومرد ذلك أن الزاوية GSD التي تقابل الانحراف الكلي هي كالتالي:

$$\angle BSD = \angle BON = \angle 2 OMB = 2d.$$

انطلاقاً من المقدمتين السابقتين، يبين ابن الهيثم، بالخلف، بأن الحصول على نقطة S من القطر عددة وراء C، لا يتم إلا انطلاقاً من نقطة واحدة M، أي أن S تقابل زاوية سقوط واحدة.

يبين في قضية ثالثة أن نقطتين منفصلتين S و S' تقابلان زاويتي سقوط مختلفتين i و i' (الشكل رقم (٣) من النص السابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). ثم يتوصل، في قضية رابعة، إلى النتيجة التالية:

إذا كانت  $i' > i$ ، تكون النقطتان S و S' بحيث  $CS' < CS$ ؛ فمع زيادة i تنصغر المسافة CS. وبالتالي، تقابل كل نقطة S معينة زاوية سقوط واحدة (الشكل رقم (٤) من النص السابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

يأخذ ابن الهيثم، بعد هذا في تحديد طرفي المقطع الذي تقع عليه النقط S. فيدرس، لهذا الغرض، مواضع النقطة B - نقطة الانكسار الثاني- عندما تتغير زاوية السقوط. إنها، بحسب معلوماتنا، الدراسة المتأنية الأولى في مجال الزيف الكروي لأشعة متوازية ساقطة على كرة والتي تتعرض لانكسارين.

يلجأ ابن الهيثم، في هذه الدراسة، إلى معطيات كتاب المناظر لبطليموس ولا سيما  $i = 40^\circ$  و  $i = 50^\circ$ ؛ ويستنتج بأن الشعاعين المنكسرين BK - للزاوية الأولى و B'K - للثانية- يسقطان في النقطة K نفسها، بحيث يكون القوس  $CK = 10^\circ$ . ثم ينكسر الشعاع BK نحو النقطة N بحيث تكون النقاط N، K و L على خط مستقيم (الشكل رقم (٥) من النص السابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لا يحدد ابن الهيثم موضع النقطة N المقرونة بـ  $i = 40^\circ$ ؛ بل يكتفي بإثبات N مختلفة عن N'. ثم يبرهن:

- يقابل كل نقطة O ذات قوس  $AO > 50^\circ$ ، ( $i > 50^\circ$ )، شعاع منكسر OU - بين K و C - ونقطة S بين N و C حيث  $CS < CN$ ؛

- ويقابل كل نقطة F قوسها  $AF < 40^\circ$  شعاع منكسر FJ - بين K و C - ونقطة S وراء N' حيث  $CS > CN'$ .



لتعتبر القوس  $i$  ،  $AM = i$  ،  $0 < i < \frac{\pi}{2}$  ؛ يكون معنا :

$$\text{arc BC} = i - 2d = 2r - i = \phi(i);$$

نحصل ، من جهة أخرى ، من القانون  $n \sin r = \sin i$  على  $\frac{dr}{di} = \frac{\cos i}{n \cos r}$  ،

$$\text{وبالتالي: } \frac{d\phi}{di} = \frac{2 \cos i}{n \cos r} - 1$$

ويكون معنا بذلك :

$$\frac{d\phi}{di} = 0 \Leftrightarrow 2 \cos i = n \cos r \Leftrightarrow 4 \cos^2 i = n^2 \cos^2 r \Leftrightarrow 4(1 - \sin^2 i) = n^2 - n^2 \sin^2 i \Leftrightarrow \sin^2 i = \frac{4 - n^2}{3}.$$

لنفترض أن  $n = \frac{3}{2}$  ، نحصل على  $\sin^2 i = \frac{7}{12}$  و  $\sin i \cong 0,76376$  ،  
لذلك  $\frac{d\phi}{di} = 0$  لأن  $i = i_0 \cong 49^\circ 48' \cong 50^\circ$  ،  $i = i_0 \cong 49^\circ 48'$  ،

نبرهن أيضاً أن  $\frac{d\phi}{di} > 0$  للزوايا  $i < i_0$  ، وأن الدالة  $\phi$  تبلغ قيمة عظمى في  
 $2r_0 - i_0 = \widehat{CB}_0 \cong 11^\circ$  وأيضاً  $r_0 \cong 30^\circ 42'$  نجد عندئذ  $i = i_0 \cong 49^\circ 48'$   
.36'

وكذلك في حال  $i = 50^\circ$  ، و  $r = 30^\circ 43'$  ، نحصل على :

$$2r - i = 11^\circ 26' = \widehat{CK}$$

وفي حال  $i = 40^\circ$  ، و  $r = 25^\circ 22'$  ، نحصل على :

$$2r - i = 10^\circ 44' = \widehat{CK'}$$

غير أن هاتين النتيجةين تختلفان اختلافاً ملموساً عن نتيجتي ابن الهيثم  
السابق ذكرهما  $\widehat{CK} = \widehat{CK'} = 10^\circ$  .

لنأت الآن إلى دراسة حدود  $\widehat{CB}$  . نصادف الحالات التالية :

١ - في حال  $i$  قريبة من الصفر يكون  $r \cong i/n$  ، وعليه :  $\widehat{CB} \cong i(2/n - 1)$  ،  
وبالنتيجة إذا أخذنا  $n = 3/2$  يكون معنا  $\widehat{CB} \cong i/3$  . إذا اقتربت  $i$  من الصفر إيجاباً ،  
تقرب  $\widehat{CB}$  من الصفر إيجاباً ، وتكون  $B$  عندئذ قريبة من  $C$  ولكن فوقها .

٢ - إذا مالت  $i$  إلى  $\frac{\pi}{2}$  ، تميل  $\sin i$  إلى 1 ، وتميل  $r$  إلى  $r_1$  حيث  $\sin r_1 = 1/n$  ،  
وبالنتيجة في حال  $n = 3/2$  ، يكون  $\sin r = 2/3$  و  $r \cong 41^\circ 48'$  ؛  $\widehat{CB}$  يميل إلى  $\widehat{CB}_1$

حيث  $6^\circ 24' - 90^\circ \cong \widehat{CB}_1 \cong 83^\circ 36'$ ؛ إذاً  $\widehat{CB}_1 < 0$  و  $B_1$  هي تحت النقطة C.

نلاحظ كذلك أن  $\widehat{CB} = 0$  عندما تكون  $2r = i$ ؛ حيث إن:

$$2r = i \Leftrightarrow \sin 2r = \sin i \Leftrightarrow \frac{2}{n} \sin i \cos r = \sin i,$$

لذلك:  $\sin i = 0$  أو  $\cos r = n/2 = 0,75$  أو  $i = 0$  أو  $r = r_1 \cong 41^\circ$ .  
40'

تقابل الزاويتان  $r = r_1 \cong 41^\circ 40'$  و  $i_1 = 2r_1 = 83^\circ 20'$ ، في حال  $90^\circ < i < 83^\circ 20'$ ؛ يكون القوس  $\widehat{CB}$  سلبياً وينقص من الصفر إلى  $6^\circ 24' -$ .

تقع إذا الأشعة المنكسرة MB، والمقابلة لزاويا السقوط  $90^\circ \leq i < 83^\circ 20'$ ، في نقطة من القوس  $CB_1$ ، إنها تنكسر مبتعدة عن الناطم فلا تعطي أية نقطة S.

وهذا يبطل تأكيد ابن الهيثم بأن النقطة B في حال  $50^\circ > i$ ، تكون بين K وC، لأن النقطة B، كما رأينا يمكن أن تأخذ موضعاً تحت C.

يبقى أن نناقش المواضع النهائية للنقطة S التي شغلت ابن الهيثم بشكل خاص. لقد رأينا عند دراسة الكاسر أن:

$$DM' = \frac{R \sin i}{n \sin d},$$

وأن  $DM'$  تنقص عندما تزيد  $i$  من صفر إلى  $90^\circ$ . ففي حال  $n = 3/2$ ، يكون  $DM'_0 = \lim_{i \rightarrow 0} DM' = 2R$  و  $DM'_1 = \lim_{i \rightarrow \pi/2} DM' = 2R/\sqrt{5} \cong 0,89R$ ؛ و  $M'_1$  هي داخل الدائرة.

انطلاقاً من الملاحظة السابقة، وفي حال  $i_1 \cong 83^\circ 20'$ ، تكون النقطة B في C وكذلك  $M'$ . إذاً في حال  $90^\circ < i < i_1$ ، تكون  $M'$  داخل الدائرة، على المقطع  $CM'_1$ .

لندرس الآن DS مع افتراض  $0 < i < i_1$ . تكون حينها  $M'$  خارج الدائرة، بين  $M'_0$  وC. من جهة أخرى نحصل في المثلث BSD على:

$$DS = \frac{R \sin i}{\sin 2d},$$

$$DS = DM' \frac{n}{2 \cos d} \quad \text{لذلك}$$

لتفحص إذا اتجاه تغير DS على  $[0, i]$ . فلنفرض لذلك:

$$f(i) = \frac{\sin i}{\sin 2d},$$

$$DS = R f(i) \quad \text{وعليه:}$$

فيكون لدينا بعد إجراء الحساب:

$$(1) f'(i) = \frac{2 \sin i}{n \sin^2 2d} (n \cos r - \cos i) \left( \cos d \cdot \cos i - \frac{\cos 2d}{\cos r} \right).$$

على  $[0, i]$  معنا  $\sin i > 0$  و  $(n \cos r - \cos i)^{(19)} > 0$  من جهة أخرى،  
من دراسة القوس CB نرى أن  $\widehat{CB} > 0$  في هذا المجال؛ يكون إذا  $2d < i$ ،  
وبالتالي  $\cos 2d > \cos i$ .

لكن  $\frac{\cos 2d}{\cos r} > \cos i \cdot \cos d$  و  $\cos i > \cos i \cos d$ ، لذلك  $\frac{\cos 2d}{\cos r} > \cos i \cdot \cos d$ ،  
فنستنتج أن  $f'(i) < 0$  على المجال المذكور. من ناحية ثانية، في حال مالت  $i$  نحو  
صفر، تميل  $r$  و  $d$  نحو صفر؛ وعليه فإن:

$$\sin i \cong i, \sin r \cong r \cong i/n, \sin 2d \cong 2d \cong 2i(1 - 1/n),$$

$$\text{لأن } d = i - r \cong i(1 - 1/n).$$

يصبح معنا:

$$DS \rightarrow DS_0 = \frac{Rn}{2(n-1)} \quad \text{فإذا } DS = \frac{R \sin i}{\sin 2d} \cong \frac{iR}{2d}$$

$$n = \frac{3}{2}, DS_0 = \frac{3R}{2}.$$

في الحالة  $i = i_1$  تكون  $i = 2r$  و  $\cos r = n/2$ ؛ معنا  $d = r$ ، وبالتالي:  
 $i = 2d$ ؛ يصبح لدينا:  $DS = DS_1 = R$ .

إذا  $i = i_2$ ، عندئذ  $DS \rightarrow DS_1 = R$ ، وتكون  $S_1$  إذا في C.

نستطيع من جهة أخرى إيجاد نهايات DS انطلاقاً من نهايات DM'، لأن:

$$DS = \frac{n \cdot DM'}{2 \cos d}$$

---

(١٩) هذه النتيجة تعادل  $n > 1$  وهذا صحيح في حالة الهواء - الزجاج.



وهذه خلاصة النتائج :

i	0	$i_0 = 49^\circ 48'$	$i_1 = 83^\circ 20'$	$90^\circ$
CB	0	$11^\circ 36'$	0	$- 6^\circ 24'$
DM	2R	E		0,89R
DS	3/2R	R	le point S n'existe pas	

خلافًا لما اعتقده ابن الهيثم، إن نهايتي S ليستا إذا التقطتين C و V. فقد رأينا أن كبري من الصفر حتى  $90^\circ$ ، يحول SD من  $DS_0 = 3R/2$  إلى  $DS_1 = R$ ، وتكون  $S_1$  في C مع القرينة  $n = 3/2$ ، وترسم S حينها المقطع  $S_0C$  ذا الطول  $R/2$ .

تبدي هذه المقارنة بجلاء أن ما تحويه دراسة ابن الهيثم من نتائج غير دقيقة لا يقلل من أهمية الأسس المفهومية المطبقة على تفاصيل ظاهرة التركيز البؤري للضوء المنتشر بحسب مسارات موازية لقطر الكرة. ويعود ذلك على ما يبدو، إلى الطابع التقريبي للقيم العددية المحتفظ بها، وكذلك في استعماله نسب الزوايا عوضاً عن قانون سنيلليوس. غير أن الزيغ الكروي لهذا الصنف من الأشعة بات منلذد معروفاً. وعلى الرغم من ريبته من القيم العددية فتش ابن الهيثم عن وصف كمي لعمل على تحديد مجال النقاط S، مكتفياً باستعمال قيمتي الانكسار القابلتين لزاويتي السقوط  $40^\circ$  و  $50^\circ$ ، اللتين اقتبسهما من كتاب المناظر لبطليموس. فضلاً عن ذلك، ينطوي عرض ابن الهيثم للانكسار، في مذكرته هذه حول الكرة المحرقة، كذلك في الفصل السابع من كتاب المناظر أو في مقالات أخرى، على بعض التناقض: ففي الوقت الذي يصرف فيه عناية كبرى على اختراع أجهزة تجريبية جذّ متقنة بالنسبة إلى عصره، قادرة على تحديد القيم العددية، فيقوم باستكشافها وتركيبها ووصفها، نراه غالباً ما يتجنب إعطاء هذه القيم. فإذا ما اضطر إلى ذلك، كالحالة هذه، فإنه يستعملها بإيجاز ويتحفظ.

وقد يرتبط هذا الموقف، الذي لاحظته شرام<sup>(٢٠)</sup>، بسببين على الأقل. يتعلق

Schramm, «Steps towards the Idea of Function: A Comparison between Eastern and Western Science in the Middle Ages», p. 81.

الأول بنمط الممارسة العلمية نفسه: إذ يبدو أن الوصف الكمي لم يكن بعد معياراً إجبارياً. أما الثاني وهو مرتبط، من دون شك، بالأول، فيتعلق بمقدرة الأجهزة التجريبية التي لا تستطيع أن تعطي إلا قيماً تقريبية؛ وبهذه الصفة استخدم ابن الهيثم القيم العددية المقتبسة من كتاب المناظر لبطليموس. وسيعود الفارسي لاحقاً إلى هذا البحث الكمي ليقيه حقه وامتداده، دافعاً بذلك مشروع نسله إلى التمام.

#### رابعاً: الكرة المحرقة ودراسة الفارسي الكمية

في تعليقه على الكرة المحرقة لابن الهيثم، يركز الفارسي بشكل خاص على الدراسة الكمية التي بدأها الأول. والنص الذي يخصه لهذا الموضوع يعتبر عند المؤرخين أحد أكثر النصوص تأثيراً في تاريخ البصريات، إذ لا نجد فيه إحدى أكثر الدراسات البصرية توسعاً في تلك الحقبة فحسب، بل نجد فيه أيضاً بعض التمثيلات الدالية قبل تطور نظرية الدوال. يبتدىء هذا القسم بمقولات حول العلاقات بين زوايا السقوط والانحراف والانكسار، وحول فروقات من المنزلة الأولى. ويتبعها المؤلف بجدول، يتفحص فيه القيم العددية لهذه المقادير في حال زوايا السقوط الواقعة بين  $0^{\circ}59'$  و  $89^{\circ}59'$  من خمس درجات إلى خمس آخر مذكراً بأنه استمان، في هذا الحساب، بطريقة بارعة، على شاكلة طريقة «قوس الخلاف». وكانت معلوماتنا عن هذه الطريقة مقتصرة على اسمها، وكنا نحاول تحديدها انطلاقاً من القيم العددية المغطاة في هذا الجدول بالذات. وهكذا إلى أن اكتشفنا حاشية في إحدى مخطوطات «تعليق» الفارسي، وهي على الأرجح للمؤلف نفسه، تفسر هذه الطريقة الاستكشافية المستعمارة، كما يوحى اسمها، من علم الفلك. وأضحى بإمكاننا اليوم، فهم «تعليق» الفارسي هذا، من دون اللجوء إلى أي تخمين.

رأينا ابن الهيثم وقد أثبت أن سقوط الشعاع  $IM$  بزاوية  $i$  و انكساره تبعاً  $MBI$  يعطي قوساً  $CB = 2r - i = i - 2d$ ، وانطلاقاً من قيم بطليموس، يجد ابن الهيثم في حالتي  $i = 40^{\circ}$  و  $i = 50^{\circ}$  أن  $\overline{CK} = 10^{\circ} = 2r - i$ ، فيحصل على النقطة  $K$  نفسها في كلتا الحالتين. غير أننا نحصل مع  $n = 3/2$ :

في حال:

$$i = 40^{\circ}, 2r - i \cong 10^{\circ}44',$$

وفي حال:

$$i = 50^{\circ}, 2r - i \cong 11^{\circ}26'.$$

وإذا فرضنا:

$$(1) \widehat{CB} = 2r - i = r - d = \phi (1),$$

نرى للدالة  $\phi$  قيمة عظمى عند زاوية السقوط  $49^{\circ}48'$   $i_0 = i$ .

ما هي الأسباب التي دفعت ابن الهيثم لاعتماد النقطة K نفسها لزواويتي السقوط  $40^{\circ}$  و  $50^{\circ}$ ؟ أو يكون قد اعتمد قيم بطليموس العديدة من دون إعادة لقياسها؟ أم أن الوسائل التجريبية التي بحوزته منعت من بلوغ دقة أكبر؟

لقد أشرنا أيضاً إلى أن ابن الهيثم لم يدرس موضع النقطة B في حالة  $i$  بين  $40^{\circ}$  و  $50^{\circ}$ ، أي سلوك الدالة  $\phi$  على هذا المجال. وفي هذه النقطة بالذات تدخل الفارسي ليدقق في هذه التغيرات لكل من  $d$  و  $r$  وبالتالي للقوس CB.

يبدأ الفارسي بدراسة الفرق من المنزلة الأولى:  $\Delta(2r - i) = \Delta r - \Delta d$  ليستتج وجود زاوية «الفصل»، كما سماها ما بين  $40^{\circ}$  و  $50^{\circ}$ ، بحيث:

إذا كانت  $i_0 < i + \Delta i < i$  يكون  $\Delta r > \Delta d$  والفرق  $\Delta r - \Delta d$  يتناقص ويميل إلى الصفر عندما تميل  $i$  إلى  $i_0$ .

وإذا أخذنا:  $i_0 < i + \Delta i < i$  فيكون  $\Delta r < \Delta d$  وتزيد  $\Delta d - \Delta r$  مع زيادة  $i$ . يكون معنا إذاً:

$$\Delta(r - d) = \Delta(2r - i) > 0 \text{ في الحالة الأولى،}$$

$$\Delta(r - d) < 0 \text{ في الحالة الثانية.}$$

وهذا ما يبين وجود قيمة عظمى عند القيمة  $i_0$  لزاوية السقوط.

بعد صياغته لهذه النتائج، يجهز الفارسي جدولاً ويتفحص قيم  $d$ ،  $r$ ،  $\Delta r$  و  $\Delta d$  تبعاً لتغير  $i$  ثم يقسم الجدول إلى قسمين، حسبما تكون  $i_0 < i$  أو  $i_0 > i$ . ونلاحظ فعلاً، أن نتائج الفارسي تتطابق مع نتائج بطليموس بالنسبة إلى قيم زوايا السقوط المأخوذة من  $10^{\circ}$  إلى  $10^{\circ}$  ابتداءً من  $40^{\circ}$  إلى  $90^{\circ}$ ، وتغيب هذه المطابقة للزوايا التي هي دون  $40^{\circ}$ . وللإحاطة بأسباب هذا التباين، لا بد من العودة إلى طريقة الفارسي المطبقة في إنشاء هذا الجدول، والتي يصفها نفسه بـ «الدقيقة».

هدف الفارسي الواضح هو حساب  $d$  للزوايا  $i$  المتغيرة من خمس درجات إلى خمس درجات، من الصفر وحتى  $90^{\circ}$ ، ويشكل أعم، للزوايا التي تتغير من درجة إلى درجة على هذا المجال نفسه. غير أنه أخضع هذا الحساب لإلزامين: الأول هو

الانطلاق من معطيات بطليموس  $i = 40^\circ$  و  $i = 50^\circ$ ، تماماً كما فعل ابن الهيثم، والثاني هو تطبيق النهاية  $i/2 < d < i/4$  المدرجة عند هذا الأخير.

يعطينا هذان الإلزامان مجموعة أولى من القيم:

$$i \cong 0^\circ \quad \frac{d}{i} \cong \frac{1}{4} = 0^\circ 15'$$

$$i = 40^\circ \quad \frac{d}{i} = \frac{3}{8} = 0^\circ 22' 30''$$

$$i = 50^\circ \quad \frac{d}{i} = \frac{2}{5} = 0^\circ 24'$$

$$i \cong 90^\circ \quad \frac{d}{i} \cong \frac{1}{2} = 0^\circ 30'.$$

بعدها يقسم الفارسي المجال  $[0^\circ, 90^\circ]$  إلى ١٨ مجالاً صغيراً، يوزعها على مجموعات ثلاث: ٨ مجالات من صفر إلى  $40^\circ$ ، مجالين من  $40^\circ$  إلى  $50^\circ$  و ٨ مجالات من  $50^\circ$  إلى  $90^\circ$ . فيكون متوسط زيادة  $d/i$  على ١٨ مجالاً هو:

$$\Delta(d/i) = 1/4 : 18 = 0^\circ 0' 50''$$

غير أنه في حال:

$$i \in [0^\circ, 40^\circ], \quad \Delta\left(\frac{d}{i}\right) = 56^\circ 15''$$

$$i \in [40^\circ, 50^\circ], \quad \Delta\left(\frac{d}{i}\right) = 45^\circ$$

$$i \in [50^\circ, 90^\circ], \quad \Delta\left(\frac{d}{i}\right) = 45^\circ.$$

ولتجنب حدوث قفزات كبيرة في تتالي الزيادات على مجالات  $50^\circ$ ، كان من الضروري إجراء تصحيح ما. لكن الفارسي عرف بأن كل تصحيح على  $\Delta(d/i)$  بين  $40^\circ$  و  $90^\circ$  يغير قيمة  $d$  عندما تكون  $i = 50^\circ$  والتي هي إحدى المعطيات. لذلك قرّر الاحتفاظ بـ  $\Delta(d/i)$  ثابتة على المجال  $[40^\circ, 90^\circ]$ ، أي  $\Delta(d/i) = \Delta_0 = 45^\circ$ ، وإجراء تصحيح على  $[0^\circ, 40^\circ]$  مقداره  $\Delta(d/i) - \Delta_0 = 11^\circ 15''$  مما يعطي للمجالات الثمانية الفرق  $1^\circ 30'$ . يفترض الفارسي أن  $\Delta(d/i)$  تنقص بشكل منتظم بكمية  $\Delta(d/i) = \Delta$  في المجال الواحد، لتصل إلى  $\Delta_0 = 45^\circ$  في المجال التاسع. ونتيجة لذلك:  $\Delta_2 = 1^\circ 30' + (8 + \dots + 2 + 1)$  أي:  $\Delta_2 = 1^\circ 30' + 36 = 2^\circ 30'$ .

وهكذا يحصل الفارسي على زيادات مصححة على المجالات الثمانية الأولى. وانطلاقاً من هذه الزيادات المصححة ومن الزيادات الثابتة على المجالات العشرة

التالية بحسب النسب  $d/i$ ، حيث  $i$  هي من أضعاف الزاوية  $5^\circ$ ؛ ليستتج منها حساب قيم  $d$  المدرجة في الجدول. نشير إلى أن حساب  $d$  للزاويتين  $i = 15^\circ$  و  $i = 35^\circ$  يعطي على التوالي  $d = 4^\circ 31' 52'' 30'''$  و  $d = 12^\circ 39' 47'' 30'''$ ، ويرفعها الفارسي إلى القيمة الأعلى. وكما رأينا، تتم فصل طريقة الفارسي كالتالي:

فهو يفترض أن:

$$1. \Delta\left(\frac{d}{i}\right) \text{ ثابتة على المجال } [40^\circ, 90^\circ].$$

$$2. \Delta\left(\frac{d}{i}\right) \text{ ثابتة على المجال } [0^\circ, 40^\circ].$$

ومن البديهي أن نقود هذه الطريقة إلى دالة  $\Delta\left(\frac{d}{i}\right)$  بوصفها تابعاً لـ  $i$ . وبالتالي:

١ - على المجال  $[40^\circ, 90^\circ]$  يكون معنا، في حال كانت  $i$  من أضعاف  $5^\circ$

$$k = \frac{i - 40}{5} \text{ حيث إن } \frac{d}{i} = \left(\frac{d}{i}\right)_0 + k \Delta_0$$

$$\frac{d}{i} = 22^\circ 30' + k \cdot 45^\circ = \frac{3}{8} + \frac{i - 40}{5} \cdot \frac{1}{80}$$

$$\therefore d = \frac{i^2 + 110i}{400} \quad \text{و} \quad \frac{d}{i} = \frac{i + 110}{400}$$

نتمرّف إذاً في هذه الحالة إلى القانون الذي أعطاه كيبلر (Kepler)، والذي كان كامناً في لوائح بطليموس التي عاد إليها فيثليون<sup>(٢١)</sup> (Vitellion)، والذي يسمح بإعادة تركيب جدول قيم بطليموس بكاملها لقيم الزوايا  $i$  من  $10^\circ$  إلى  $90^\circ$ . كما يعطي قيم  $d$  للزوايا  $i$  التي تتغير من  $5^\circ$  إلى  $90^\circ$  في جدول الفارسي، ولكن على المجال  $[40^\circ, 90^\circ]$  فقط.

٢ - تكون  $\Delta_2 = 2^\circ 30''$ ، على المجال  $[0^\circ, 40^\circ]$  ثابتة، وباعتبار  $\Delta_{40}^{50} = 45''$

تصبح قيم  $\Delta\left(\frac{d}{i}\right)$  كالتالي:

$$\Delta_2 = 2^\circ 30'' = \frac{2,5}{3600} \quad \text{و} \quad k = \frac{45 - i}{5} \text{ حيث إن } \Delta_{i-5}\left(\frac{d}{i}\right) = 45'' + k \cdot \Delta_2$$

$$\Delta_{i-5}\left(\frac{d}{i}\right) = \frac{1}{80} + \frac{45 - i}{7200} = \frac{135 - i}{7200}$$

---

(٢١) المصدر نفسه، ص ٧٥ وما بعدها.

ويكون معنا بالتالي إذا كانت  $i$  من أضعاف  $5^\circ$ :

$$\frac{d}{i} = \frac{1}{4} + \Delta_0^5 + \Delta_5^{10} + \dots + \Delta_{i-5}^i$$

لنفترض أن  $i = 5x$  حيث  $x \in \{1, 2, \dots, 8\}$

$$\Delta_{i-5}^i = \frac{135}{7200} - \frac{5x}{7200} \quad \text{: وبذلك نحصل على}$$

ونستنتج إذا:

$$\frac{d}{i} = \frac{1}{4} + \frac{135x}{7200} - \frac{5}{7200} (1 + 2 + \dots + x)$$

$$\frac{d}{i} = \frac{1}{4} + \frac{135x}{7200} - \frac{1}{2} \cdot \frac{5x(x+1)}{7200}$$

$$\frac{d}{i} = \frac{18000 + 265i - i^2}{72000}$$

من الواضح إذا أن طريقة الفارسي تركز على مقارنة الدالة  $d/i = \phi(i)$  بدالة أفينية على المجال  $[40^\circ, 90^\circ]$ ، وبدالة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية على المجال  $[0^\circ, 40^\circ]$ ، وهو ما يسمح بالتعبير عن  $d$  بدالة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية في الحالة الأولى، ومن الدرجة الثالثة في الحالة الثانية. وتصبح عندئذ، عملية الحساب أكثر بساطة:

(١) في حال:

$$i \in [40^\circ, 90^\circ], \quad \frac{d}{i} = ai + b, \quad d = ai^2 + bi.$$

$$i = 40^\circ, \quad d = 15^\circ \quad \text{حيث إن} \quad 15 = 1600a + 40b$$

$$i = 50^\circ, \quad d = 20^\circ \quad \text{حيث إن} \quad 20 = 2500a + 50b$$

فنستنتج أن:

$$b = \frac{11}{40} \quad a = \frac{1}{400}$$

وبالتالي:

$$d = \frac{110i + i^2}{400}$$

(٧) في حال :

$$i \in [0^\circ, 45^\circ],$$

يمكننا إدراج المجال  $[40^\circ, 45^\circ]$  في الحالة الثانية أو في الحالة الأولى على السواء وفقاً لمنهج الفارسي من أجل تصحيح المجالات :

$$\frac{d}{i} = ai^2 + bi + c, \quad d = ai^3 + bi^2 + ci;$$

في حال :

$$\frac{d}{i} = \frac{1}{4} \quad i = 0^\circ$$

$$\frac{d}{i} = \frac{1}{8} \quad i = 40^\circ$$

$$\left( \frac{d}{i} = \frac{110 + i}{400} : \text{عسوية على أساس} \right) \quad \frac{d}{i} = \frac{31}{80} \quad i = 45^\circ$$

ومنه المنظومة :

$$\frac{3}{8} = 1600a + 40b + \frac{1}{4},$$

$$\frac{31}{80} = 2025a + 45b + \frac{1}{4},$$

والتي تكتب :

$$40a + b = \frac{1}{320},$$

$$45a + b = \frac{11}{3600};$$

ومنها نحصل على :

$$b = \frac{53}{4 \cdot 3600} \quad \text{و} \quad a = -\frac{1}{20 \cdot 3600}$$

$$. d = \frac{-i^3 + 265i^2 + 18000i}{72000} \text{ وكذلك على :}$$

تسمح هذه المعادلات، كما وعد الفارسي، بحساب قيمة  $d$  التقريبية عندما تتغير  $i$  من درجة إلى درجة، أو إلى أية قيمة لزاوية السقوط  $i$ . كما أشار إلى إمكانية الحصول على هذه القيم باستعمال الاستكمال الخطي على كل واحد من المجالات

المولفة من  $5^\circ = \Delta i$  والمحددة في جدول.

لنحسب، على سبيل المثال،  $d$  للزاوية  $12^\circ = i$  بهاتين الطريقتين:

إننا نحصل بواسطة المعادلة على:

$$d = \frac{-12^3 + 12^2 \cdot 265 + 12 \cdot 18000}{72000} = 3 + \frac{253}{500} = 3^\circ 30' 22''.$$

ونحصل بالاستكمال الخطي على:

$$d_{10} = 2^\circ 51' 15'' , d_{15} = 4^\circ 31' 53'' , \Delta d = 1^\circ 40' 38'' ,$$

$$\Delta_{12} = d_{10} + \frac{2}{5} \Delta d = 2^\circ 51' 15'' + 40' 14'' = 3^\circ 31' 29''.$$

تختلف هاتان النتيجةتان، كما نلاحظ، بدقة واحدة تقريباً.

ونلاحظ أن الفارسي، خلافاً لما قد يظنه بعضهم<sup>(٢٢)</sup>، أنه لا يُدخل في عرضه الفروق من المنزلة الثانية للزوايا  $90^\circ < i < 40^\circ$ ، أي  $\Delta_2$ ، والفروق من المنزلة الثالثة للزوايا  $40^\circ < i < 0^\circ$ ، أي  $\Delta_3 = \Delta(\Delta_2)$ ؛ إذ لا تستوجب الطريقة، التي أتينا على عرضها، إطلاقاً تدخل هذه القيم. إضافة إلى أنه من البديهي أن تقودنا دالتان من الدرجتين الثانية والثالثة، الأولى إلى  $\Delta_2$  ثابتة، والثانية إلى  $\Delta_3$  ثابتة أيضاً. ونجد لاحقاً من جهة أخرى، طريقة الاستكمال هذه نفسها بالمنزلة الثانية، تحت الاسم نفسه في «زيج الحاقاني» للكاشي، ويبدو أن أصلها يعود إلى القرن العاشر عند الحازن<sup>(٢٣)</sup>.

يظهر التحليل السابق بدقة، ماهية طريقة الفارسي، من خلال إيضاح هدف مؤلفها. فهذا الفيزيائي، الذي كان من علماء الجبر ونظرية الأعداد كما أظهرت الدراسات الحديثة<sup>(٢٤)</sup>، كان يبحث عن خوارزمية تترجم الارتباط الدالي بين زوايا

(٢٢) اعطى Schramm هذا الاقتراح في: المصدر نفسه، ص ٨٢ - ٨٤.

(٢٣) انظر للملاحظات الإضافية في آخر الكتاب.

(٢٤) لقد أثبتنا وحللنا مساهمة الفارسي الرئيسية في نظرية الأعداد (١٩٨٢ - ١٩٨٤). كما أن م. موالدي، أثبت وحلّل رسالته المهمة في الجبر في: M. Mawaldi, «L'Algèbre de Kamāl al-Dīn al-Fārisī, analyse mathématique et étude historique», (Thèse de doctorat non publiée, Paris III, 1988), 3 tomes.



السقوط وزوايا الانحراف، كي يستتج بالتالي قيم الانحراف لأي سقوط كان بين وسطين محددين. يقسم الفارسي، كما رأينا، المجال  $[0^\circ, 90^\circ]$  إلى مجالين أصغر، حيث يقارب الدالة  $f(i) = d/i$  بدالة أفينية على  $[40^\circ, 90^\circ]$ ، وبدالة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية على المجال  $[0^\circ, 40^\circ]$ . ثم يصل بالتالي، بين الاستكمالين، فارضاً على الفرق الأول أن يكون نفسه في النقطة  $i = 40^\circ$ ، أو بعبارة أخرى يفرض على المنحنيين أن يكونا مماسين في هذه النقطة؛ فإذا فتشنا عن المشتقين بدل استعمال طريقة المؤلف في البحث عن الفروقات المتناهية للدالتين اللتين تولفان الخوارزمية، لوجدنا، على التوالي،  $14400/37$  و  $14800/37$ ؛ وفي هذا إثبات استدلالى لمقدار دقة الحساب الفارسي.

• وهكذا فإن طريقة كهذه لا تتطابق مع طريقة بطليموس، ولا مع طريقة عالم خبري متملك من قانون سنيلليوس. وتتشابه من دون شك طريقتي الفارسي وبطليموس لكون كل منهما مستوحاة من علم الفلك؛ غير أن طريقة الفارسي، خلافاً لعلم الفلك القديم، لا تقتصر على تحويل متسلسلة من قيم عددية ناتجة من الملاحظة<sup>(٢٥)</sup> إلى متوالية حسابية؛ بل هي طريقة أدق رياضياً، ارتكزت في النهاية على ملاحظتين فقط لزواويتي السقوط  $40^\circ$  و  $50^\circ$ ، ومستعارتين من بطليموس عبر ابن الهيثم وعل تقديرين لـ  $d/i$ ، هما  $1/4$  جوار الصفر و  $1/2$  في جوار  $90^\circ$ . وبغية تحديد المنزلة الثانية للفرق على المجال  $[0^\circ, 40^\circ]$ ، يستعمل الفارسي خوارزميته المتعلقة بالمجال  $[40^\circ, 90^\circ]$  ليحسب المنزلة الأولى للفرق على  $[0^\circ, 40^\circ]$ . وهكذا، فانطلاقاً من قيمتين تجريبيتين، يطبق خوارزميته ليحصل على كل القيم غير المقاسة التي يرى أن على الحساب التنبؤ، وبدقة كبيرة، بها. وهكذا فإن جدول الفارسي لا يهدف إلى تدوين نتائج الملاحظة، الخام أو المصححة، بل تكمن وظيفته في إعطاء نتائج يسمح الحساب الجبري بالحصول عليها انطلاقاً من قيمتين تجريبيتين. فالحساب الجبري ليس إذا أداة بحث كمّي دقيق فحسب، بل إنه، بالنسبة إلى الفارسي، ذو قدرة استكشافية، في جزء هو أكثر أجزاء البصريات الهندسية فيزيائية.

غير أن هذه الطريقة تبقى محدودة أصلاً، إذ ترتبط الدالة الأفينية - وكذلك الدالة المتعددة الحدود من الدرجة الثانية - بشروط تجربة الانكسار في وسطي الهواء

(٢٥) بهذا المعنى فسر A. Lejeune مسمى بطليموس. انظر: Lejeune, «Recherches sur la catoptrique grecque, d'après les sources antiques et médiévales», p. 161.

والزجاج. وهكذا فالصعوبة لا تكمن مطلقاً في الأدلة الرياضية، بل في إطار فكرة الفارسي: إنه يفكر بعبارات صنف خاص من المعطيات التجريبية، من دون البحث عما يميز هذا الصنف ذاتياً عن سواه.

لم يرقم الفارسي هذه الدراسة لمجرد ماهيتها، وبغية التعليق على نص ابن الهيثم فقط؛ بل إنها تندمج في مجموعة أكثر اتساعاً؛ فلقد استخدمها الفارسي في أبحاثه الرئيسية حول قوس قزح والهالة<sup>(٢٦)</sup>، حيث يسترجع مسألة الابصار من خلال كرة شفافة، ويُبدع في نظرية الألوان.

### خامساً: ابن سهل وابن الهيثم وقانون سنيلليوس

لم يكن الحديث عن تطور علم الانكساريات العربي وتقدمه ممكناً قبل التعرف إلى رسالة ابن سهل لاقتصرنا حتى ذلك الحين على مؤلف واحد هو ابن الهيثم. والذي لم نعد نجهله الآن هو وجود سلف لهذا الأخير كان قد عرفه وكان لثرائه وزن كبير، وهو ما يسمح بطرح سؤال حول المسافة التي قطعها هذا العلم خلال نصف قرن من الزمن، إضافة إلى تثبيت نتيجة نهائية، وهي اعتبار نصف القرن هذا، من الآن وصاعداً، كفترة من الفترات التي دمغت بطابعها تاريخ علم البصريات، وبرزت كحقبة تهيئ وتحول لهذا العلم، في حين بدا علم الانكساريات، بما حققه من تقدم، وقد اتسع مجاله وتغير اتجاهه.

لقد أثبتنا أن علم الانكساريات كان، بالنسبة إلى ابن سهل، في جوهره هندسة للعدسات المحرقة. غير أن هذا التأكيد يتطلب بعض التخفيف، ذلك أن المهندس كان ملزماً بمراعاة مقتضيات المواد اللازمة لإنشاء هذه الآلات، عاملاً على إخضاع النتائج التي تنبأت بها هندسته للتجريب، مستعملاً حينها كلمة «اعتبار»<sup>(٢٧)</sup>، وقد نوهنا بهذه العبارة وبأهميتها في منهجية ابن الهيثم، وبممارسته العلمية كذلك.

---

Wiedemann, «Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften -XIX- über die Brechung des Lichtes in Kugeln nach Ibn al-Haitham und Kamāl al-Dīn al-Fārisi»;

مصطفى نظيف، «كمال الدين الفارسي وبعض بحوثه في علم الدواء»، في: *Publications of the Egyptian Society for the History of Science*, no. 2 (1958), and Rashid, «Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al-Haytham».

(٢٧) النص الأول، انظر الملاحظات الإضافية.

من المؤكد أن البحث في العلامات أحيا موضوع الانكسار، الذي يبدو أنه بقي على حاله منذ بطليموس<sup>(٢٨)</sup>. وإذا علم الانكساريات، عند ابن سهل، يظهر كجزء من حقل أوسع يحوي المرايا، إضافة إلى العدسات المحرقة. ويبدو هذا العلم، في نشأته كإنجاز عالم في الانعكاس تحول إلى استخدام الانكسار. غير أن الأمر لم يكن متعلقاً بعالم عادي يدرس الانعكاس، كعطار أو أحمد بن عيسى<sup>(٢٩)</sup> مثلاً، بل بمهندس من الطراز الأول، أحاط بنظرية المخروطات، واهتم بالإنشاء الميكانيكي للمنحنيات أيضاً. وهكذا يظهر ابن سهل: مهندس يُثنى عليه بحرفي يصنع قوالب المرايا والعدسات، أو على الأقل، يصممها. فهو، كأسلافه الانكاسيين، منذ ديوقليس على الأقل، وكخلفائه قد وضع أنموذجاً يُعرف اليوم بـ«الظاهرة التقنية» حيث يستثمر شيئاً ما من الأنموذج المصنوع.

على مدى هذا البحث في الآلات المحرقة -يبقى المهندس المزود بقوانين البصريات الهندسية- كالانتشار على خطوط مستقيمة والانعكاس والرجوع المعاكس (العودة المتطابقة) -متشبيهاً قبل كل شيء بالخصائص البصرية للمخروطات- أي تلك التي تتصل بالتركيز البؤري للضوء. ويعمل، من ثم، مستعيناً بالمخروطات بشكل رئيسي، على تصميم آلات تحدث تركيزاً لهذا الضوء، ثم يخضع هذا التركيز، الذي لا وجود له في الطبيعة، لتحكم مزدوج هندسي وتقني: فنظرية المخروطات تنبئ به، وتحدثه آلة عليها أن تحرق على مسافة حددت لها سلفاً. لكن الحصول على التركيز وفق الشروط المطلوبة، يتطلب مراعاة شرطين مسبقين؛ يتعلق الأول، وقد وعاه ابن سهل تماماً، باختيار المواد -بلور صخري نقي ومتجانس مثلاً- فضلاً عن الأشكال الهندسية. أما الثاني فلم يلزمه ابن سهل بوضوح شأنه شأن أسلافه، بل وخلفائه أيضاً، حتى القرن الثامن عشر؛ إذ يفترض أن يحدث الإشعال فور حصول التركيز.

نستطيع القول إن ابن سهل قد ابتكر إذاً مجال البحث هذا في الحَرَاقَات، فضلاً عن علم الانكساريات. لكنه، وقد أُجبر على التفكير بمخروطات أخرى غير

(٢٨) ما هنا نهج التاريخ الدقيق للترجمة العربية لـ«مناظر بطليموس»، ينشئ كل تأكيد حول دراسة الانكسار نوعاً من الحس المحتمل. لا نعرف، حتى الساعة، أي نص في البصريات قبل ابن سهل، تم فيه الرجوع إلى كتاب بطليموس الخامس.

(٢٩) انظر: Rushdi Rashid, Dioclès, Anthémius de Tralles, Didyme et al.: *Sur les miroirs ardents*.

المكافئ والناقص - كالقطع الزائد مثلاً - باعتباره منحنيًا انكساريًا، قد انساق بشكل طبيعي إلى اكتشاف قانون سنيلليوس . ونفهم حينها أن الانكساريات، عندما رأت النور على يد ابن سهل، لم تعالج سوى انتشار الضوء، بعيداً عن مسائل الأبصار، بل ولنقل، من دون مبالاة بها . فالعين لم تحظ بموقع لها بين الآلات المحركة، ولم يكن لموضوع الأبصار موقع في علم الانكساريات . وقصدًا اعتمدت وجهة نظر موضوعية في تحليل الظاهرة الضوئية . فهذا الموضوع الغني بالمادة التقنية، كان، في الواقع، فقيراً جداً بالمحتوى الفيزيائي الذي تلاشى، ليقصر على بعض الاعتبارات المتعلقة بالطاقة مثلاً . فابن سهل لم يحاول مطلقاً، على الأقل في كتاباته التي وصلتنا، تفسير سبب تغيير الأشعة لمساراتها وتجمعها عند تغير الوسط : لقد اكتفى بمعرفة كيف أن حزمة من الأشعة الموازية لمحور عدسة مستوية محدبة زائدية، تنقلب بالانكسار إلى حزمة مقاربة . ورداً على التساؤل عن أسباب الاشتعال الناتج من تقارب الأشعة، يكفي ابن سهل بتعريف الشعاع الضوئي من حيث فاعليته في الاحراق، مسلماً، كخلفائه من بعده على مدى زمن طويل، بتناسب التسخين مع عدد الأشعة المجمعة .

مضى نصف قرن على ذلك، وإذا بعلم الانكساريات يوسّع مجاله ليصبح ذا مكانة مختلفة تماماً . فمع ابن الهيثم، غاب مفهوم الانكساريات كمجرد هندسة للعدسات . وباتت واضحة، بحسب كلمات المؤلف، ضرورة «تفاعل الرياضيات والفيزياء» لدرس الكواصر والعدسات، محرقة كانت أم لا . إن أهمية هذه الخطوة التي تمّ اجتيازها، تعادل صعوبة تفسيرها . فهي توحى منذ الآن، بأن المجال الذي وضعه ابن سهل من خلال دراسته الحركات، لم يعمر طويلاً، وانتهى بعد خمسين سنة من ذلك على الأكثر، متلاشياً تحت ضربات أول فيزيائي . إذ من البديهي أن الأهداف العملية لا تكفي وحدها لتحديد مجال ما . ولكن، ما هو بشكل دقيق، التحول الذي أجراه ابن الهيثم؟

لقد تابع ابن الهيثم، على أثر ابن سهل، البحث في المرايا والآلات المحركة . ولم يكن ذلك مجرد بحث تمهيدي لكتاب المناظر على الإطلاق، إذ إنه كتب دراسة للكرة المحركة بعد هذا الكتاب . وهكذا ابتدأ بالكتابة عن المرايا المحركة للمكافئة التي سبق وأشارنا إلى تأثير ابن سهل فيها على الرغم من كون دراسة ابن الهيثم أكثر تفصيلاً .

لقد قام ابن الهيثم، بشكل عام، بالتوقف على الحالات التي لم يعالجها ابن

سهل، أو بتوسيع البحث في ما درسه سلفه. فداسة المرأة الكروية المحرقة تجاوزت بعيداً كل ما سبقها من أبحاث، من ديوقليس إلى الكندي، مبرزاً فيها ظاهرة الزيغ الكروي. أما معالجته الكرة المحرقة، فإنها تشبه ما درسه سلفه من عدسة محدبة الوجهن، وزائدية، لكنها أكثر صعوبة بحيث يثير فيها ظاهرة الزيغ الكروي<sup>(٣٠)</sup>.

إن ابن الهيثم قد سار من دون ريب، على خطى ابن سهل متوغلاً دوماً أبعد منه، لكنه افترق عنه بوضوح في نقطتين: أولاً، أنه خلافاً لابن سهل لا يستعمل نسب المقاطع التي يعطيها قانون سنيلليوس، بل بحسب أطوال المقاطع منطلقاً من القيم العددية للزوايا كما وردت عند بطليموس في حالة الهواء والزجاج. وثانيتهما تميزه باختيار السطوح الكروية المقعرة، مكتشفاً بذلك خاصية فيزيائية مهمة، وهي الزيغ البصري.

ويكتف ابن الهيثم البحث في الانكسار سائراً على خطى ابن سهل. لكنه، عوضاً من تعميق الفكرة التي طرحها ابن سهل، بأن يأخذ قانون سنيلليوس ليهذب صياغته مثلاً، يرجع ابن الهيثم إلى نسب الزوايا، ليزيد القواعد الكمية للانكسار، ويدقق فيها كالنسبة بين زوايا السقوط والانحراف أو الانكسار، ... الخ. وقبل إيضاح، أو محاولة إيضاح، ما يجب أن نسميه حقاً خطوة إلى الوراء، علينا أولاً تقدير المسافة التي قطعها ابن الهيثم. فبحته لم يعد مقتصر على المرايا والعدسات، بل تعداها إلى البصريات أيضاً. يضاف إلى هذا، إصلاحه لهذا العلم فاصلاً بوضوح، وللمرة الأولى في تاريخه، بين شروط انتشار الضوء، وشروط رؤية الأشياء. لقد شرحنا هذا الإصلاح في موضع آخر<sup>(٣١)</sup>. فلنكتف بذكر أنه أوصل ابن الهيثم، من ناحية، إلى إعطاء مرتكز فيزيائي لقواعد الانتشار (المقصود مقارنة رياضية للمضمون بين أنموذج ميكانيكي تمثله حركة كرة صلبة ترمى على

---

(٣٠) كما رأينا بالفعل، يبرز ابن الهيثم، في دراسته للكرة المحرقة بشكل جلي جداً الزيغ الكروي لمزمة من الأشعة المتوازية. نشير إلى أن ابن الهيثم لم يتخصص، في الفصول المخصصة للكواكب الناحلة في المقالة السابعة من كتاب المناظر، حالة حزمة من الأشعة للتوازية والساقطة على كاسر كروي، لكنه يتخصص هذه الحالة في الكرة للمحرقة، ويميز الزيغ الكروي في حالة الكاسر.

Rashdi Rashid: «Lumières et vision: L'Application des mathématiques dans l'optique d'al-haytham» dans: *Roemer et la vitesse de la lumière* (Paris: Ed. R. Taton, 1978), et «Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al-Haytham».

حاجز وبين حركة الضوء)، ومن ناحية أخرى، إلى العمل حيثما كان هندسياً، وبالملاحظة والتجربة. لقد قُدمت البصريّات المعنى الذي كانت تعرف به سابقاً<sup>(٣٢)</sup>، فباتت تشمل قسمين: نظرية الابصار مقرونة بالفيزيولوجيا وعلم النفس، ونظرية الضوء وطرق انتشاره... الخ. ومن الممكن من دون شك، ملاحظة بقايا من البصريّات القديمة في المصطلح، أو أيضاً في ما أبرزه مصطفى نظيف، لطرح المسألة، من دون حاجة حقيقية بالنسبة إلى المبصر<sup>(٣٣)</sup>. ولكن، يجب ألا ننخدع ببقايا الأشكال القديمة هذه، إذ لم يعد لها الوقع نفسه، ولا المعنى نفسه. لقد عكس تنظيم كتاب المناظر الوضع الجديد. ففيه فصول مخصصة بأكملها للانتشار، كالفصول الثلاثة الأولى من الكتاب، الأول والقسم الأعظم من الكتابين الرابع والسابع؛ وفي فصول أخرى يبحث في الإبصار وما يتعلق به من مسائل. ومن نتائج هذا الإصلاح، يجب الإشارة إلى بروز مسائل جديدة، لم تطرح مطلقاً في السابق. ففي هذا السياق، لم تعد الكواسر والعدسات تُدرس كمجرد حَرَاقَات، بل كأجهزة بصرية أيضاً. وأصبح من الواجب، في هذه الظروف، الانكباب على مسائل تكون الصور وتحديد أمكنتها باستخدام الوسائل الجديدة؛ وهذا ما لم يغفل ابن الهيثم عن القيام به.

وهكذا فعلم الانكساريّات يتخلل عمل ابن الهيثم بأكمله من أوله إلى آخره، ويبحث في الكواسر والعدسات، الموجود في القسم السابع من كتاب المناظر، بات، بفضل معرفتنا بآبن سهل، يحاط بكل أهميته، فينال مكانته اللائقة إلى جانب معالجته للكرة المحرقة.

يبقى السؤال مطروحاً حول قانون سنيليلوس لمعرفة سبب عدم اكتشاف ابن

(٣٢) أي كهنسة للابصار، أو كما كتب حديثاً ج. سيمون، في: G.Simon, *Le Regard, l'Être et l'apparence dans l'optique de l'antiquité* (Paris: Seuil, 1988), pp. 187 sqq.

(٣٣) نظيف، الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشفه البصرية، ص ٧٦٣: «وما تجدر الإشارة إليه هنا أن ابن الهيثم يسمي السطح الذي يحدث عنده الانعكاس بحسب ميته إلى النقطة التي يرد إليها الضوء للانعكاس لا بحسب ميته بالنسبة إلى النقطة المضيئة التي هي مصدر الضوء. ولعل ذلك من جراء انصراف عنايته في موضوعات الانعكاس أيضاً إلى الناحية الشخصية أكثر منه إلى الناحية الموضوعية، فالنقطة التي يرد إليها الضوء تصورها دائماً مركزاً للبصر، فإن كان تحذب السطح عما يليها عنه عدياً، وإن كان تقعره عما يليها عنه مقعراً».

مناقشة نظيف هذه صحيحة، لكن موقف ابن الهيثم هذا لا يتعدى بقاء أثر من المعجم القديم. هذه المعنى المفترضة لا تتدخل أكثر من نقطة هندسية تصل الأشعة إليها. فابن الهيثم لم يعد مهتمس بالأبصار.

الهيثم له، وهو سؤال مشروع، لا يمكن تسويته كما فعل مصطفى نظيف<sup>(٣٤)</sup> - إذ يعزو ذلك إلى لجوء ابن الهيثم إلى زوايا الانحراف بدلاً من زوايا الانكسار. فقد أضحي الآن سؤالاً متعلقاً بمعرفة أسباب عدم استفادة ابن الهيثم من نتيجة ابن سهل.

وتبقى، بالتأكيد، هذه التساؤلات السلبية من أصعب الأسئلة بالنسبة إلى المؤرخ. فأجوبته دائماً غير مؤكدة، وهي، في أحسن الأحوال، تخمينات متفاوتة الاستحسان. وعلى الرغم من ذلك، طرحنا لها هنا، متبعه رغبتنا في إبراز هذه المسائل وإحياء البحث فيها.

نذكر أولاً بالحجج التي سبق وقدمناها لتيان معرفة ابن الهيثم برسالة ابن سهل. تركز المجموعة الأولى من هذه الحجج على الاهتمام الذي أولاه لكتاب ابن سهل البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء، عند دراسته الانكسار. وتظهر مجموعة ثانية اهتمامه الخاص برسالة ابن سهل «الحراقات»: إذ يتبع ابن الهيثم ابن سهل في تحليل المرآة المكافئة وفي دراسة العدسات، وهما بالتحديد، جزء من «الحراقات». أما المجموعة الثالثة من الحجج فتركز على التناوب الجغرافي والزمني لهذين المؤلفين. في ضوء مجمل الملاحظات هذه، ليس مبالغاً تقبل كون ابن الهيثم قد قرأ جيداً أجزاء رسالة ابن سهل المخصصة للعدسات وللانكسار؛ فتجاهله قانون سنيليلوس الموجود في هذا النص، لا يرتبط إفاً بمجرد واقع ظرفي، بل هو تعبير لمفهومه عن البصريات وعن تطور هذا العلم.

لقد كان ابن الهيثم، خلافاً لابن سهل وكما بينا مراراً، مجرباً (معتبراً). بل إنه أول فيزيائي أعرفه، لا يكتفي بالتجربة بشكلها التقريبي، بل يجعل من «الاعتبار» جزءاً لا يتجزأ من البرهان الفيزيائي، يتداخل لإعطاء المعرفة البصرية قيمتها البرهانية. وترتدي هذه النقطة أهمية أساسية بعيدة عن موقف بطليموس، على الرغم من لجوء هذا الأخير أحياناً إلى التجربة. وفرض هذا المفهوم الجديد لإلزامات متعددة أبرزها التالية: العمل في الانكسار بقوانين قابلة للتحقق بالتجربة،

---

(٣٤) نظيف، المصدر نفسه، ص ٧١٧، كتب ما معناه: «لم يمر ابن الهيثم اهتمامه إلى زاوية الانكسار، بل اهتم بزاوية الانعطاف، ونص العلاقة بين زاويتي السقوط والانعطاف، ونتيجة لذلك لم يكتشف القانون العام والذي يعطي في علاقة بسيطة هذه العلاقة التي تحكم جميع الحالات. لكننا نعلم أن ابن سهل، وكذلك سنيليلوس اهتموا بزاوية الانحراف، من دون أن يمتنعوا هذا من اكتشاف القانون».

وقادرة، من ناحية أخرى، على تفسير جميع نتائج التجارب. غير أن الخضوع لهذه الضرورات التقنية والمنطقية قد استتبع نتيجة مهمة تاريخياً على الرغم مما شكلته من تنازل من قبل المجدد لصالح التقليد، وعودة بالتالي، إذا صحّ القول، إلى بطليموس.

وضع بطليموس جهازاً لقياس زوايا الانكسار تبعاً لزوايا السقوط في الحالات الثلاث: هواء-ماء، هواء-زجاج وماء-زجاج. وسجل نتائجها في جداول في المقالة الخامسة من كتاب المناظر<sup>(٣٥)</sup>. يتألف كل جدول من هذه الجداول من عمودين؛ نجد في أولهما زوايا السقوط أضعاف ١٠° حتى ٨٠°، وفي الآخر زوايا الانكسار المقابلة. هذه المعطيات هي، بالنسبة إلى ابن الهيثم، تجارب ومعطيات عديدة يجب أخذها في الحسبان. وقد قام ابن الهيثم بإبتكار آلة أكثر تعقيداً ومهارة من آلة سلفه، لكنها تركز على المبدأ نفسه: قياس مقادير الزوايا. وعلى الرغم من إمكانيات هذه الآلة المتقدمة، اكتفى ابن الهيثم بإعادة تجارب بطليموس، وحفظ قيمها العددية. وعلى الرغم من كتابته بخصوص تجربة الانكسار في حالة هواء-ماء: «وإن أحب للمختبر أن يعتبر الزوايا خمسة أجزاء بخمسة أجزاء فعل ذلك على مثل ما تقدم شرحه، وإن أحب أن يعتبر ما هو أدنى من خمسة أجزاء فعل ذلك على الترتيب الذي ركبناه»<sup>(٣٦)</sup>. أما هو فاستمر، قياساً على بطليموس، على الاكتفاء بأضعاف ١٠° حتى ٨٠° لزوايا السقوط، وعلى «هواء-ماء-زجاج» كأوساط. وقد منعه هذا المسلك من التوصل إلى اكتشاف لم يكن ليفوته لو أنه طبق اقتراحه وعمل بالزوايا من ٥° إلى ٥°: إنه ظاهرة زاوية الحد<sup>(٣٧)</sup>.

وهكذا يكشف لنا ابن الهيثم المعتبر ودأ مع بطليموس وإذ به «يسترجه».

Ptolemaeus, *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de (٣٥) l'émir Eugène de Sicile*, pp. 227-234, et Lejeune, «Recherches sur la catoptrique grecque, d'après les sources antiques et médiévales», pp. 153 sqq.

(٣٦) ابن الهيثم، كتاب المناظر، للغة السامية (استانبول، سليمان، فاتح، ١٣١٦)، ص ٣٨.

(٣٧) نبرهن فعلاً - راجع للملاحظات الإضافية للنص السليم - أننا لو اعتبرنا قرينة الانكسار  $n$  هواء-زجاج مساوية لـ ١/٣ تكون  $2 < n < \sqrt{2}$  وإذا اعتبرنا  $n > \frac{1}{2}$  حيث  $\frac{1}{2} = \frac{\cos \frac{\pi}{2}}{2}$  تكون عندئذ الثابتة  $d < \frac{1}{2}$  غير صحيحة ولدينا  $d > \frac{1}{2}$ . لقد برهنا أن  $83^\circ = \theta_0$ . نبرهن أن زاوية الانحراف تقترب من القيمة الحد كلما اقتربت  $i$  من  $\frac{\pi}{2}$ . انظر: نظيف، الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه للبصرية، ص ٧٢٠-٧٢٣، و Rashid, «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique», p. 203.



فيهدف تطبيق الاعتبار على القوانين قام، بتأثير من سلفه، باستعمال جهاز لقياس الزوايا. كما أخذ في الحساب قيم نتائج بطليموس العدديّة، وهي قيم للزوايا. وهكذا، ففي مقالة السابعة، وبعد التعريف بجهازه التجريبي، أعطى قوانين كمية للانكسار تشكل بعضها تقدماً أصيلاً، على الرغم من صياغتها بلغة مقاسات الزوايا. فليس من المستغرب إذاً أن نرى أن مجال تطبيق بعض هذه القوانين الكمية لا يتعدى الأوضاع الاختبارية المدروسة دون غيرها.

لنأخذ مثلاً على ذلك، قانون ابن الهيثم الثاني القائل: «إذا كبرت زاوية السقوط كمية ما، تكبر زاوية الانحراف كمية أصغر»؛ ويصح هذا القانون عموماً مع  $1 > n$  أما عندما تكون  $1 < n$  نبيّن بأنها تصح مع  $\frac{1}{2} \leq n$ ، أما في حال  $\frac{1}{2} < n$  فلا يصح إلا لزوايا السقوط  $i < \sqrt{\frac{4n^2 - 1}{3}}$ .

وهكذا فإن هذا القانون، الذي نصّه ابن الهيثم بشكل عام وشامل، ليس صحيحاً إلا للأوساط التي اعتبرها هو ويطليموس وللزوايا التي اختارها.

نرى إذاً أن التساؤل الذي أثّرناه بخصوص قانون سنيليلوس يعيدنا في الحقيقة إلى نمط بصريات العصر بالذات. فابن سهل الرياضي، غير المكترث بالاعتبار كضرب من ضروب البرهان، وغير المبالي بالقيم العدديّة، يدرس، في حال سطح زائدي، وسطين مختلفي الشفافية من دون أدنى تحديد إضافي، فيتوصل بذلك مباشرة إلى فكرة مقدار ثابت لقرينة الانكسار. وبالمقابل، فابن الهيثم، المأخوذ بجلّة مفهومه للبرهان في الفيزياء ويدور «الاعتبار»، يعود إلى مدرسة نسب الزوايا ليستخرج منها قوانين كمية لا يصح بعضها خارج أوضاع تجريبية جزئية. وشكل بطليموس سائراً لابن الهيثم، حاجباً عنه أهمية نتيجة ابن سهل وجذتها. لكن الرجوع إلى بطليموس دفع ابن الهيثم إلى متابعة البحث الكمي؛ إذ كان عليه، على الرغم من امتلاكه جداول سلفه، حساب قيم أخرى، كزوايا الانحراف وفروقات المنزلة الأولى، مزوداً ببصريات وبنظريّة للبرهان جديديتين. هذا البحث المعتدل والمخفف عند ابن الهيثم، سيتخذ بعداً أكثر عمقاً عند الفارسي، الذي، على ما أعلم، لن يعود إلى اكتشاف قانون سنيليلوس.



## الفصل الثالث

ابن سهل الرياضي



عرف تراث ابن سهل في حقل الرياضيات مصيراً أقل حظاً أيضاً منه في البصريات. فمن تراث يحوي خمسة عناوين على الأقل، لم يصلنا سوى اثنين، وهما عبارة عن كتيب في المخروطات وتعليق على رسالة في هندسة الاسطرلاب كتبها القوهي معاصره. نزيد عليهما نصوص مسائل ثلاث، نسخها أحد معاصريه ناقلاً تركيباً لتحليل لابن سهل؛ وأخيراً مسألة حلها ثم نقلها عنه السجزي. هذا كل ما نعرفه حتى الساعة من مخطوطات ابن سهل الرياضية؛ غير أن أهم رياضي ذلك العصر، كالقوهي مثلاً، نقلوا أنه ألف مخطوطة في تربيع المكافئ، وأخرى يناقش فيها مسائل تختص بمركز الثقل<sup>(١)</sup>. كما نعلم أيضاً مقدار ما كان يكته له رياضيو ذلك العصر من احترام، كالقوهي والسجزي والشني، الذين غالباً ما كانوا يلجأون إليه عند عجزهم عن حل مسألة ما، كمقدمة أرخيدس مثلاً<sup>(٢)</sup>، وإليه كانوا يتجهون إلى تفسير الأفكار الجديدة الغامضة عليهم، كأراء القوهي حول الإسقاطات<sup>(٣)</sup>. وحتى نقاده كانوا يجمعون على الاعتراف بتفوقه الرياضي. فمن المستبعد إذاً أن يقتصر تراثه الرياضي على هذه المذكرات الخمس فقط، غير أن التعرف إلى مخطوطات أخرى يبقى رهناً بالبحث التاريخي القادم.

إن إثارة هذه العناوين، والتذكير ببعض وجوه الوسط الرياضي الذي تطوّر فيه ابن سهل كالقوهي والسجزي، يكفيان للدلالة على أن ابن سهل كان هندسياً. لكن ماذا تعني عبارة هندسي من الطراز الأول في النصف الثاني من القرن العاشر؟

(١) انظر الفصل الرابع، الهامش رقم (١٣).

(٢) انظر الفصل الرابع، الهامش رقم (١٨).

(٣) انظر مقدمة تعليقه على مقالة القوهي.

يعطينا وضع ابن سهل فرصة للإجابة عن هذا السؤال الذي بقي، على الرغم من غرابة ذلك، مهملاً عند المؤرخين.

اقتصرت أعمال قسم كبير من المهندسين، ما بين القرنين التاسع والثاني عشر، على توسيع هندسة أسلافهم الهلنستيين، ولا سيما إقليدس وأبولونيوس، معالجين المجال نفسه ومتبعين النمط والأسلوب ذاتهما، وهو ما يسمح بتلقيبهم بـ«الرياضيين الهلنستيين العرب». غير أن الوقوف على هذه الملاحظة يعرّض بُعداً أساسياً من هندسة ذلك العصر للطمس، وأخطاء الرؤية لا تعود حيثتد نادرة في تحرير أحد فصول هذه الهندسة. إن نظرة أقل شمولية وأكثر تمتعاً إلى علاقات الهندسة مع علوم أخرى، كالجبر وعلم الفلك، تُظهر في هذه اللوحة الهلنستية، مجالين على الأقل لا يشملهما هذا الوصف. أكثرهما دراسة هو الهندسة الجبرية، وهي هنا أقلهما مدعاة لاهتمامنا. لقد عرضنا، في موضع آخر، الجدلية بين الجبر والهندسة وقد التزمتهما، في القرن العاشر تحديداً، كوكبة من الرياضيين أمثال الخازن، وابن الليث، والقوهي...، وبرهنا كيف إنها أفضت، مع الخيام، إلى تأسيس هذا العلم، ليتعمّق جذرياً مع شرف الدين الطوسي. أما المجال الثاني فيتركز على التحويلات الهندسية التي ما انفكت تسترعي انتباهنا في أعمال المهندسين والجبريين. زد على ذلك دراسة الاسقاطات التي لم تُلاحظ أهميتها إلا مؤخراً<sup>(٤)</sup>. إن عناوين مخطوطات ابن سهل لا تظهره كهندسي فحسب، بل، وبالتحديد أكبر، كهندسي من المدرسة الأرخيدسية والأبولونية العربية، ومن أولئك الذين وضعوا فصلاً غير هلنستية. في هذه المدرسة الأرخيدسية الأبولونية - التي سنعرض تاريخها في موضع آخر<sup>(٥)</sup> - اهتم الرياضيون، إثر أرخيدس، بتربيع

(٤) انظر خاصة الترجمة المثلثة لنص البيروني من قبل سوتر، في: H. Suter, «Über die Projektion der Sterobilder und der Länder von al-Bīrūnī» *Abhandlungen zur Geschichte der Naturwissenschaften und der Medizin*, no. 4 (1922).

J. L. Berggren, «Al Bīrūnī on Plane Maps of the Sphere» *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 6, nos. 1-2 (1982).

انظر أيضاً: أكبر دناسرشت، رسالة في تسطيح الكرة مع تلخيصها بالفارسية (طهران: د.ن.)، ١٩٧٢، و B. Rosenfeld, *A History of Non-Euclidean Geometry: Evolution of the Concept of a Geometric Space*, Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences; vol. 12 (New York: Springer-Verlag, 1988), pp. 121 sqq.

(٥) انظر أعمال ابن الهيثم الرياضية.

الأشكال المنحنية وما يتعلق به من مسائل؛ كما درسوا مسائل مركز الثقل. وعلى مثال أبولونيوس، درسوا القطوع المخروطية، دراسة نظرية ويهدف التطبيق في آن معاً. ولم يقتصر هذا التطبيق على العلوم الأخرى، كالبحريات وعلم الفلك، بل استخدم لحل المسائل الهندسية كذلك، كتلك المتعلقة بالإنشاءات الهندسية. في هذه المدرسة وفي هذا الوسط ابتدأ تطبيق نظرية المخروطات لحل مسائل جبرية<sup>(٦)</sup>.

إن ضياع دراسة ابن سهل في تربيح القطع للكافء، وكذلك المذكرة التي يعالج فيها مسائل مركز الثقل، يحرمنا بالطبع من بعد مهم في تراثه الرياضي، ألا وهو البعد الأرخيديسي. وبالمقابل فإن أعماله في البصريات، ورسالته في القطوع المخروطية، وكذلك استرجاعنا لتحليله المسائل الهندسية الثلاث - ومنها مقدمة أرخيدس - انطلاقاً من تركيب أعطاه، على وجه شبه مؤكد، معاصره الشتي، ستساعدنا على استخلاص بعض من سمات بحثه في المخروطات. وسنأخذ على التوالي الإنشاء الميكانيكي للمخروطات، ثم دراسته النظرية للقطوع المخروطية، لنعود أخيراً إلى تحليل المسائل الهندسية، مركزين على إسهام ابن سهل في مسألة مقدمة أرخيدس. لكن هذا الرياضي الهلنستي العربي مشارك أيضاً في تشكيل أحد الفصول الهندسية غير الهلنستية، إذ وسع، إثر القوهي، فصلاً حول طريقة الإسقاطات. ومن الغريب حقاً بقاء أعمال على هذه الدرجة من الأهمية، لابن سهل والقوهي، مجهولة لدى المؤرخين؛ لذا سنشير إلى مقدار إسهامها في تاريخ الهندسة الإسقاطية.

### أولاً: الإنشاء الميكانيكي للقطوع المخروطية

رسم رياضيو مدرسة بغداد المخروطات بالنقاط، أو بواسطة طرق ميكانيكية. ففي أواسط القرن العاشر أنشأ إبراهيم بن سنان القطوع المخروطية بالنقاط<sup>(٧)</sup>، وأنشأ السجزي، وهو معاصر لابن سهل، القطع الزائد بالنقاط أيضاً. كما اهتم السجزي أيضاً، وكذلك القوهي، بالرسم المتواصل للمخروطات بواسطة آلة سماها «البركار التام». وعلى هذا النحو صُممت آلات كآلة ابن سهل وآلة ابن الهيثم لاحقاً. لكن ابن سهل كان من ضمن رياضيين مدرسة بغداد، وأولئك المرتبطين بحاشية البوصيين بصورة خاصة، وأكثرهم اهتماماً بالخصائص البصرية

(٦) انظر تاريخ هذه التطبيقات كما رواها الحيام في مقالته عن الجبر.

(٧) انظر الفصل الأول، الهامش رقم (٣٠).

للمخروطات. ومعه لم يعد مفهوم بؤرة القطع المخروطي مرتبطاً بالانعكاس فقط، كما هي الحال في علم الانعكاس الهلينستي والعربي، بل أصبح منذ ذلك الحين مرتبطاً بالانكسار أيضاً. وتجدر الإشارة إلى الصدى المهم، المنسي غالباً، دراسة الآلات البصرية - المرايا والعدسات - على اهتمام الرياضيين بإنشاء المخروطات. وهكذا يرتبط البحث عن وسائل ميكانيكية لإنشاء القطوع المخروطية بالبحث البصري، كما استجاب في تلك الحقبة، صنع البركار التام لحاجات البحث الفلكي، وخصوصاً صناعة الاسطرلابات والساعات الشمسية (المزولات).

لنتوقف عند الآلات التي صمّمها ابن سهل، لنحتلي من وراء تعقيدها الظاهري، الفكرة التي عليها تقوم. ثم نذكر باختصار بمبدأ البركار التام، من أجل توضيح صلات القريبى القائمة بينه وبين آلات ابن سهل.

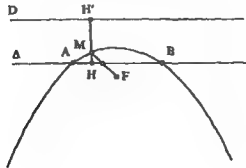
يتألف جهاز ابن سهل للرسم للتواصل للقطوع الثلاثة من قسم ثابت الشكل وقسم متبدّل يحافظ مع ذلك على طول ثابت. يتكون هذا الطول في الحالات الثلاث من شريط أو حزام يلتف حول دائرة متحركة تلعب دور البكرة، ومهمتها تجنب قطع الحزام وتسهيل حركة القسم المتحرك. فإذا زُوّد مركز الدائرة بقلم، رسم هذا القلم قوس المنحني موضع الدراسة.

تدخل في حال كل من القطوع المخروطية الثلاثة التي سنعالجها تباعاً سمة خاصة بالبؤرة:

## ١ - القطع المكافئ

لنأخذ مكافئاً ببؤرته  $F$ ، ومستقيماً  $\Delta$  متعامداً مع المحور يخترق المكافئ في نقطتين  $A$  و  $B$ . لكل نقطة  $M$  من القوس  $AB$  ذات إسقاط  $H$  على  $\Delta$ ، نرى:

الشكل رقم (٣ - ١)





$$(١) \quad AF = BF = 1 \text{ و } MF + MH = 1$$

حيث  $l$  هي المسافة بين  $\Delta$  والدليل  $D$ .

ونرى من جهة أخرى أن:

$$(٢) \quad MF = MH'$$

وكأسلافه، لا يسمي ابن سهل الدليل؛ غير أنه يفكر على أساس المعادلتين السابقتين ويالانتقال من واحدة إلى أخرى.

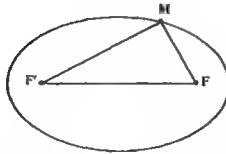
إذا نظرنا إلى الجهاز المصمم للرسم المتواصل للمكافئ، نلاحظ أنه يركز على المساواة الأولى. وهو لا يختلف إلا باستخدام البكرة عن الجهاز الذي يستعمل فيه كوس وحزام طوله  $l$  مربوط في  $F$  وفي رأسه زاوية الكوس القائمة  $H$ . إن قلماً مرتبطاً بالحزام  $M$  يرسم قوساً مكافئاً عند انزلاق الكوس على طول  $\Delta$ : هكذا كان الجهاز الذي تصوره ابن سهل لرسم القطع المكافئ.

## ٢ - القطع الناقص أو الإهليلج

استعمل ابن سهل الخاصة المتعلقة بتعيين ملتقى النقاط  $M$ ، التي يمثل مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين  $F$  و  $F'$  مقداراً ثابتاً، أي:

$$MF + MF' = l;$$

(الشكل رقم (٣ - ٢))



حيث  $F$  و  $F'$  هما بؤرتا الإهليلج و  $l$  هو طول المحور الكبير. لا يختلف جهاز ابن سهل المقترح عن «طريقة البستاني» الشهيرة إلا باستعمال بكرات

ثلاث، اثنان ثابتان والثالثة متحركة.

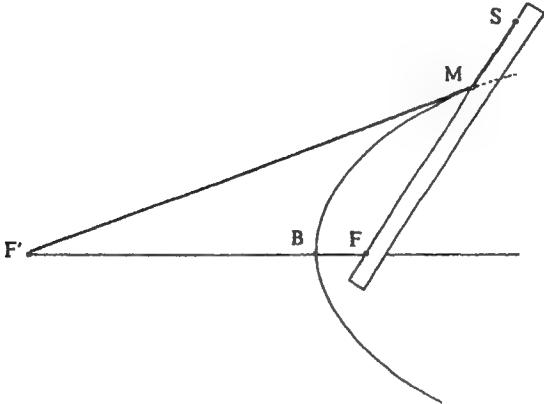
### ٣ - القطع الزائد

لنأخذ قطعاً زائداً ذا بؤرتين  $F$  و  $F'$ ، طول محوره المعترض  $2a$ . تتميز كل نقطة  $M$  من الفرع المحيط بالبؤرة  $F$  بالمعادلة التالية:

$$MF' - MF = 2a.$$

لتكن  $S$  نقطة على امتداد  $FM$ ، معنا:  $(SM + MF') - SF = 2a$ .

الشكل رقم (٣ - ٣)



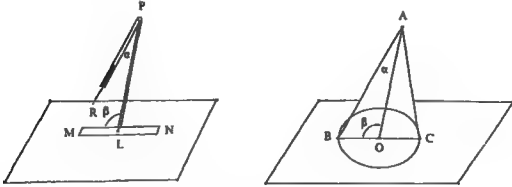
تسمح هاتان العلاقتان برسم متواصل لقوس زائدي بواسطة جهاز مؤلف من مسطرة تدور حول البؤرة  $F$  ومن حزام أحد طرفيه مثبت في البؤرة  $F'$ ، والطرف الآخر مثبت في نقطة  $S$  على المسطرة. إذا كانت المسافة بين النقطتين  $S$  و  $F$  هي  $FS = 1$ ، نأخذ حزاماً طوله  $1 + 2a$ . نجعل الحزام مشدوداً بواسطة قلم

رصاص مرتكزاً في  $M$  على المسطرة، فيرسم رأس القلم القوس  $MB$  عند دوران المسطرة حول  $F$ .

لنتنقل الآن إلى الجهاز الذي تصوّره ابن سهل لرسم القطع الزائد، المستنبط بالتحديد من الفكرة التي أتينا على عرضها. إنه يستعمل بالفعل كرتين لهما الشعاع نفسه، مركز الأولى ثابت، ومركز الثانية متحرك، يرتكز عليهما شريط أو حزام، طوله ثابت.

ولم يكن بوسع ابن سهل تجاهل الأعمال المنجزة في عصره حول البركار التام، فقد ذكرنا بتعقيبه على رسالة في الاسطرلاب للقوهي الذي تناول البركار التام برسالة أخرى. تتألف آلة القوهي من ثلاثة أجزاء مفصلة الارتباط. الجزء الأول  $MN$ ، والمعروف بقاعدة البركار، يقابل محور المخروط  $V$ . والجزء الثاني  $LP$ ، والمسمى محور البركار، يقابل محور المخروط. أما الرأس  $RQP$  المسمى مسطراً، فيستطيع الدوران حول المستقيم  $PL$ ؛ ويسمح طوله المتغير بإبقاء رأس المسطار  $R$  بالبقاء على تماس مع المستوي  $II$  أثناء الدوران، وبذلك يرسم القطع المخروطي.

الشكل رقم (٣ - ٤)



يرسم البركار التام إذا قطعاً مخروطياً، شريطة معرفتنا الضلع القائم، والقطر والزوايا ما بين هذا القطر والاتجاه المرافق. غير أن هذا الرسم يتطلب انشاءات أولية لتحديد زاويتي البركار التام  $\alpha$  و  $\beta$  المتساويتين في حالة القطع المكافئ.

ويمكننا التكهن بأن ابن سهل طرح طريقته بغية تجنب هذه الانشاءات الأولية التي غالباً ما تكون معقدة وطويلة. ويبدو هذا التكهن معقولاً على الرغم من سكوت ابن سهل، كما دلت عليه، عن الكشف عن نواياه.

أما بصدد مستقبل طريقة ابن سهل لإنشاء القطوع المخروطية، فتبدو لنا فرضية محتملة. فلقد نوهنا بذكر خليفته ابن الهيثم، في مخطوطته عن المرأة المكافئة، لرسالة ألفها هو في إنشاء القطوع المخروطية بـ «طريق الآلة» قائلا: «أما كيف يستخرج القطع المكافئ وغيره من القطوع بطريق الآلة فقد ذكره جماعة من المهندسين وإن كانوا لم يستخرجوه على حقيقته، وقد بينا نحن في مقالة نذكر فيها استخراج جميع القطوع بطريق الآلة، كيف نستخرج أي قطع شئنا على حقيقته التي لا يمكن أن نخرج إلى إعادة أصح منها، كوجود لدائرة بالبركار»<sup>(٨)</sup>. موحياً بذلك أنه قد أسهم هو بالذات، بتحسين الطريقة. لكن المدهش حقاً أنه لم يدخل ابن سهل في طلبية «جماعة المهندسين» هذه.

### ثانياً: القطوع المخروطية والقسم التوافقية

تناولت أبحاث ابن سهل الهندسية أيضاً المخروطات بغض النظر عن تطبيقها، كما تشهد على ذلك مذكرته في خواص القطوع المخروطية الثلاثة. فهو يعالج، في هذه المذكرة، خصائص تتعلق جميعها بمفهوم القسم التوافقية أو بمفهوم وسط المقطع الذي هو حالة خاصة منها.

وتتشابه هذه الخصائص التي درسها ابن سهل مع بعض تلك التي عالجها أبولونيوس، كالقضايا ٣٨ حتى ٤٠ من الكتاب الثالث من المخروطات مثلاً.

إن أهمية الخصائص التي درسها ابن سهل باتت اليوم واضحة للعيان. فمن دون أن يبتعد عن مدرسة أبولونيوس، وعرضاً من أن يميز القسم التوافقية مثله بالمساواة بين نسبتين، يعتمد رياضيو القرن العاشر العلاقة المنسوبة إلى وسط أحد الزوجين المرافقين كأصل للإحداثيات. وهو يستعين في براهينه بالعلاقات الأساسية للقطوع المخروطية المعروضة في القضايا ١١ و ١٢ و ١٣ من الكتاب الأول من المخروطات. وهو يستعمل ما أثبتته أبولونيوس من خصائص. ففي القطع المكافئ: التحتمماس القرون بقطر يكون وسطه طرف هذا القطر - المخروطات، الكتاب

(٨) أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، «الرايا المحرقة بالقطوع»، في: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، مجموع الرسائل (حيدرآباد - الدكن: دائرة المعارف العثمانية، ١٣٥٧هـ/ ١٩٣٨م - ١٩٣٩م)، وانظر: H. J. Winter and W. Arafat, «Ibn al-Haitham on the Paraboloidal Focusing Mirror», *Journal of the Royal Asiatic Society of Bengal*, 3rd. ser.: Science, no. 15 (1949).

الأول، القضيتان ٣٣ و ٣٥؛ وفي المخروطات المركزية: يكون طرفا التحتمماس المقرون بقطرهما متوافقين بالنسبة إلى طرفي هذا القطر -المخروطات، الكتاب الأول، القضيتان ٣٤ و ٣٦. ويتزود ابن سهل بهذه المفاهيم ليشعر في دراسة خصائص المكافئ أولاً، ومن ثم المخروطات المركزية. نشير هنا إلى أن القسمة التوافقية تبقى قائمة بعد إسقاط أسطواني أو إسقاط مخروطي، أي بالإسقاطين اللذين درسهما ابن سهل. فمن المشروع التساؤل: هل إنه أدرك، ولو بالحدس، وجه المسألة هنا؟

بالنسبة إلى القطع المكافئ، برهن ابن سهل القضايا الأربع التالية:

**القضية الأولى:** لتكن D نقطة تقاطع المماسين في A و B لقطع مكافئ، عندها يقطع القطر الذي يمر في A المماس في B في نقطة G، بحيث تكون D في وسط BG (الشكل رقم (١) من النص الثالث، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

هذه القضية هي في الواقع نتيجة مباشرة للقضية ٣٥ من الكتاب الأول من المخروطات. وبالفعل إذا كان  $BE//DA$  يكون EG التحتمماس على القطر AG وتكون A في وسط EG؛ إذاً D هي في وسط BG.

**القضية الثانية:** في حال التقى خط مواز للمماس في B بالقطع المكافئ، وبالوتر AB، وبالقطر المنبثق من A، وبالقطر المنبثق من B على التوالي في النقاط I، K، H و J، يكون:  $IJ^2 = JH \cdot JK$ .

ليكن AM موازاً للمماس في B حيث M على BJ؛ وبالتالي  $AM = HJ$  وفي

$$\text{هذه الحال: } \frac{AM^2}{HI \cdot KJ} = \frac{AM}{HJ} \cdot \frac{AM}{KJ} = \frac{AM}{KJ} = \frac{BM}{BJ}.$$

وبما أن A و I موجودتان على المكافئ، نحصل على:

$$\frac{BM}{BJ} = \frac{AM^2}{IJ^2},$$

وبذلك تكون النتيجة.

سنلاحظ أن HJ يلاقي المكافئ مجدداً في C، وأن J هي وسط IC؛ واستناداً إلى المساواة  $JK \cdot JH = JC^2 = JI^2$  تكون القسمة (I, C, H, K) قسمة توافقية.

**القضية الثالثة:** إذا لاقى المستقيم السابق القطع المكافئ في C والمماس في A في النقطة L، عندها:  $LK^2 = LC \cdot LI$ .

J هي وسط IC؛ يكون معنا إذاً:  $CL = 2IJ + LI$ ،

$$لذلك \quad CL \cdot LI = 2LI \cdot IJ + LI^2$$

$$(١) \quad وكذا: \quad CL \cdot LI + IJ^2 = (LI + IJ)^2 = LJ^2$$

وعلى هذا النحو، انطلاقاً من القضية الأولى، تكون L في وسط KH؛ إذاً:

$$HJ = HK + KJ = 2LK + KJ$$

$$(٢) \quad وكذا: \quad HJ \cdot JK + LK^2 = KJ^2 + LK^2 + 2LK \cdot KJ = LJ^2$$

لكن، بموجب القضية الثانية، نحصل على:

$$(٣) \quad HJ \cdot JK = IJ^2$$

من (١)، (٢)، (٣) نحصل على:

$$IJ^2 + LK^2 = CL \cdot LI + IJ^2$$

$$وبالتبعية: \quad CL \cdot LI = LK^2$$

سنلاحظ أيضاً، باعتبار أن L هي وسط KH، أن هذه العلاقة تميز كذلك القسمة التوافقية (I, C, H, K).

القضية الرابعة: مع الاحتفاظ بالرموز السابقة، يكون:

$$\frac{CL \cdot LI}{AL^2} = \frac{BD^2}{AD^2}.$$

رأينا في القضية الثالثة أن:  $CL \cdot LI = LK^2$ ، ومن جهة أخرى:

$$\frac{KL}{AL} = \frac{BD}{AD}$$

ومن هنا تكون النتيجة المرجوة.

أما بالنسبة إلى المخروطات المركزية فيبرهن ابن سهل ما يلي:

القضية الخامسة: ليكن AC قطعاً غروطي مركزي، ولتكن B نقطة من هذا القطع؛ إن المماسين في A و B يتلاقيان في D. إذا كانت G هي ملتقى المستقيم CB مع المماس في A، عندها تكون D وسط AG. (الأشكال أرقام ٢ - أ)، (٢ - ب) و (٢ - ج) من النص الثالث، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لتكن I ملتقى AC و BD، و H ملتقى AC و BH؛ BH//AD، فيكون معنا:

$$\frac{JA}{IC} = \frac{HA}{HC} \text{ (القسمه التوافقية، المخروطات ١، ٣٦).}$$

$$\text{ومن جهة أخرى: } \frac{IA}{IC} = \frac{AD}{CE} \text{ و } \frac{HA}{HC} = \frac{GB}{BC} = \frac{GD}{EC}$$

$$\text{وعليه يكون: } \frac{AD}{CE} = \frac{GD}{EC}$$

ومنه النتيجة المرجوة.

القضية السادسة: إذا لاقى خط مواز للمستقيم AD على التوالي المستقيم BC، والمستقيم BD، والقطع المخروطي، والمستقيم AB، والقطر AC في النقاط: J, K, L, M, N، عندها:  $JN \cdot MN = LN^2$ .

$$\text{وبالعمل: } \frac{JN \cdot NM}{AN \cdot NC} = \frac{JN}{NC} \cdot \frac{NM}{AN} = \frac{BH}{HC} \cdot \frac{BH}{HA}$$

$$\text{لأن: } \frac{NM}{AN} = \frac{HB}{HA} \text{ و } \frac{JN}{NC} = \frac{BH}{HC} \text{ (علاقات في المثلثات المشابهة)؛}$$

$$\frac{JN \cdot NM}{AN \cdot NC} = \frac{BH^2}{HA \cdot HC} \text{ (١) لذلك:}$$

من جهة أخرى، B و L موجودتان على قطع مخروطي ذي قطر AC، إذاً:

$$\frac{BH^2}{CH \cdot HA} = \frac{LN^2}{CN \cdot NA} \text{ (٢)}$$

نستخلص من المعادلتين (١) و (٢):  $LN^2 = JN \cdot NM$ .

نلاحظ أن N ستكون وسط LS، إذا ما قطع LN مجدداً القطع المخروطي في S؛ يكون إذاً  $NL^2 = NS^2 = NJ \cdot NM$ ،

تعبر هذه العلاقة عن أن القسمه (S, L, M, J) هي قسمه توافقية.

القضية السابعة: إذا قطع LN مجدداً القطع المخروطي في S، عندئذ:

$$KS \cdot KL = KM^2.$$

النقطة N هي وسط المقطع SL لأن AC يمثل قطراً، إذاً:

$$SK = 2LN + LK.$$

إذاً يكون لدينا:

$$\begin{aligned} KN^2 &= (KL + LN)^2 = KL^2 + LN^2 + 2KL \cdot LN \quad (1) \\ &= LN^2 + KL(2LN + KL) \\ &= LN^2 + SK \cdot KL. \end{aligned}$$

لقد رأينا في القضية الخامسة أن D هي وسط AG؛ إذاً K هي وسط MJ،  
و  $JN = MN \pm 2MK$ ؛ نستنتج أن:

$$\begin{aligned} JN \cdot NM + MK^2 &= MN^2 \pm 2MN \cdot MK + MK^2 \quad (2) \\ &= (MN \pm MK)^2 = NK^2. \end{aligned}$$

من (1) و (2) نحصل على:

$$LN^2 + SK \cdot KL = JN \cdot NM + MK^2;$$

لكن استناداً إلى القضية السادسة، فإن  $JN \cdot NM = LN^2$ ، وبالتالي:

$$SK \cdot KL = KM^2.$$

بما أن K هي وسط JM، نلاحظ أن هذه العلاقة تميز القسمة التوافقية السابقة (S, L, M, J).

القضية الثامنة: مع الاحتفاظ بالرموز السابقة نفسها يكون لدينا:

$$\frac{SK \cdot KL}{KB^2} = \frac{DA^2}{DB^2}.$$

معنا بموجب القضية السابقة،  $SK \cdot KL = KM^2$ .

ومن ناحية أخرى  $\frac{KM}{KB} = \frac{DA}{DB}$  (مثلثان متشابهان)؛ ونحصل على النتيجة.

وهكذا نرى أن الخصائص التي درسها ابن سهل، سواء للقطع المكافئ أو للمخروطات المركزية، ترتبط جميعها بمفهوم القسمة التوافقية.

### ثالثاً: تحليل المسائل الهندسية

في عداد أعمال ابن سهل الرياضية المفقودة اليوم، مخطوطة في تحليل المسائل الهندسية. وتوحي الآثار التي بقيت منها بنوع شائع في ذلك العصر وهو: مصنف مسائل هندسية. هذه المسائل، المطروحة من الرياضي نفسه، أو المطروحة عليه من



مراسل، تحمل تبعاً في المصنف. إن أمثال إبراهيم بن سنان، وأبي الجود بن الليث، وابن عراق وغيرهم<sup>(٩)</sup> يشهدون يشغف رياضي ذلك العصر بهذا النوع من التأليف.

نعرف إذاً أن ابن سهل قد ألف مصنفاً من هذا القبيل، ولكننا نجهل عدد المسائل التي عالجها فيه، إذ لم يصلنا إلا نصوص ثلاثة ضمن رسالة وجهها إليه معاصر له نجهل هويته؛ وبحسب تعابير هذه الرسالة، فالتركيب المعروض لكل من مسأله الثلاث هو التركيب التحليلي نفسه الذي كتبه ابن سهل في صباه، أي في حوالى الستينيات من القرن العاشر. وسنرجع لاحقاً إلى تاريخ تأليف هذا المصنف والهوية المحتملة لكاتب الرسالة هذه.

إذا أردنا استرجاع مسعى ابن سهل، وجب علينا إذاً اتباع المسعى الذي اتبعه المؤلف المجهول بالاتجاه العكسي. هذه العطفة الاضطرابية، هي الآن سبيلنا الوحيد إلى الإحاطة بأحد أبعاد نشاط ابن سهل الرياضي؛ وسيمكّننا هذا من تقييم اسهامه، وهو من أوائل اسهامات الرياضيات العربية، في إثبات مقدمة أرخميدس بصدد إنشاء المسبّع في الدائرة. وسنرى كيف عمل ابن سهل على برهنة المقدمة في ظروف أكثر شمولية من تلك التي فرضها معاصروه وأرخميدس من قبلهم.

وتتحدد مهمتنا في البدء بتفحص تركيب المؤلف المجهول، لنحاول لاحقاً استرجاع تحليل ابن سهل.

يبرهن مؤلف الرسالة عشر مقدمات قبل الشروع بتركيب المسائل التي حلّها ابن سهل. من بين هذه المقدمات التي سنناقشها لاحقاً سنعرض الآن المقدمة الخامسة وهي أساسية في مسألة ابن سهل الأولى.

المقدمة الخامسة: لتأخذ مضلعاً رباعياً كاملاً ذا ستة رؤوس A, B, C, D, E, G، عندئذ (الشكل رقم (١) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

$$\frac{AB}{BE} = \frac{AD}{DC} \cdot \frac{CG}{GE} \quad (١)$$

(٩) من هذا القبيل لدينا: أبو اسحق إبراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة الحراني، للمسائل المختارة (الكويت: دار نشر سبيلان، ١٩٨٣)؛ أبو الجود بن الليث، الهندسيات؛ كتاب ذكره الشافعي في المخطوطة المذكورة في الفصل الرابع، ص ٩، الهامش رقم (٢)، وأبو نصر منصور بن علي بن عراق، «الهندسيات»؛ في: أبو نصر منصور بن علي بن عراق، رسائل أبي نصر بن عراق إلى البيروني (حيدرآباد - الدكن: مطبعة جمعية دائرة المعارف، ١٩٤٨).

ليكن  $AH$  موازياً لـ  $CE$ ، يكون معنا:

$$\frac{AB}{BE} = \frac{AH}{EG} = \frac{AH}{CG} \cdot \frac{CG}{EG} = \frac{AD}{DC} \cdot \frac{CG}{GE}.$$

هذه النتيجة الأخيرة هي نتيجة مُبرهنة منلاؤس (Ménélaüs) مطبقة على المثلث  $ABC$ ، الذي تقطع أضلاعه بالخط المعترض  $BGD$ .

معكوس المقدمة الخامسة: إذا كان يصح عن النقاط الثلاث  $G, D, B$  الموجودة على أضلاع المثلث  $AEC$  المعادلة التالية:

$$\frac{BA}{BE} \cdot \frac{GE}{GC} \cdot \frac{DC}{DA} = 1,$$

تكون هذه النقاط  $G$  و  $D$  و  $B$  مستقيمة.

فور إدخال هذه المقدمات العشر، يعتمد المؤلف إلى عرض مسائل ابن سهل الثلاث:

### المسألة الأولى

إذا أخذنا دائرة وثلاث نقاط على خط مستقيم، فكيف يمكن حصر مثلث  $DEG$  في الدائرة بحيث يمر  $DE$  و  $DG$  و  $EG$  على التوالي بالنقاط:  $A$  و  $B$  و  $C$ ؟

لنبداً بتلخيص التركيب المعطى عن تحليل ابن سهل: لنفرض أن  $J$  هي مركز الدائرة و  $H$  و  $I$  هما نقطتا التماس لمماسي هذه الدائرة الصادرين من النقطتين  $A$  و  $B$  (الشكلان رقما (٧ - أ) و (٧ - ب) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

$$\frac{AH^2}{AC} \cdot \frac{BC}{BI^2} = k \quad \text{لنفرض أن:}$$

تواجهنا حالات ثلاث إذا ما كانت  $K \geq 1$  أو  $K < 1$ .

$$\text{الحالة الأولى: } K = 1, \text{ أي: } \frac{AH^2}{BI^2} = \frac{AC}{BC}.$$

لنرسم من النقطة  $J$  الخط  $JK$  المتعامد على المستقيم  $AB$ . فيلقى الدائرة في  $D$  و  $N$ . كما أن  $DA$  يقطع الدائرة في  $E$  والمستقيم  $DB$  يقطعها في  $G$ . لنرسم الموازي لـ  $AB$  من النقطة  $D$ ؛ العمودي على  $AB$  في  $A$  يقطع هذا الموازي في  $M$ .

والمستقيم NE في O. أما العمودي على AB في B فيقطع المستقيم DM في L والمستقيم GN في S. فيكون:

$$BI^2 = BG \cdot BD = BS \cdot BL \text{ و } AH^2 = AE \cdot AD = AO \cdot AM$$

لذلك:

$$\left( \frac{AC}{BC} = \frac{AM}{BS} \cdot \frac{AO}{BL} = \frac{AO}{SB} \right) \text{ (لأن } AM = BL \text{)}$$

نستطيع الكتابة في هذا الحال:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AO}{DN} \cdot \frac{DN}{SB}$$

لكن يكون معنا:

$$\left( \frac{DN}{SB} = \frac{DG}{GB} \text{ و } \frac{AO}{DN} = \frac{AE}{ED} \right) \text{ (مثلثات متشابهة)،}$$

ومنه:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AE}{ED} \cdot \frac{DG}{GB};$$

بموجب معكوس المقدمة الخامسة المطبق على المثلث ABD، تكون النقاط C، G و E إذاً على خط مستقيم. ولذلك يكون المثلث DGE منحصرأ في الدائرة حيث DE يمر في A، و DG في B، و GE في C. يعتبر المؤلف بعدها الحالة الخاصة التي يكون فيها DB عمودياً على AB ويقطع الدائرة في D و G - (انظر الشكل رقم (٧ - ج) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية) - يبرهن بالطريقة السابقة نفسها أن DA يقطع الدائرة في E وأن المثلث DGE هو المطلوب في المسألة.

الحالتان الثانية والثالثة:  $K > 1$  أو  $K < 1$  (الأشكال أرقام (٧ - هـ)، (٧ - و)، (٧ - س) و (٧ - ج) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لتكن النقاط الثلاث J، K و L بهذا الترتيب على مستقيم، بحيث يكون  $\frac{JK}{JL} < 1$ . لنضع، في حالة أولى، النقطة M على AB أبعد من A، بحيث تكون:  $\frac{AB}{AM} = \frac{KL}{KJ}$ ؛ فنحصل على:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AM}{MA+AB} = \frac{JK}{JK+KL} = \frac{JK}{JL} < 1.$$

ثم نضع في الحالة الثانية، M على AB أبعد من B، بحيث تكون:

$$\frac{AB}{BM} = \frac{KL}{KJ};$$

فنحصل على:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AB+BM}{MB} = \frac{JL}{JK} > 1.$$

في هاتين الحالتين ننشئ من النقطة M المماس MD على الدائرة؛ عندها يقطع DA و DB الدائرة في E و G. لنبرهن أن EG تمر عبر C.

نرسم من A و B متوازيين على القطر DN؛ يقطعان المماس DM على التوالي في U و P. ويتقاطع المستقيمان NE و AU في S، كما يتقاطع NG و BP في O. معنا بالافتراض:

$$\frac{AH^2}{BI^2} = \frac{AM}{BM} \cdot \frac{AC}{BC} \text{ ، ونتيجة لذلك : } \frac{AH^2}{AC} \cdot \frac{BC}{BI^2} = \frac{AM}{MB}$$

لكن،  $BI^2 = BG \cdot BD = BO \cdot BP$  و  $AH^2 = AD \cdot AE = AU \cdot AS$ ،  
(مثلثات متشابهة)،

$$\frac{AU}{BP} \cdot \frac{AS}{BO} = \frac{AM}{MB} \cdot \frac{AC}{BC} \text{ ، لذلك :}$$

وفي هذا الحال:

$$\frac{AS}{BO} = \frac{AC}{BC} \text{ ، إذا } \frac{AU}{BP} = \frac{AM}{MB}$$

ولكن نبرهن أن:  $\frac{AS}{BO} = \frac{AS}{DN} \cdot \frac{DN}{OB} = \frac{AE}{ED} \cdot \frac{DG}{GB}$  ؛ وبذلك يكون معنا:  
 $\frac{AC}{BC} = \frac{AE}{ED} \cdot \frac{GD}{GB}$  ، نحصل على النتيجة بموجب معكوس المقدمة الخامسة المطبق على المثلث ABD.

ثم يعتبر المؤلف الحالة الخاصة حيث DB تمر عبر المركز (الشكلان رقما ٧ - ٧ - ط) و (٧ - ي) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية؛ عندها تكون التقطعان G و N منطقتين. يقطع الخط الموازي ل DG والمنبثق من A المستقيم GE في S. وكالسابق، لدينا:

$$BI^2 = BG \cdot BD \text{ و } AH^2 = AD \cdot AE = AU \cdot AS$$

$$\frac{AH^2}{BI^2} = \frac{AM}{MB} \cdot \frac{AC}{BC} \text{ وكذلك :}$$

$$\frac{AM}{MB} \cdot \frac{AC}{BC} = \frac{AU \cdot AS}{BG \cdot BD} \quad \text{حيث إن:}$$

$$\frac{AU}{BD} = \frac{MA}{MB} \quad \text{ولكن}$$

لذلك:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AS}{BG} = \frac{AS}{DG} \cdot \frac{DG}{BG} = \frac{AE}{ED} \cdot \frac{DG}{BG},$$

ونستخلص النتيجة كالسابق، بواسطة معكوس المقدمة الخامسة المطبق على المثلث DAB.

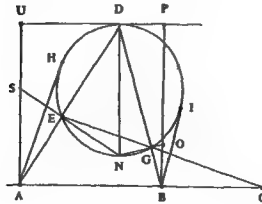
انطلاقاً من هذا التركيب، نستطيع استرجاع تحليل ابن سهل كالتالي: لنفرض أن المسألة محلولة؛ يعطي تطبيق مبرهنة متلاؤس على المثلث DAB وعلى الخط المعارض CEG:

$$\frac{CA}{CB} \cdot \frac{GB}{GD} \cdot \frac{ED}{EA} = 1 \quad (1)$$

إن المماس للدائرة في النقطة D، وليكن Dx، يقطع AB في M أو يكون موازياً له. ليكن القطر المُنْبَق من D، و AU و BP عمودين على Dx؛ يتقاطع المستقيمان AU و NE في S وكذلك BP و NG في O. ليكن AH و BI مماسين على الدائرة. معنا:

$$BI^2 = BG \cdot BD = BO \cdot BP \text{ و } AH^2 = AE \cdot AD = AU \cdot AS$$

الشكل رقم (٣ - ٥)





هكذا يُفترض أن يتبسط تحليل ابن سهل، الذي أعاد تأليفه المؤلف المجهول ليعطي التركيب. إن حذف ابن سهل التركيب يبدو لنا أمراً معتمداً، وهو احتمال لا يستبعد المؤلف المجهول.

## المسألة الثانية

لدينا زاوية  $xAy$  ونقطة  $D$  على منصفها. المطلوب إنشاء مستقيم يمر في  $D$ ، ويقطع ضلعي الزاوية في  $B$  و  $C$  بحيث يكون المقطع  $BC$  مساوياً لمقطع معين  $EG$  (الشكل رقم (أ - ٨) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لنر تحليل ابن سهل، كما صاغه المؤلف المجهول: نرسم على المقطع  $EG$  قوساً  $EGH$  كفوءاً للزاوية  $xAy$ ، ونأخذ الدائرة الكاملة؛ ليكن  $HJ$  قطرها العمودي على  $EG$  في وسطه  $I$ . إن طول المقطعين  $AD$  و  $HI$  معروفان. وهناك ثلاث حالات ممكنة:

الحالة الأولى:  $AD = HI$ .

يكون المستقيم المطلوب إنشاؤه هو العمودي في  $D$  على  $AD$ ، والمثلثان  $BAC$  و  $GHE$  متساويان، إذاً يكون  $BC = GE$  (الشكل رقم (أ - ٨) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

الحالة الثانية:  $AD > HI$ .

يبين برهان الخلف أن المسألة غير ممكنة الحل (الشكل رقم (أ - ٨) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

فلو كان  $BC = EG$  و  $AB = AC$ ، لكان المثلثان  $BAC$  و  $EHG$  متساويين، لأن الزاويتين  $BAC$  و  $EHG$  متساويتان؛ فيكون  $AD = HI$  وهذا محال.

لتكن الآن  $S$  نقطة من القوس  $EH$ ؛ تكون الزاويتان  $GSE$  و  $xAy$  متساويتين، وكذلك الزاويتان  $GSJ$  و  $JSE$ ؛ معنا  $JH < JS$ ؛ لكن  $JL > JI$ ، إذاً  $LS < IH$ .

لو كان  $AB > AC$  و  $BC = EG$ ، لوجدت نقطة  $S$  بحيث يكون المثلثان  $BCA$  و  $GES$  متساويين؛ إذاً  $AD = LS$ ، وبالتالي  $AD < IH$ ، وهذا محال.

الحالة الثالثة:  $AD < HI$ . المسألة ممكنة (الشكل رقم ٨ - د) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لبرهان هذه الحالة يستند المؤلف إلى المقدمة التالية: ليكن  $a$  مقطعاً معطياً،  $H$  مساحة معطية، يُطلب إيجاد مقطع  $x$  بحيث يكون  $x(a + x) = H$ .

يسعى المؤلف للتوصل إلى مثل هذا الإنشاء، عن طريق التقاء قطع زائد قائم مع خط مستقيم (انظر المقدمة ٦ ومناقشتها).

أيّاً كان الوتر  $JLS$  (حيث  $S$  نقطة على القوس  $HE$ ) يكون:

$$JL \cdot JS = JI \cdot JH,$$

وهو معروف. من ناحية أخرى، بفعل المقدمة السابقة (المقدمة ٦ من الملحق)، نعرف طريقة إيجاد نقطة  $K$  على امتداد  $AD$  بحيث يكون:

$$AK \cdot KD = HJ \cdot JI$$

أي:

$$(AD + KD) \cdot KD = (HI + IJ) \cdot IJ.$$

وباستعمال البرهان بالخلف نبيّن أن:  $KD > IJ$  و  $HJ < AK$ .

لدينا أيضاً:  $AK \cdot KD = JI \cdot JH = JB^2$ ، إذاً  $AK > JE$ .

توجد إذاً نقطة  $S$  على القوس  $HE$  بحيث يكون  $JS = AK$ . ويتقاطع  $JS$  و  $GE$  في  $L$ ؛ لدينا  $KL = AD$  و  $LS = AD$ .

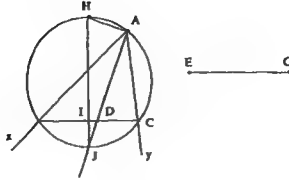
نشئ على  $AK$  مثلثاً  $AKN$  قائم الزاوية في  $A$ ، بحيث تكون الزاوية  $AKN$  مساوية للزاوية  $HJS$ ؛ هذا المثلث يساوي المثلث  $HSJ$ ؛ فيكون  $KN = JH$ .

ليكن المستقيم  $DM$  عمودياً على  $KN$ ؛ المثلثان  $KDM$  و  $JIL$  متساويان، وعليه  $DM = IL$ . المستقيم  $DM$  يقطع  $Ax$  في  $B$  و  $Ay$  في  $C$ ، والمثلث  $ADC$  مساوٍ للمثلث  $SLE$ ؛ نستخلص من هذا أن المثلث  $ABC$  مساوٍ للمثلث  $SGE$ ؛ إذاً  $BC = GE$ .

بإستطاعتنا الآن استكشاف تحليل ابن سهل لهذه المسألة الثانية. لتكن معطياتنا: الزاوية  $\alpha Ay$ ، والنقطة  $D$  على منصفها والطول  $EG$ ؛ لنفترض المسألة محلولة. وليكن المستقيم  $BDC$  المطلوب، فيكون  $BC = EG$ .



الشكل رقم (٣ - ٧)



لنرسم الدائرة المحيطة بالمثلث ABC. تقطع هذه الدائرة المنصف AD في النقطة J، وسط القوس BC. القطر JH عمودي على BC في وسطه I. المثلثان JID و JAH قائمان ولهما الزاوية J مشتركة؛ فهما إذاً متشابهان، وبذلك يكون معنا:

$$JI \cdot JH = JD \cdot JA$$

لكن:  $JI \leq JD$  وبالتالي:  $JH \geq JA$

غير أن:  $JH = JI + IH$  و  $JA = JD + DA$

يكون معنا إذاً:  $IH \geq DA$

علينا إذاً عند التركيب معالجة حالتين تكون المسألة فيهما ممكنة، وحالة ثالثة  $IH < AD$  - تكون المسألة فيها مستحيلة؛ وهذا تماماً ما فعله معلق ابن سهل.

### المسألة الثالثة

وهي، على الصعيدين التاريخي والرياضي المسألة الأهم التي حلّها ابن سهل ورواها مؤلف الرسالة، إنها مسألة أرخيدس المشهورة، مطروحة بشروط أكثر شمولية. فلقد تلقف مسألة أرخيدس رهنط من رياضي ذلك العصر كان كل واحد منهم يرمي إلى إظهار جلداته وبراعته<sup>(١٠)</sup>. وبخصوص هذه المسألة بالضبط يأخذ

(١٠) لنر كيف قدّم ابن الهيثم هذه المسألة لاحقاً: «إن أحد الأشكال الهندسية التي يتحدى بها الهندسون، ويفتخر بها المبرزون، ويظهر بها قوة من وصل إليها: هو عمل المسح لتساوي الاضلاع في الدائرة». انظر: «La Construction de l'heptagone régulier par Ibn al-Haytham», Rushdi Rashid, *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 3, no. 2 (1979), pp. 340-341.

مؤلف الرسالة على ابن سهل وقوعه في خطأ مفترض أن نعود إليه لاحقاً.

في هذه المسألة أيضاً نبدأ بتركيب المؤلف المجهول انطلاقاً من تحليل ابن سهل لنسترجع لاحقاً هذا التحليل. هوذا أولاً نص المسألة: ليكن متوازي الأضلاع  $ABDC$  وخط زاويته  $BC$ ؛ أرسم مستقيماً ماراً بالنقطة  $D$  وقاطعاً  $BC$  في  $G$ ، و  $AC$  في  $E$ ، وامتداد  $AB$  في  $L$ . بحيث يكون:

$$\frac{\text{aire } CGE}{\text{aire } EAL} = k$$

نعرف الزاويتين  $GCE = Z$  و  $EAL = O'$ ؛ نبرهن بواسطة المقدمة ٩ من الملحق، أن النسبتين

$$\frac{\text{aire } EAL}{AE \cdot AL} \quad \text{و} \quad \frac{\text{aire } CGE}{CG \cdot CE}$$

معلومتان، وبالتالي، فإن النسبة:

$$\frac{CG \cdot CE}{AE \cdot AL} \quad (١)$$

معلومة أيضاً. يرمز المؤلف إلى هذه النسبة بـ  $\frac{R}{X}$ . المسألة هي إذا إيجاد المستقيم  $DGEL$  كي تكون النسبة (١) مساوية لـ  $\frac{R}{X}$ ، حيث  $R$  و  $X$  مقطعان معطيان.

الحالة الأولى:  $\angle ABC \geq \frac{\pi}{2}$  (الشكل رقم (٩) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لنكن  $J$  و  $H$  بالتوالي على  $DC$  و  $AB$ ، بحيث يكون  $AJ // BC // DH$ .

لدينا إذاً:  $CJ = AB = CD = BH$ . ولنأخذ القطع الكافي  $P$  المار في  $J$ ، ذا الضلع القائم  $Q$ ، حيث إن:

$$\left[ \frac{Q}{CD} = \frac{X}{W}, W = 2R \right],$$

المماس لـ  $DC$  في  $J$  وذا القطر المترافق  $AJ$ . [ففي حال  $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ ، تكون  $J$  رأسه و  $AJ$  محوره الرئيسي]. ولنعتبر أيضاً القطع الزائد  $H$  المار في  $A$  وذا خطي التقارب  $DJ$  و  $DH$ . يتقاطع هذان القطعان بالضرورة في نقطتين إحداهما  $M$  الواقعة على الشريط المحدد بالمستقيمين  $AB$  و  $CD$ . نرسم من  $M$  الموازي

للمستقيم BC الذي يقطع AB في L و CD في K. ويكون DL هو المستقيم المطلوب.

إذاً لنكن U، E و G نقاط التقائه مع BC، CA و JA؛ يكون معنا إذاً:

$$M \in H \text{ لأن } MK \cdot KD = AJ \cdot JD = KL \cdot JD$$

$$\therefore \frac{MK}{KL} = \frac{DJ}{DK} \quad \text{لذلك:}$$

$$\therefore \frac{DJ}{DK} = \frac{JU}{KL} \quad \text{لكن، ومن جهة أخرى، } KL//JU \text{؛ معنا:}$$

$$MU = AL \text{ و } MU//AL \text{ وبالتالي: } MK = JU$$

$$\text{زد على ذلك أن } M \in P \text{ ولذا: } MU^2 = Q \cdot JU$$

$$\therefore \frac{Q}{CD} = \frac{Q \cdot JU}{CD \cdot JU} = \frac{MU^2}{CD \cdot JU} = \frac{AL^2}{CD \cdot JU} = \frac{X}{W} \quad \text{معنا إذاً:}$$

$$\text{لكن } \frac{JU}{CG} = \frac{JD}{CD} = 2 = \frac{W}{R} \quad \text{وبذلك } JU = CG \cdot \frac{W}{R} \text{، وبالتالي:}$$

$$\therefore \frac{CD \cdot CG}{AL^2} = \frac{R}{X} \quad (1)$$

غير أن

$$\frac{CD}{AL} = \frac{CE}{EA} \text{ وعليه فكتابة المعادلة (1) تعاد على الوجه التالي:}$$

$$\frac{CE \cdot CG}{EA \cdot AL} = \frac{R}{X},$$

والمستقيم DL يجيب عن المسألة.

الحالة الثانية:  $\angle ABC < \frac{\pi}{2}$  (الشكل رقم (١٠) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

ليكن Q محددًا كما في الحالة السابقة، ولنأخذ نصف دائرة قطرها  $FU$ ، والوتر  $FO$  بحيث  $\angle U'FO = \angle ABC$ . نجد المقتعان N و J العمودي على JA على التوالي بـ:

$$\therefore \frac{JI}{N} = \frac{FO}{U'O} \quad \text{و} \quad \frac{Q}{N} = \frac{U'^2}{U'O^2}$$

لتكن T وسط JI و S محدة بالشريطين الآتين:  $TS \parallel AJ$  و  $\frac{JT}{TS} = \frac{N}{JT}$ .

يمر القطع المكافئ  $P_1$  ذو الرأس S، والمحور TS، والضلع القائم N، على النقطتين I و J، لأن  $TS \cdot JT^2 = TT^2 = N$ . القطع الزائد H، المار في A ذو خطي التقارب DJ و DH، يقطع بالضرورة  $P_1$  في نقطتين أحدهما في الزاوية  $AJK$ ؛ فلتكن M هذه النقطة. والخط الموازي لـ BC والمار على M يقطع AB في L و CD في K. فالمستقيم DL الذي يقطع BC في G، و AC في E، و AJ في U هو المستقيم المطلوب.

نبرهن، كما في الحالة السابقة، بأن  $ML = AU$  و  $MU \parallel AL$ . نُسقط من M العمودي MF على ST؛ يتقاطع MF و AJ في V. لناخذ النقطة P بحيث تكون F في وسط المقطع VP. معنا:  $SF = MF^2$  لأن  $N \in P_1$ ؛

من جهة أخرى:

$$MF^2 = MP^2 + PF^2 + 2MP \cdot PF \text{، لذلك } MF = MP + PF$$

$$\text{لكن: } TS \cdot TT^2 = N \text{؛ } PF^2 = TT^2 = N$$

معنا إذاً:

$$N \cdot TF = N \cdot JV = 2MP \cdot PF + MP^2 = MP \cdot MV \quad (1)$$

لنذكر أن  $\frac{JI}{N} = \frac{JO}{U'O}$ ؛ غير أن  $JI = PV$  و  $\frac{JO}{U'O} = \frac{UV}{MV}$  (في المثلثين المتشابهين  $U'O$  و  $MUV$ )؛ لدينا إذاً  $\frac{PV}{N} = \frac{UV}{MV}$ ، لذلك:

$$N \cdot UV = PV \cdot MV \quad (2)$$

يتبع من (1) و (2) أن

$$N \cdot JU = MV^2 \quad (3)$$

من جهة أخرى  $\frac{UT'}{U'O} = \frac{UM}{MV}$  و  $\frac{Q}{N} = \frac{UT'^2}{U'O^2}$  (تشابه مثلثات)

لذلك

$$\frac{Q \cdot JU}{N \cdot JU} = \frac{UM^2}{MV^2} \quad (4)$$

نستنتج من المعادلتين (٣) و (٤) أن  $Q \cdot JU = UM^2$ .

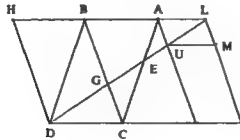
وهي علاقة تعيدنا إلى الحالة السابقة؛ وهكذا يكتمل البرهان.

إن تفحص التركيب الذي أعطاه المؤلف المجهول الاسم، وكذلك مجاهرته بخطأ يزعم أن ابن سهل وقع فيه، يضعنا في مواجهة صعوبتين، ويعلمنا في الوقت نفسه بحقيقة نوايا هذا الأخير. أما الصعوبة الأولى، وقد أحس بها المؤلف نوعاً ما، فتكمن في تقسيم التركيب إلى حالتين. ويبدو هذا التقسيم بالفعل غير ضروري: فلقد برهن في الحالة الثانية أنه إذا كانت M على القطع الزائد H وعلى القطع المكافئ  $P_1$ ، يصح على M أن تحقق:  $UM^2 = Q \cdot JU$ .

وبذلك فهي موجودة أيضاً على القطع المكافئ P ذي الضلع القائم Q وذي النحنيين المترافقين JA و AB، أي القطع المستعمل في الحالة الأولى. فالاستدلال المتبع في الحالة الأولى، صحيح في حالات الأشكال الثلاث، ولا ضرورة إذا لفصل هذه الحالات، وهو ما يجب تأكيده بالتحليل.

أما الصعوبة الثانية فلها علاقة بالنقد الموجه إلى ابن سهل. يضع المؤلف، في مقدمة الرسالة، لنفسه هدفاً هو حل الحالة التي استبعدها ابن سهل لاعتقاده باستحالتها. فيكتب في بداية المسألة بأنه سيعطي تركيب تحليل ابن سهل، ويتبع بالتركيب استشهاده بفقرة غامضة، أو على الأقل سيئة التحرير، ينسبها إلى ابن سهل، وفيها تأكيد على أن تحديد نسبة المثلثين DGC و LAE بالتحليل غير ممكنة. وتبدو هذه المزاعم غير متوافقة إذا أخذت على معناها الظاهري؛ فيستلزم إدراك فحواها إعادة تكوين تحليل ابن سهل.

الشكل رقم (٣ - أ)



لنفترض أننا وجدنا المستقيم DGEL بحيث يكون:

$$\frac{CG \cdot CE}{AE \cdot AL} = \frac{R}{X} \quad (٥)$$

وبما أن AL و CD متوازيان، يكون معنا:  $\frac{CE}{EA} = \frac{CD}{AL}$ ، وتصبح المعادلة

$$\frac{CG \cdot CD}{AL^2} = \frac{R}{X} \quad (٥):$$

لنرسم LK//BC و AJ//BC حيث J و K تقعان على CD؛ يتقاطع AJ و DL في U ويكون معنا:

$$\frac{JU}{CG} = \frac{JD}{CD};$$

لكن: CJ = AB = CD، إذا JD = 2CD و JU = 2CG.

إن الخط الموازي AB والمخرج من U يقطع المستقيم LK على M، ونحصل على AL = MU و UJ = MK. فنكتب إذا:

$$\frac{R}{X} = \frac{CG \cdot CD}{AL^2} = \frac{JU \cdot CD}{2 MU^2},$$

$$\text{لذلك: } MU^2 = \frac{X}{2R} CD \cdot JU$$

$$\text{وإذا وضعنا } 2R = W \text{ و } CD = Q, \frac{X}{W} \cdot CD = Q$$

$$\text{يكون معنا: } MU^2 = Q \cdot JU$$

إذاً M موجودة على القطع المكافئ ذي القطر JA، والضلع القائم Q والذي يكون له JK مماساً في النقطة J. ومن جهة أخرى، بما أن AL و DJ متوازيان، يكون:

$$\frac{AL}{DJ} = \frac{AU}{UJ} = \frac{LM}{MK};$$

ونستنتج من ذلك:

$$\frac{AL + DJ}{DJ} = \frac{LM + MK}{MK};$$

لكن: AL + DJ = KJ + JD = KD و LM + MK = LK = AJ؛

$$\text{معنا إذاً: } MK \cdot KD = AJ \cdot DJ$$

وعليه فإن النقطة M تنتمي إلى القطع الزائد ذي الخططين المتقاربين DK و DH، والذي يمر بالنقطة A، حيث يكون DH موازياً لCB.

وهكذا لا يتطلب الاستدلال أي افتراض على الزاوية ABC؛ ومن غير الضروري ما يظهر في التركيب من قسمة إلى حالتين، فلا تبدو أنها ترجع إلى تحليل ابن سهل.

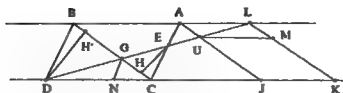
لكن هذا الفرق بين تحليل ابن سهل وتركيب المؤلف المجهول لا يستنفد صعوبات النص. والمؤلف المجهول يتابع ذاكراً فقرة لابن سهل تكتسي أهمية بالغة في تاريخ مسألة المسّيح في الدائرة في القرن العاشر. وتبدو فيها أقوال ابن سهل كما نُقلت نوعاً من الارتباك يظهر في أسلوب متشّدق وملتبس إلى درجة حثّت أحد رياضيي ذلك القرن وهو الشني لنعتها بكلام يطول ويهول. كتب ابن سهل بالفعل في بداية هذه الفقرة: «فأما كيف اطراد المعرفة الرياضية بإعطاء نسبة ما بين مثلثي د ج ز و ل ا ه فلا سبيل لاتجاه العقول إلى بلوغ استخراجها بتحليل ولا اكتساب مقدمة ولو وجدنا مساعاً يوصلنا إلى نيّله لزمنا بسببه إلى علم ما شدّ حتى تبع. لكنه ما بقي المستهزى إلا وقلّل ببراعة النظر في التعاليم سعي متظاهر هو فيما يهدي إلى استفادته بإطناب وعنّ ظاهر عما يؤدي إلى الإلحاح فيه، فلنمسك عن تعدي هذه الغاية».

وتكفي إعادة ترميم النص لفهم غرض ابن سهل وتصبح أقواله واضحة تماماً.

فمشروع ابن سهل واضح: برهان مسألة أرخيلس في الحالة العامة، أي لتوازي الأضلاع حيث نسبة مساحتي المثلثين تختلف عن الوحدة. بينما الإنشاء الذي يقدمه يفضي إلى حل في حالة مقابلة مساحتي المثلثين CGE و AEL، في حين تعتبر مسألة أرخيلس المثلثين CGD و AEL. ولا تنطبق هاتان المسألتان، إذ لو أشرنا بـ  $H$  و  $H'$  على التوالي إلى إسقاطي E و D على BC، تكون نسبة مساحتي المثلثين CGE و DGC مساوية لـ:

$$\frac{EH}{DH'} = \frac{BC}{DB} = \frac{EC}{AC}. \text{ (المثلثان المشابهان EHC و DHB).}$$

الشكل رقم (٣ - ٩)



من جهة أخرى:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AL}{LC},$$

إِذَا:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{DC + AL}{DC} = \frac{BL}{DC}.$$

إذا تكون النسبة مساوية لـ  $\frac{DC}{BL} = \frac{1}{\lambda + 1}$  ، حيث فرضنا  $\frac{AL}{DC} = \lambda$  ، ونلاحظ أنها تعتمد على  $\lambda$ .

لنكتب في المعادلة الناجمة عن مساواة نسبة مساحة المثلثين CGE و AEL،

$$, \frac{1}{2} AB \cdot AL \sin O', \frac{1}{2} CE \cdot CG \sin z$$

غير أن  $AE = \lambda \cdot EC$  و  $AL = \lambda \cdot DC$ ؛ تكون النسبة إذاً:

$$\frac{CG \sin z}{\lambda^2 DC \sin O'} = k.$$

الـمـخـرج من G الموازي GN لـ DB، فيـلاقـي DC في N؛ معـنا:

$$GC = \frac{BC \cdot NC}{DC} = NC \frac{\sin O'}{\sin Z} \text{ لذلك } \frac{GC}{BC} = \frac{NC}{DC}$$

تكتب المعادلة إذا:

$$\frac{NC}{\lambda^2 DC} = k,$$

نحسب بعدها NC بواسطة معادلتى المستقيمين BC و DL في محوري  
الأحداثيات DC و DB. نكتب هاتان المعادلتان على التوالى:



$$\cdot \frac{y}{AC} = \frac{x}{DC} \cdot \frac{1}{1+\lambda} \text{ و } \frac{x}{DC} + \frac{y}{AC} = 1$$

$$\text{فاصلة } G \text{ هي } DN \text{ تكون إنذا: } x = DC \cdot \frac{1+\lambda}{2+\lambda}$$

$$\text{وكذلك: } NC = DC - DN = \frac{DC}{2+\lambda}$$

وأخيراً معادلة مسألة ابن سهل هي:

$$\lambda^2 (\lambda + 2) = \frac{1}{K} \quad (1)$$

بينما معادلة مسألة أرخيدس (المعممة) هي:

$$\lambda^2 (\lambda + 2) = \frac{1}{m} (\lambda + 1) \quad (2)$$

$$\text{حيث: } m = \frac{tr \cdot DGC}{tr \cdot EAL} \text{ ، لأننا قد رأينا بأن } \frac{k}{m} = \frac{1}{\lambda + 1}$$

يعطي استتصال  $\lambda$  بين المعادلتين (١) و (٢)، العلاقة بين  $k$  و  $m$ .

$$\text{لدينا: } m + k = k(\lambda + 2), m - k = k\lambda$$

لذلك:

$$(m - k)^2 (m + k) = k^3 \lambda^2 (\lambda + 2) = k^2 \quad (3)$$

هذه العلاقة وهي من الدرجة الثالثة في  $k$  وفي  $m$ ، من المحتمل جداً أن ابن سهل لم يستطع إثبات معادله الهندسي لعظيم صعوبته، فبات مفهوماً استنتاجه أن لا سبيل لانتهاج العقول إلى بلوغ استخراجها بتحليل ولا اكتساب مقدمة.

صحيح أن انشاءه، وهو يعرف ذلك جيداً، لا يحل مسألة أرخيدس. فللانتقال إلى هذه المسألة كان عليه معرفة العلاقة (٣) وحلها بالنسبة إلى  $k$  حيث  $m$  معلومة. ويبدو أن المؤلف المجهول الاسم لم يدرك الصعوبة الحقيقية التي واجهها ابن سهل، بل ومن الجلي أن مسألة أرخيدس قد التبت عليه بالمسألة التي يعالجها ابن سهل. وفضلاً عن ذلك، كتب في مخطوطته «المثلث CGD» بدلاً من «المثلث CGE» مما يظهر لنا هشاشة نقده لابن سهل في هذا المجال.

يبقى علينا أن نتساءل عن الدافع الذي حث ابن سهل على تناول مساحتي المثلثين CGE و AEL. من المعقول جداً أن يكون ابن سهل تصور عطفة هندسية، معادلة للعطفة الجبرية التالية: فتش عن حل للمعادلة (٣) لقيمة  $m = 1$ ، وعندها

جدك؛ ضع  $k$  بقيمتها في (١) واحصل على  $\lambda$ ، وبذلك نحصل على حل للمعادلة (٢). فمن الممكن أن يكون ابن سهل قد فكر بهذه الطريقة معتقداً أن حل (١) سيكون أسهل من حل (٢) - لأنه في حال  $k = 1$ ، فإن حل (١) يعطيه الرقم الذهبي -  $\lambda = [1/2] - \sqrt{5}$  - فيستخدم عندها (١) كمقدمة. كما استطاع لاحقاً اكتشاف، أنه في حال  $k \neq 1$  نحصل دائماً على معادلة مكعبة صعبة حلها تعادل صعوبة معادلة أرخيدس، وهو ما يعني أن المرور بالمثلث GEC لا يثمر عن مقدمة تسمح بحل مسألة أرخيدس. لم يقترح إذاً ابن سهل خطأ بل زج نفسه في طريق وعر لاعتقاده بأن حل معادلة مكعبة على مرحلتين أسهل، وهذا غير ممكن. بعدها، يعود مؤلف الرسالة إلى حل مسألة أرخيدس من قبل معاصر لابن سهل ألا وهو القوي.

وعلى غرار ابن الهيثم من بعده<sup>(١١)</sup>، برهن القوي مقدمة أرخيدس في حال متواز للأضلاع ونسبة مساوية لواحد، مستخدماً تقاطع قطع مكافئ مع قطع زائد؛ والقطع المكافئ المستعمل هو نفسه في كلتا الدراستين، في حين يختلف القطعان الزائدان. يتناول المؤلف معنى القوي على الوجه التالي:

ليكن مقطع CD ولنرسم DC عمودياً على DE ومساوٍ له؛ القطع المكافئ ذو الرأس C، والضلع القائم DE والمحور CD يمر في E لأن  $ED^2 = DE \cdot DC$ . ليكن H القطع الزائد ذا الرأس D، والمحور ED والذي ضلعه القائم يساوي ED، وهو قطع زائد قائم؛ H يقطع P في أربع نقاط. نختار على فرع القطع الزائد الذي رأسه D نقطة G يكون إسقاطها في B على امتداد CD؛ وليكن إسقاط G على ED هو I. ونمد DC بطول  $CA = BG = DI$  (الشكل رقم (١١) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). فتكون  $AD = EI$ ، وإذا كانت:

$$G \in P, GB^2 = CB \cdot DE = CB \cdot CD = AC^2$$

$$G \in H, GI^2 = EI \cdot ID = AD \cdot AC$$

وبذلك نحقق القسمة A، C، D و B:

(١)

$$CA^2 = CB \cdot CD$$

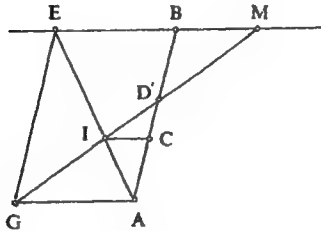
---

(١١) انظر: المصدر نفسه.

$$BD^2 = AD \cdot AC \quad (٢)$$

ليكن الآن متوازي الأضلاع ABEG، حيث يحمل الضلع AB القسمة A, C, D, B. يقطع المستقيم GD خط الزاوية في I كما يقطع امتداد EB في M. كون عندئذ مساحتا المثلثين GAI و BDM متساويتين.

الشكل رقم (٣ - ١٠)



نحصل من (١) على  $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{CD}$  ، لذلك  $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{CD}$  . إذا قطع الموازي BE والممدود من C كلا من AE في  $I_1$  و GD في  $I_2$ ، يكون معنا:

$$\frac{AD}{CD} = \frac{AG}{CI_2} \quad \text{و} \quad \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CI_1}$$

غير أن  $BE = AG$  ، إذاً  $CI_1 = CI_2$  ؛ فالتقطتان  $I_1$  و  $I_2$  منطبقتان في I، نقطة تقاطع AE و GD، والمستقيم CI هو بالتالي مواز لـ AG.

$$\text{نكتب المساواة (٢): } \frac{BD}{AD} = \frac{AC}{BD} \quad \text{لكن} \quad \frac{BD}{AD} = \frac{BM}{AG} \quad \text{و} \quad \frac{AC}{BD} = \frac{GI}{DM}$$

$$\text{لذلك} \quad \frac{BM}{AG} = \frac{GI}{DM} \quad \text{، وبالتالي} \quad MB \cdot MD = GI \cdot GA$$

مساحتا المثلثين BMD و IGA متساويتان، لأن الزاويتين M و G متساويتان. هذه هي طريقة القوهي التي أخذ بها المؤلف المجهول، الذي يريد، فضلاً عن

ذلك، الذهاب إلى أبعد كي يحل الحالة التي نتحصها ابن سهل ليظهر إمكانية التعميم. هكذا إذا أردنا أن تكون:

$$\frac{\text{aire BDM}}{\text{aire GIA}} = \frac{K}{L},$$

فإننا انطلاقاً من القطع CD، ننشئ كالسابق القطع المكافئ P. ثم ننشئ القطع الزائد H<sub>1</sub>، ذا الرأس E، والمحور DE، والذي ضلعه القائم H مجدداً بالعلاقة:

$$\frac{H}{DE} = \frac{K}{L}$$

يتقاطع P و H<sub>1</sub> في النقطة G التي تسقط في B على امتداد CD. فيكون:

$$G \in P, GB^2 = CB \cdot DE = CB \cdot CD$$

$$G \in H_1, GI^2 = EI \cdot ID \cdot H/ED = EI \cdot ID \cdot K/L$$

وإذا مدد DC أبعد من C بطول AC، فيكون لدينا:

(١)

$$AC^2 = CB \cdot CD$$

(٣)

$$BD^2 = AD \cdot AC \cdot K/L$$

من المساواة (١) نستنتج كالسابق أن CI مواز لـ AB. ومن المساواة (٣) نستخلص:

$$\frac{BD^2}{AD \cdot AC} = \frac{BM}{AG} \cdot \frac{DM}{IG} = \frac{K}{L},$$

وبذلك تكون النتيجة.

### رابعاً: الاسطرلاب ومنهج الاسقاطات

تم اكتشاف طريقة التحويلات في الهندسة في القرنين التاسع والعاشر بشكل شبه طبيعي، وباستقلالية، وذلك في خضم دراسة مجموعتين من المسائل. المجموعة الأولى ذات طابع رياضي خالص وتنتمي إلى المدرسة الأرخيدسية والأبولونية العربية؛ وهي تضم مسائل أثرت في غمرة دراسة المخروطات، ومساحات بعض القطوع الناقصة والمكافئة<sup>(١٢)</sup>، ورسم بعض

(١٢) مثلاً، تطبيق الآلية من قبل ثابت بن قرة لتحديد مقطع اهليلجي، وتحديد مقطع مكافئ من

قيل إبراهيم بن سنان. انظر: Rushdi Rashid, «Ibrāhīm Ibn Sīnān Ibn Thābit Ibn Qurra» in:

Dictionary of Scientific Biography (New York: Scribner's Sons, 1973), vol. 7, and Rosenfeld,

A History of Non-Euclidean Geometry: Evolution of the Concept of a Geometric Space, pp. 130 sqq.

المنحنيات<sup>(١٣)</sup>. أما المجموعة الثانية فتحتوي، على تقيض ذلك، مسائل طُرحت أثناء تطبيق الهندسة لحل المسائل الرياضية المطروحة من قبل الفلكيين، ولا سيما تلك المتعلقة بتمثيل الكرة الدقيق، بغية إنشاء اسطرلاباتهم. وهذه المسائل هي، بالتأكيد، قديمة جداً فبطليموس قد لجأ إلى الاسقاط التسطيحي<sup>(١٤)</sup>. غير أننا نشهد في القرن التاسع انطلاق ظاهرة جديدة كل الجدة تتمثل بتقدم لم يسبق له مثيل في إنشاء الاسطرلابات واستخدامها. ولا مجال لدينا هنا لوصف الطلب الاجتماعي على هذه الآلة سواء عند الفلكيين أو المتجمين أو الأطباء، الأمر الذي أدى إلى نشوء مهنة جديدة، هي مهنة «الاسطرلابيين» كما سُميت<sup>(١٥)</sup>. وقد أثار الطلب المتزايد مضاعفة الأبحاث حول الاسقاطات بغرض إنشاء الاسطرلابات، واثبت الرياضيون أمثال الكندي وبنو موسى والحازن وإبراهيم بن سنان والسجزي وغيرهم، على دراسة الرسم الهندسي للأشكال على الاسطرلاب، وعلى طريقة الاسقاطات. وكذا الأمر عند الرياضيين الفلكيين، مما تشهد به أعمال ماشاء الله والمرورودي والفرغاني وحيش والصوفي حتى لا نذكر إلا بعض الأسماء. وهكذا أطلق الرياضيون والفلكيون إذا النقاش حول فضائل الاسطرلابات المختلفة ومزايا مختلف الاسقاطات. ويروي الفرغاني وكتاب آخرون أنه في عهد الخليفة المأمون اخترع الكندي -أو الرورودي- إسقاطاً أسماه المبطن -أي بشكل البطيخ الأصفر- وهو إسقاط سميت متساوي الأبعاد مرجعه أحد قطبي فلك البروج، ويشابه إسقاط لامبر (Lambert) وكاغنولي (Cagnoli) لاحقاً. ونعلم كذلك، من المصادر عينا، أن الرياضيين بني موسى تناولوا بالنقد هذا النوع من الإسقاط كوسيلة لإنشاء الاسطرلاب. كما قدم الفرغاني نفسه، في تلك الحقبة، أول عرض نظري في التاريخ عن الإسقاط التسطيحي.

هذه المناقشات، التي غالباً ما اتخذت طابع المساجلات والتي نقلها لنا شاهد

(١٣) مثلاً، رسم القطع الزائد انطلاقاً من دائرة على يد إبراهيم بن سنان.

O. Neugebauer, «The Early History of the Astrolabe», *Studies in Ancient Astronomy*, (١٤)

IX, *Isis*, vol. 40, no. 3 (1949), pp. 240 sqq.

(١٥) خضص ابن النديم سابقاً في القرن العاشر جزءاً من فصل من فهرسه لإنشاء الآلات ولصانيتها ولا سيما الاسطرلابين، زد على ذلك أن صفة «الاسطرلاب» استعملت للدلالة على بعض هؤلاء. انظر: أبو الفرج محمد بن إسحق بن النديم، *الفهرست*، تحقيق رضا مجد (طهران: [د.ن.]، ١٩٧١)، ص ٣٤٢ - ٣٤٣.

من ذلك العصر - الفرغاني، والبيروني<sup>(١٦)</sup> من بعده، تكفي لإظهار جدة هذا البحث، إذ لم يظهر مطلقاً في السابق اهتمام كهذا بالاسقاطات، ولم تخصص كتابات بهذا القدر لدراستها. وهكذا، فمن الطبيعي في هذه الظروف، أن أدت هذه الأبحاث، نتيجة عددها وتنوعها وما أثارته من جدل حول الإسقاطات المختلفة، إلى بروز مشروع جديد: إعداد النظرية الأولى لمنهج الإسقاطات، بل ولهندسة إسقاطية موضعية للكرة، كما سنبين لاحقاً. هذا الجدل المنطلق منذ بداية القرن العاشر، بل منذ القرن التاسع، احتدم بقوة في أعمال القوهي وابن سهل، في النصف الثاني من القرن العاشر.

فالقوهي هو مؤلف رسالة من مقلتين حول صنعة الاسطرلاب بالبرهان، وهي تبدأ بفصل عن نظرية الاسقاطات. ولقد بدت هذه الكتابة «صعبة الفهم» لأحد معاصريه، الذي وجد، في هذا الفصل التمهيدي، مفاهيم لم يوضحها المؤلف، فتوجه، لسبب نجهله، إلى ابن سهل ليعمل على سدّ هذه الثغرات وليبرهن بالتركيب موضوعات كان القوهي قد اكتفى بإثباتها بالتحليل. وهذه كانت الظروف التي أمل فيها ابن سهل شرحه. وهكذا نرى ترابط نصي ابن سهل والقوهي، الأمر الذي يلزمنا بعرضهما كليهما. ولكن، إضافة إلى فائدة هذا العرض، ينبغي هنا الإشارة إلى وضع مميز للبحث في رياضيات القرن العاشر: رياضيان معاصران وبالمستوى نفسه يشاركان أحدهما تلو الآخر، في تشكيل فصل من الهندسة. ولشرح ابن سهل وقع خاص جداً، فبإبداع، سيضيف مفهومه كرياضي بارع إلى فصل يجري إعداده. وسنحاول، قدر استطاعتنا في هذا

---

(١٦) يعود البيروني أكثر من مرة إلى هذا الجدل. ففي رسالته الصغيرة حول تسطيح الصور وتبليط الكور، يشير البيروني الاسقاط السمتي والمتساوي الابعاد الذي اكتشفه الكندي أو الرورودي، حسب الفرغاني، والذي حثه الاول. يذكر البيروني بالجدل المثار عند هذا الإسقاط من قبل محمد بن موسى بن شاعر ومن بعده الفرغاني. فهو يكتب: «وقد يمكن نقل ما في الكرة إلى السطح بطريق آخر قد نسب أبو العباس الفرغاني في نسخ عدة من كتبه للمصوم بالكامل إلى يعقوب بن إسحق الكندي، وفي عدة منها إلى خالد بن عبد الملك المروزي، وهو الذي يسمى اسطرلاباً مبطحاً، ووجد حبش كتاب مقصور على صنعة، وأصحاب هذه الصنعة فيه فريقان: إما مستهجن وإما مستمحن إليه». انظر: أبو الريحان محمد بن أحمد البيروني: تسطيح الصور وتبليط الكور (لندن، ١٠٦٨)، ص ٣٠١ - ٣١٤. و «تسطيح الصور وتبليط الكور»، تحقيق أ. سعيان، المجلة العلمية (الجمعية الأردنية - الاردن)، السنة ٣، العددان ١ - ٢ (١٩٧٧). كما يذكر هذا الجدل في: أبو الريحان محمد بن أحمد البيروني، استيعاب الوجوه الممكنة في صنعة الاسطرلاب (لندن: مكتبة جامعة لندن، ١٩٧١)، خطوط رقم ١٠٦٦، ص ٨٩ - ٩٠.

العرض، احترام الصلات القائمة بين هذين الإنجازين اللذين ترابطا في التاريخ.

لم يتم القوي، وقد فهمنا ذلك جيداً في رسالته هذه، بالمسائل التطبيقية التي قد تشغل الحرفيين صناع الاسطرلابات؛ بل اهتم بالنظرية الهندسية التي تركز عليها هذه الصناعة: فعنوان الرسالة وترتيب الفصول وعتواها، كل ذلك لا يترك مجالاً للشك حول مراميها النظرية أساساً. زيادة على ذلك، فالفصل الأول من المقالة الأولى التي تشكل المقدمة تتجاوز كثيراً هذه المهمة، إذ تقدم عرضاً لطريقة الاسقاطات. ويخصص ابن سهل أكثر من نصف مناقشته للفصل الأول هذا، نظراً إلى الأهمية التي يوليها للدراسة اسقاطات الكرة، وبشكل شبه مستقل عن مسائل الاسطرلاب. ونتوقف عند فصل القوي هذا، وعند مناقشة ابن سهل له.

يبدأ القوي بالتذكير بكون الاسطرلاب آلة تستعمل لدراسة الفلك المتحرك بحركة دورانية حول محور، وبالاسقاط على سطح متحرك منطبع على سطح ثابت. وللقيام بهذه الدراسة، ينصرف القوي، وأكثر منه ابن سهل أيضاً، إلى دراسة أخرى، أكثر شمولية تتعلق بإسقاط كرة ذات محور معلوم على سطح دوراني أو غير دوراني. وتقودها هذه الدراسة، بدورها، إلى تمييز حالتين للسطح الدوراني، تبعاً لكون محوره موازياً لمحور الكرة أم لا. وهكذا انساق القوي وابن سهل من بعده، إلى تعريف الاسقاطات الاسطوانية ذات منحى مواز أو غير مواز لمحور الكرة. والاسقاطات المخروطية انطلاقاً من رأس ينتمي إلى هذا المحور أم لا.

وفي ضوء معرفتنا الراهنة، فإنها المرة الأولى التي يظهر فيها مفهوم الاسقاطات الاسطوانية وتعبيرها، وهي اسقاطات عمودية أو مائلة؛ وكذا الأمر بالنسبة إلى الاسقاطات المخروطية، ليس فقط انطلاقاً من نقطة كيفية على المحور، بل وانطلاقاً من نقطة ما خارج المحور أيضاً. بعبارة أخرى، فقد شرع في دراسة الاسقاطات الاسطوانية قبل البيروني<sup>(١٧)</sup>؛ ومن الممكن أن تكون هذه الدراسة قد

(١٧) أجمع المؤرخون حتى يومنا هذا على أن البيروني هو مبدع الإسقاط الاسطواني، انظر مثلاً:

دقاسرشت، رسالة في سطح الكرة مع تلخيصها بالفرنسية، ص ١٨، و Rosenfeld, *A History of Non-Euclidean Geometry: Evolution of the Concept of a Geometric Space*, p. 127.

ينبع هذا الرأي، حقيقة، من تأكيد كورن البيروني نفسه. فني تسلسل الأحداث كتب: «وقد نقل أبو حامد =

جرت في الوقت نفسه الذي تناول فيه الصاغاني، الإسقاطات المخروطية انطلاقاً من نقطة خارج الأقطاب وحتى خارج المحور أيضاً. نشير في هذا المجال إلى أن القوي لم يدع أية أسبقية كما لم ينسبها ابن سهل له.

ولا تقل أهمية طريقة عرض هذين المؤلفين لهذه المفاهيم الجديدة عن أهمية هذه المفاهيم نفسها. إذ إنها تشكل أصول مقال في طريقة الانتشاءات. هذا المقال

الصاغاني مركز المخروطات من القطبين وجعله داخل الكرة أو خارجها على استقامة المحور فتشكلت خطوط مستقيمة ودوائر وقطوع ومكافئيات وزوائد كما أرادها، ولم يسبقه إلى هذا التنسج العجيب، ومنه نوع سميت الاسطواني ولم يتصل به أن أحداً من أصحاب هذه الصناعة ذكره قبلي، وهو أن محور كل ما في الكرة من الدوائر والقطع خطوط وسطوح موازية للمحور فتشكل في سطح النهار خطوط مستقيمة ودوائر وقطوع ناقصة فقطع. انظر: أبو الريحان محمد بن أحمد البيروني، «الآثار الباقية عن القرون الخالية»، في: *Chronologie Orientalischer Völker*, ed. C. B. Sachau (Leipzig: [n. pb.], 1923), p. 357.

لا يترك هذا النص أي إشكال، إذ يؤكد البيروني أسبقية الصاغاني بتعميم الإسقاط المخروطي، ويدعي لنفسه باختراع الإسقاط الاسطواني.

ويرد البيروني ذلك في رسالته تنسج الصور وتطبيع الكور فيكتب: «وإنما التنسج الاسطواني فهو الذي خطر ببالي من كثرة ما أفاض فيه الفرغاني من الهليان في آخر كتابه من الرد على الاسطراب المبطخ. وأظن أن السبق لي إليه، وقد سميت التنسج، لعله ليس هذا موضعها، وهو من نوع متوسط لا شمالي ولا جنوبي أو به يمكن أن تنسج كواكب الفلك بأسرها من سطح فلك معدل النهار أو في سطح أي دائرة عظيمة فخرست». انظر: البيروني: تنسج الصور وتطبيع الكور (ليندن، ١٦٠٨)، وتنسج الصور وتطبيع الكور، ص ١٤.

وليه ما يدعيه البيروني من أسبعية في اكتشاف الإسقاط الاسطواني.

أخيراً في كتابه استيعاب الوجوه للمكنة في صنعة الاسطراب يقدم البيروني الإسقاط نفسه، ويلقبه حينها بالإسقاط «الكامل» لأنه «يمكن أن تنسج كواكب الفلك بأسرها»، انظر: البيروني، استيعاب الوجوه للمكنة في صنعة الاسطراب، ص ٨٢، ثم يضيف: «مبنى هذا التنسج على القصور المشتركة لسطح معدل النهار ولمحيطات الأساطين والمجسمات الناقصة للتوازية الأشعاع، المتوازيتها لمحور الكرة، فإنه مهما أجزى على محيطات المنارات سطوح أساطين بالشريطة المتقدمة قاطعة سطح معدل النهار على دوائر متوازية مساوية لتقدير المنارات أو متى أجزى على محيطات الدوائر المائلة في الكرة سواء كانت عظاماً أو كانت صغاراً مجسامات نواقص بالوضع المذكور تسلطت على سطح معدل النهار عند التقاطع قطعوا ناقصة مخلفة الأرضاع والمقادير».

يبقى أن نشير إلى أن البيروني احترق بأن كتاب الكامل للفرغاني هو الذي أوسى له بفكرة الإسقاط الاسطواني انطلاقاً من قراءة نقدية، كما يؤكد بأن الفرغاني قد اعتقد أن هذا الإسقاط - أي الاسطواني - مستحيل.

وضمن هدف بحثنا هذا، نكتفي إذاً بأن نسلّم بأن حدى الفرغاني قد مكّنه من إدراك الإسقاط الاسطواني مرتين: مرة عند القوي، ومرة عند البيروني. ونفترض حتى الساعة أن البيروني كان يجهل دراسات القوي ودراسات ابن سهل. ويُعزّزُ افتراضنا هذا، على الرغم من غرابتها، معرفتنا بعمل البيروني، فما من أحد تمرّف إليه قادر على الظن ببحث مؤلفه أو قلة أمانته.

يبقى أن القوي وابن سهل قد درسا الإسقاطات الاسطوانية، قبل البيروني بمدة طويلة، وبطريقة أكثر شمولية منه.



الذي أثارته بلا ريب، مسائل صناعة الاسطrolab، علماً ان صياغته كانت بمعزل عنها.

يقوم القوهي بتحديد حالات الاسقاط المختلفة، كالاسقاط الاسطواني ذي الاتجاه غير الموازي لمحور الكرة، والاسقاط المخروطي ذي الرأس الذي لا يقع على الكرة، أي بعبارة أخرى، يُدخل مع ابن سهل النماذج المختلفة للاسقاطات، في حين أن الاسطrolab لا يستلزم إلا الاسقاط التسطيحي منها. وبغية الكشف عن سمة البحث الهندسي هذه، لنقم بتناول مراحلها المختلفة كما نجدها عند القوهي ومن ثم، وبصورة أكمل، عند ابن سهل.

لا يكتفي ابن سهل بدراسة هذه الاسقاطات فحسب، بل ويهتم كذلك بالطريقة التي تتيح بقاء سطح الاسطrolab المتحرك متطابقاً على السطح الثابت خلال دورانه في مختلف الحالات. ويتبدى بالحالة التي يكون فيها سطح الاسطrolab مستوياً، فيكون كل عمودي على هذا المستوي هو عندئذٍ عموداً لهذا المستوي.

حيث يتطرق ابن سهل لوضعين حسبما يكون محور الكرة  $BC$  ومحور السطح  $A$  متطابقين أم لا. في الحالة الأولى، حيث المحوران متطابقان، يُدخل ابن سهل، على غرار القوهي، ولكن بإعداد أفضل، المفاهيم التالية:

١ - الاسقاط الأسطواني ذا المنحى  $D$  الموازي لـ  $BC$  (الشكل رقم (١) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)

إذا تطابق المحور  $BC$  مع محور دوران السطح المتحرك واخترقه في  $A$ ، تكون هذه النقطة اسقاط النقطتين  $B$  و  $C$ . إن دوران نقطة ما  $M$  من الكرة حول  $BC$  تتسبب في دوران اسقاطها  $M'$  حول  $A$ ، وبالتالي حول المحور  $BC$ . وهكذا يبقى السطح المتحرك، مجموع النقاط  $M'$ ، مطابقاً لوضعه الأولي، أي متطابقاً على السطح الثابت. ولنلاحظ أنه، إذا كان السطح  $A$  مستوياً، نحصل عندئذٍ على اسقاط عمودي.

٢ - الاسقاط الأسطواني ذا المنحى  $D$  غير الموازي لـ  $BC$  (الشكل رقم (١) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)

لتكن  $A$  و  $E$  اسقاطين متوالين للنقطتين  $B$  و  $C$  الثابتين؛ إذا  $A$  و  $E$  هما ثابتان

أيضاً. يسبب دوران  $M$ ، وهي نقطة من الكرة، حول  $BC$  مساراً اهليلجياً، أي بالتالي غير دائري، لنقطة إسقاطها  $M'$ . فلا يستطيع بذلك السطح  $A$  الدوران حول المحور  $BC$ ، لأن فيه نقطتان ثابتتان  $A$  و  $E$ .

٣ - الإسقاط المخروطي انطلاقاً من نقطة  $D$  على المحور  $BC$  (الشكل رقم (٢) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)

في حال  $B \neq D$  و  $C \neq D$ ، تصبح  $A$  إسقاط النقطتين  $B$  و  $C$ .

في حال  $D = B$ ، تكون  $A$  إسقاط  $C$ ، وفي حال  $D = C$ ، تكون  $A$  إسقاط  $B$ .

وبما أن  $B$  و  $C$  ثابتتان، تكون  $A$  ثابتة أيضاً، وبذلك تكون النقطة الوحيدة الثابتة في السطح  $A$ . وهكذا يستطيع هذا السطح الدوران على السطح الآخر.

٤ - الإسقاط للمخروطي انطلاقاً من نقطة  $D$  موجودة خارج المحور  $BC$  (الشكل رقم (٢) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)

في هذه الحالة، يكون إسقاطا القطبين  $B$  و  $C$  مختلفين؛ لنسمهما  $A$  و  $E$ . فيكون للسطح  $A$  نقطتان ثابتتان  $A$  و  $E$ ، ولا يستطيع بالتالي أن يدور ويبقى منطبقاً مع السطح الآخر.

يعرض ابن سهل بعد ذلك للحالة التي يكون فيها المحور  $BC$  ومحور السطح  $A$  غير منطبقين. إن سطح الاسطrolab المتحرك  $A$  ينجز بدوران الكرة حول  $BC$  مهما كان نوع الإسقاط. فإذا دار  $A$  حول  $BC$ ، لا يبقى السطح منطبقاً على وضعه الأصلي، لأن  $BC$  ليس عمودياً على السطح  $A$ . وبذلك لا يبقى السطح  $A$  منطبقاً على السطح الثابت.

إذا كان سطح الاسطrolab بحيث إن أحدهما ثابت والآخر متحرك يدور حول  $AA$ ، غير مستويين، لا يمكن للسطح المتحرك أن يبقى منطبقاً على السطح الثابت إلا إذا كان  $AA$  و  $BC$  منطبقين، كحالة الإسقاط الاسطواني الموازي لـ  $BC$ ، وحالة الإسقاط المخروطي ذي رأس موجود على  $BC$ .

ثم يبحث ابن سهل بعض خصائص الإسقاطات. فيبتدئ بعرض كيفية حصول الإسقاط على سطح الاسطrolab، بتقاطع سطحين. ويذكر بأن الإسقاط،

إذا كان اسطوانياً ذا منحنى  $D$ ، فإنه يقرون سطحاً اسطوانياً بكل دائرة ذات مستوى غير مواز لـ  $D$  أو لا تحتوي على  $D$ . أما إذا كان الاسقاط مخروطياً انطلاقاً من النقطة  $B$ ، فإنه يقرون سطحاً مخروطياً بكل دائرة لا يحتوي مستويها على النقطة  $B$ .

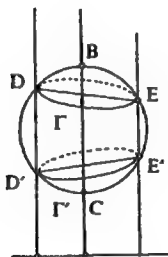
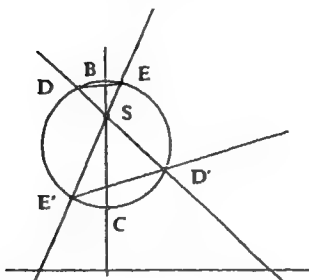
إذا كان سطح الاسطراب هو نفسه اسطوانياً أو مخروطياً، فإن اسقاط كل دائرة من الكرة، باستثناء الدوائر الآتية الذكر، يحصل بتقاطع سطحين اسطوانيين، أو مخروطيين، أو مخروطي واسطواني. نلاحظ أن هذه التقاطعات، وهي منحنيات من الدرجة الرابعة محللة أو غير محللة، ليست في العموم مستوية. وعلى غرار القوهي يحمل ابن سهل هنا دراسة هذه التقاطعات. وخلافاً للحالات السابقة حيث مستوى إحدى دوائر الكرة مواز للمنحنى  $D$  أو يحتوي عليه، فإن الاسقاط الاسطواني يقرون بهذه الدائرة مستويًا موازياً لـ  $D$ .

من ثم يرجع ابن سهل في مناقشته نص القوهي إلى فكرة المسقط (*projetante*). فيشرح في هذا المضمار أنه في حالة الاسقاط الاسطواني ذي المنحنى  $D$ ، يكون مسقط نقطة ما مستقيماً موازياً لـ  $D$ ؛ ويكون السطح المسقط لخط ما  $L$ ، ما لم يكن  $L$  مستقيماً موازياً لـ  $D$ ، سطحاً موازياً لـ  $D$  منبثقاً من جميع نقاط  $L$ . أما إذا كان  $L$  مستقيماً موازياً لـ  $D$ ، فيكون مسقطاً لنفسه.

في الاسقاط المخروطي انطلاقاً من نقطة  $B$ ، يكون السطح المسقط لدائرة، في العموم، سطحاً مخروطياً ذا رأس  $B$ ، إلا إذا كانت  $B$  في مستوى الدائرة؛ فيكون حينها السطح المسقط هذا المستوي نفسه.

في الاسقاط الاسطواني ذي المنحنى  $BC$ ، تقطع الاسطوانة المسقطة لدائرة  $\Gamma$  قطرها  $DE$ ، الكرة في دائرة أخرى  $\Gamma'$  قطرها  $DE'$ ؛ لهاتين الدائرتين إذا الاسقاط نفسه. فاسقاط نقطة ما من القبة الكروية ذات القاعدة  $\Gamma$ ، ينطبق مع إسقاط نقطة من القبة الكروية ذات القاعدة  $\Gamma'$ . وكذا الأمر في حال الاسقاط المخروطي إذا كان رأس المخروط  $S$  على المحور  $BC$ .

الشكل رقم (٣ - ١١)



هنا أيضاً يشير ابن سهل الحالات الاستثنائية، التي لم يُشر إليها القوهي، والتي أتينا على ذكرها: كالدوائر التي يحتوي مستويها على  $D$  أو يكون موازياً له، والدوائر التي يحتوي مستويها رأس القطع المخروطي. ويعد إبعاد الحالات

الاستثنائية هذه، يتفحص ابن سهل إسقاط دائرة ما، مفترضاً بأن سطح الاسطرلاب مستوٍ ومتعامد على محور الكرة  $AB$ . فيبرهن أولاً أن الإسقاط الاسطواني لأية دائرة من الكرة ذات مستوٍ غير متعامد على  $AB$  هو إسقاط اهليلجي. وهكذا، فإسقاط دائرة قطرها  $CF$  (الشكل رقم ٤) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)، هو قطع ناقص محوره الصغير  $DE$  ويساوي طول محوره الكبير  $CF$ ، أما مركزه فهو إسقاط مركز الدائرة  $G$ .

في حالة الإسقاط المخروطي، عندما يكون رأس المخروط نقطة  $G$  من محور الكرة  $AB$ ، يتفحص ابن سهل حالتين: بحسب انتماء  $G$  إلى  $[AB]$  أو إلى  $[AX]$ ، ويدرس إسقاط دائرة ذات قطر  $CF$ ، ومركز  $H$ ، على مستوٍ متعامد على  $AB$  (الشكلان رقماً ٥) و(٦) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

في حال:  $\angle AFC > \angle GFC$  و  $G \in [AB]$ ، و  $\angle AIE > \angle GDE$ ،

وفي حال:  $\angle AFC < \angle GFC$  و  $G \in [AX]$ ، و  $\angle AIE < \angle GDE$ .

في كلتا الحالتين، إذا كان  $AJ$  هو المماس في  $A$  على الدائرة،  $AJ \parallel DE$ ، ويكون معنا:

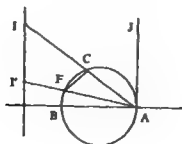
$$\angle AFC = \angle IAJ = \angle AIE;$$

إذاً، نجد في الحالة الأولى،  $\angle GFC > \angle GDE$ .

وفي الحالة الثانية  $\angle GFC > \angle GDE$ ، وفي الحالة الثانية  $\angle GFC < \angle GDE$ .

عندئذ، وفق أبولونيوس، يكون إسقاط الدائرة  $CF$  قطعاً مخروطياً غير دائري  $DE$ .

الشكل رقم (٣ - ١٧)



ولا يتفحص ابن سهل الحالة التي يكون فيها رأس المخروط G في A أو في B (الشكل رقم (٣ - ١٢))، ولا يدرس بالتالي حالة الاسقاط التسطيحي الذي تنخصه القوهي بالتفصيل، إذ درس هذا الأخير الاسقاط التسطيحي ذا القطب A، الذي يحول الكرة S ذات القطر AD إلى مستوي متعامد على AD، مستوي مأخوذ كمستوي اسقاطي، ثم يبرهن أن كل دائرة من S لا تمر في A تتحول إلى دائرة من P. ويمكن إعادة صياغة برهانه المتعلق بالقضية ٥ من الكتاب الأول من المخروطات، كالتالي:

لتكن H نقطة التقاء P والمحور AD (الشكل رقم (١) من الملحق رقم (٣))، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). ولتكن على الكرة الدائرة ذات القطر BC، وليكن مستويها متعامداً على مستوي الشكل؛ وليقطع AB و AC للمستوي P على التوالي في E و G يكون معنا:

$$\angle ADB = \angle AEG \text{ ، إذا } \angle AHE = \angle ABD = \frac{\pi}{2}$$

لكن  $\angle ADB = \angle ACB$  (زوايا مماسة في دائرة)، إذاً  $\angle AEG = \angle ACB$ .

ووفق أبولونيوس (الكتاب الأول، القضية ٥) يقطع المستوي P المخروط CAB بحسب دائرة قطرها GE.

يبرهن القوهي أيضاً أن كل دائرة من S تمر في A تتحول إلى مستقيم من المستوي P الذي هو مستقيم تقاطعه مع مستوي الدائرة L.

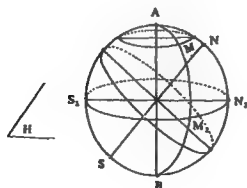
وهكذا برهن خاصة أساسية للاسقاط التسطيحي، فحواها أن الدوائر التي لا تمر في القطب تتحول إلى دوائر، بينما تتحول تلك التي تمر في القطب إلى مستقيمات.

لا يناقش ابن سهل فقرة القوهي هذه المتعلقة بالاسقاط التسطيحي، معتبراً هذه النتيجة معروفة. وبما أن هذا الاسقاط هو غالباً ما يكون تطبيقاً في دراسة الاسطرلاب، فعدم اهتمام ابن سهل النسبي به يثبت ما قد ذكرناه سابقاً عن توجه اهتمامه إلى المسألة الأشمل للاسقاطات.

خصص القوهي إذاً مجمل الفصل الأول، والذي أعاد ابن سهل، بشكل ما، صياغته، للمفاهيم الاسقاطية، من دون أن يتطلب ذلك أية معرفة بالاسطرلاب، أو بعلم الفلك. وباستثناء المصطلحات، لا يختلف الوضع إلا قليلاً في الفصول الأخرى، إذ إن القوهي، كما ذكرنا، يهدف إلى حل المسائل الهندسية التي يمكن

أن تبرز أثناء صنع الاسطرلاب، وهذا ما يبيّنه توالي الفصول المتلاحقة. فقد خُصص الفصل الثاني من المقالة الأولى، للتعريف بالمصطلحات اللازمة لصياغة هذه المسائل ولتحديد مواضع تقاطع الكرة السماوية. ويعالج الفصلان الثالث والرابع من المقالة نفسها، اسقاط دائرة من الكرة السماوية. أما المقالة الثانية فهي مخصصة للمسائل الهندسية المذكورة سابقاً. لقد سلّم علماء الهندسة بالمقولة التالية: أن مركز الكرة السماوية هو مركز الأرض نفسه، وهذه الكرة السماوية تدور حول الخط  $NS$ ، وهو خط القطبين الشمالي والجنوبي. ليكن  $H$  مستوياً يمر في المركز؛ يسمى هذا المستوي «الأفق»  $H$ ؛  $A$  و  $B$  هما «قطبا» الأفق  $H$ . تسمى الدائرة، ذات القطر  $AB$  والتي تمر في القطبين الشمالي والجنوبي، بـ «خط الزوال» التابع لـ  $H$ . يتحدد الأفق بالقرص  $AN$ ، ويسمى مسافة القطبين. تسمى كل دائرة تمر في القطبين  $A$  و  $B$ ، «دائرة الارتفاع» للأفق  $H$ . وتحدد دائرة كهذه  $AMB$  مثلاً، بمسافتها عن خط الزوال، أي بالقرص  $M_1N_1$ ، الذي يُعرف اليوم بالسمت. تتميز دائرة ما موازية للسطح  $H$  بارتفاعها المقاس على دائرة الارتفاع؛ فبالنسبة إلى الدائرة الموازية في  $M$  يعادل الارتفاع القوس  $MM_1$ . يحدد القوسان  $M_1N_1$  و  $M_1M$  موضع النقطة  $M$  بالنسبة إلى الأفق  $H$ ؛ هذه هي الاحداثيات الأفقية. يُطلق القوي في ما بعد اسم «دائرة سمت»، أو «السمت»، تارة على دائرة الارتفاع، وطوراً على اسقاطها على مستوي الاسطرلاب.

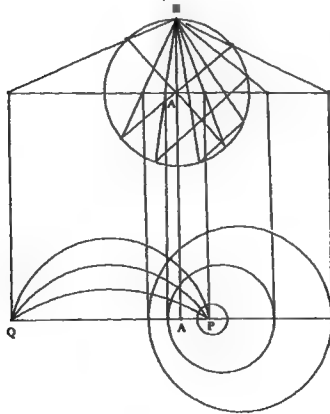
الشكل رقم (٣ - ١٣)



يقطع مستوي فلك البروج الكرة وفق دائرة كبيرة، هي أفق خاص، يسمى إسقاطها على الاسطرلاب بدائرة البروج. يتحدد موضع نقطة ما بالنسبة إلى مستوي البروج بقوسين هما الأحدثايات البرجية، على غرار أفق ما H. ويمكننا تقسيم فلك البروج بحسب قيم مختلفة للسمت، فعلى سبيل المثال، تتوافق صور البروج الاثني عشر مع تقسيم السمات ٣٠ إلى ٣٠.

يُنشأ الاسطرلاب لمكان معين بحسب خط عرض هذا المكان. ويُرسم، من ناحية أولى على مستوي الأفق الخاص بهذا المكان والدوائر الموازية لهذا الأفق، والتي تشكل حزمة دوائر نقطتها الحدوديتان هما إسقاطا قطبي الأفق، ونرسم من ناحية أخرى دوائر الارتفاع التي تمر كلها بإسقاطي القطبين. تتعامد كل دائرة من إحدى الحزمتين مع جميع دوائر الحزمة الأخرى. وحدها، الدوائر الأفقية القريبة من أحد قطبي الأفق، يمكن تمثيلها كاملة. أما بقية الدوائر فيمثلها فقط إسقاط قوس منها. وكذا الأمر مع دوائر الارتفاع، لأن الكرة السماوية ليست مسطحة بكاملها على الاسطرلاب.

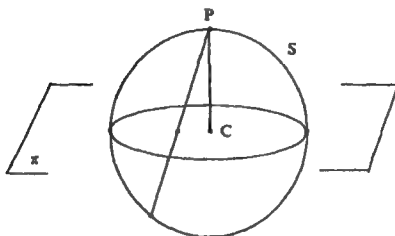
الشكل رقم (٣ - ١٤)





بعد هذه المعلومات الأولية التي أوردناها، فإن كل المسائل التي يتطرق إليها القوهي، ابتداءً بالفصل الثالث من المقالة الأولى هي مسائل هندسية. وقبل تفحصها بالتفصيل نشير إلى طريقته: تتمثل الكرة السماوية بكرة  $S$  مركزها  $C$  وقطبها  $P$ ، ومستوي الاسطرلاب هو المستوي الاستوائي  $\pi$  المقرون بهذا القطب.

الشكل رقم (٣ - ١٥)



تتصل جميع المسائل التي طرحها القوهي بـ  $S$  و  $\pi$ ، إذ إن  $\pi$  هو الإسقاط التسطيحي للكرة  $S$  انطلاقاً من القطب  $P$ ؛ أو بتعبير أخرى لم يعرفها القوهي،  $\pi$  هي منحولة  $S$  بالنسبة إلى تماكس (inversion) مركزه  $P$  وقدرته  $2R^2$ ، حيث  $R$  هو شعاع الكرة.

على هذا النحو يشرح القوهي، في الفصلين الثالث والرابع من المقالة الأولى حيث  $S$  و  $\pi$  معطيان، كيف نشأ على  $\pi$  إسقاط دائرة مرسومة على  $S$ ، دائرة موازية ومن ثم دائرة ارتفاع لأفق معين.

يعطي في المقالة الثانية المستوي  $\pi$  ويطلب تحديد الكرة  $S$  بواسطة مركزها وشعاعها.

في الفصل الأول من المقالة الثانية هذه، نعرف نقطة  $A$  من المستوي  $\pi$  والمسافة الزاوية من مائلتها إلى قطب الكرة، ومعطية ثلاثة يمكن أن تكون إما نقطة - كالمقطب أو كمركز الدائرة - وإما طولاً - كشعاع الكرة أو المقطع الذي يصل

مركز الكرة أو قطبها بمماثلة إحدى النقاط التي نعرف بعدها الزاوي عن القطب.. في المسألة السادسة من الفصل الأول، فإن المعطية الثالثة هي: نقطة B من المستوي  $\pi$ ، والمسافة من ممائلتها إلى قطب الكرة. وباختصار، ترجع كل مسائل الفصل الأول إلى إنشاء نقطة ما.

في الفصل الثاني من المقالة الثانية إننا نعرف: دائرة في المستوي  $\pi$  والبعد الزاوي بين قطب ممائلتها وقطب الكرة، ومعطية أخرى يمكن أن تكون قطب الكرة أو مركزها أو شعاعها، أو طولاً يساوي المسافة بين نقطتين من المستوي  $\pi$  أو بين نقطة من الكرة وأخرى من المستوي  $\pi$ . في المسألة السادسة من هذا الفصل، تكون المعطية الثالثة: نقطة B من المستوي  $\pi$  والمسافة بين ممائلتها وقطب الكرة. ويقوم القوهي أحياناً، عن طريق إنشاء مساعد، بتحويل مسألة من هذا الفصل إلى مسألة سبق له أن عالجها.

أما الفصول الثالث والرابع والخامس فهي مفقودة من النسخة التي نعرفها. ويتألف الفصل السادس من مسألة وحيدة، لا نعرف فيها  $\pi$  ولا S؛ والمعطيات هي: قطب الكرة B من S والنقطة A من  $\pi$ ، ومماثلتها بالنسبة إلى أفق معين. نعرف إذا البعد الزاوي من قطب هذا الأفق إلى قطب الكرة، ومسافتين أخريين، هما الاحداثيان الاقيان -السمت والارتفاع- لمائل A بالنسبة إلى الأفق المحدد.

من الواضح إذاً أن المقصود في كل هذه الفصول، هي المسائل الهندسية المتعلقة بالاسقاطات. يخصص القوهي الفصل السابع لمقدمات استعارها من مقالتين أخريين من كتبه ليبرهتها مجدداً هنا بالتحليل.

لنأت الآن إلى تحليل أكثر تفصيلاً لحلول القوهي وابن سهل، كي ندرك بصورة أفضل محتوى مفاهيمهما الاسقاطية، وحدودها أيضاً. لنتناول إذا المسألتين الأساسيتين المعروضتين في الفصلين الثالث والرابع ولننتقل بعدها إلى الفصل السادس من المقالة الثانية، الذي عالج كلا الرياضيين المذكورين. وبخية تسهيل عرضنا، نحيل مناقشة بقية المسائل إلى الملاحظات الاضائية في آخر الكتاب.

يلدرس الفصل الثالث من مقالة القوهي الأولى إسقاط دائرة موازية لأفق ما على مستوي الاسطرلاب.

لتكن الدائرة ذات المركز A، وسطح الاسطرلاب، وقطران BD و CE متعامدان في الدائرة (الشكل رقم ٢) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال

الأجنبية). يحدد أفق معروف بالقوس DG، حيث G هي قطب للأفق و D قطب للكرة. والمطلوب هو تمثيل دائرة يكون مستويها موازياً لهذا الأفق المعروف ومحدداً بالقوس GI، وهو المسافة بين نقاط هذه الدائرة وبين قطب الأفق G. هذه الدائرة هي الدائرة ذات القطر IK. يرسم القوي الشكل في مستوي خط الزوال  $\pi$  للأفق المعروف، وتمثل الدائرة BCDE في الوقت نفسه، خط الزوال هذا وانطبق المستوي الاستوائي على  $\pi$ ، وفق للمستقيم EC.

يقطع المستقيمان BI و BK المستقيم CE في L و M. تكون إذاً الدائرة ذات القطر LM الاسقاط التسطيحي على المستوي الاستوائي للدائرة ذات القطر IK، وانطبقها يكون الدائرة المطلوبة. ويكون بالتالي معروفاً ارتفاع هذه الدائرة بالنسبة إلى أفق معين.

يعالج القوي في الفصل الرابع انشاء دائرة سمتية، أي الاسقاط التسطيحي لدائرة تمر في القطبين.

لتكن الدائرة BCDE ذات المركز A سطحاً للاسطرلاب (الشكل رقم ٣) من الملحق رقم ٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). يمثل قطبا الكرة B و D، وقطبا الأفق المعروف بـ G و I. نريد أن نسقط على مستوي الاسطرلاب دائرة تمر في القطبين G و I وفي النقطة S المعروفة في الأفق، أو دائرة موازية للأفق، يكون قطراً لها.

وكما في المسألة السابقة، تمثل الدائرة BCDE في الوقت نفسه خط زوال الأفق المعروف، وانطبق المستوي الاستوائي على مستوي خط الزوال هذا.

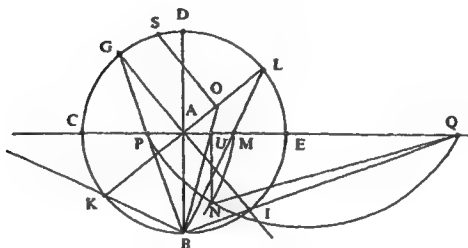
فإذا كانت الدائرة KL لا تمر في النقطة B، يكون عندئذ إسقاطها دائرة NM مركزها على CB، في المستوي الاستوائي.

وإذا كانت KL لا تمر بـ A، نأخذ الانطبق KSL للدائرة ذات القطر KL على مستوي الشكل، حيث القوس SL هو المسافة من S إلى خط الزوال. وليكن SO متعامداً على LK. تقطع المستقيمان BG، BI و BO المستقيم CE على التوالي في F، U و Q. لنأخذ UN متعامداً على CE حيث N هي إسقاط S؛ فتكون الدائرة FNQ هي دائرة السميت، وهي إسقاط الدائرة التي تمر في G، S و I.

إذا كان المستقيم KL يمر بالنقطة A، تكون الدائرة KL دائرة كبرى على

الكرة، ويمكن انطباقها على مستوي الشكل وفق الدائرة BCDE. تنتمي النقطة S عندئذ إلى الدائرة المحددة بالقوس المعطى LS. ويتم انشاء النقاط O، U و N كالسابق، وكذلك أيضاً القطعتين F و Q، وتكون الدائرة المطلوبة هي FNQ.

الشكل رقم (٣ - ١٦)



إذا كانت الدائرة KL تمر في القطب B، يكون إسقاطها على المستوي الاستوائي هو مستقيم تقاطع هذا المستوي مع مستوي الدائرة؛ إنه إذاً مستقيم عمودي على المستوي BLD، وخصوصاً على BL (الشكل رقم ٤) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لنعد الآن إلى المسألة المطروحة، أي إلى إسقاط الدائرة التي تمر في قطبي الأفق المعروفين G و I. ليكن BL قطراً للدائرة الموازية للأفق ذات القطبين G و I، والنقطة K التقاء BL مع AC، و S نقطة يكون معها القوس LS مساوياً للمسافة المعطية. يتقاطع العمودي في K على BK ويقطع BS في O؛ أما على العمودي في K على CE فنأخذ KO = KN. يتقاطع المستقيمان BG و BI مع CE في P و Q؛ عندئذ تكون الدائرة PNQ هي الدائرة المطلوبة. وبالفعل إذا رسمنا في مستوي الشكل الدائرة ذات القطر BL، فإنها تكون انطباق الدائرة الموازية للأفق على مستوي خط الزوال؛ ويقطعها المستقيم BO في M؛ ويكون القوسان LS و LM متشابهين، لانحصارهما بالزاوية المحوطة ذات الرأس B نفسها؛ إذاً الدائرة IMG على الكرة، هي دائرة السميت التي نبحث عن إسقاطها على مستوي الاسطرلاب.

إن إسقاط M هو O، الذي ينطبق على مستوي الشكل في N. وإسقاطات G و I هما على التوالي P و Q؛ إذاً الدائرة PNQ هي إسقاط الدائرة IMG على المستوي BCDE. كما يكون إسقاط جميع الدوائر للمارة في I و G دوائر مارة في P و Q. ولنبرهن أن مراكز هذه الدوائر موجودة على المستقيم KN، يكون معنا:

$$\angle AQB = \angle IDB \quad \text{إذاً} \quad \angle DIB = \angle QAB = \frac{\pi}{2}$$

كذلك:

$$\angle LDB = \angle AKB \quad \text{إذاً} \quad \angle DLB = \angle KAB = \frac{\pi}{2}$$

لكن، وبما أن I هي في وسط القوس BL يكون معنا إذاً:

$$\angle LDB = \angle IDB ;$$

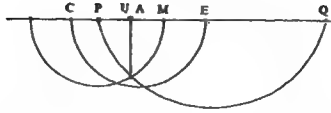
$$\text{إذاً: } \angle AKB = \angle AQB \quad \text{إذاً} \quad \angle KBQ = \angle AQB \quad \text{و} \quad KQ = KB$$

زيادة على ذلك، فالمثلث PBQ هو قائم في B، إذاً  $KQ = KP$ . والمستقيم KN هو وسيط المقطع PQ، لذلك كل دائرة تمر بالنقطتين P و Q، يكون مركزها على KN.

وهكذا بغية إسقاط نقطة M منسوبة لأفق معروف H، نسقط الدائرة الموازية لـ H والمارة في M على مستوي الاسطرلاب، وكذلك نسقط الدائرة IMG التي تمر في قطبي الأفق H وهما I و G. نحصل، في الاسطرلاب، على الدائرة الموازية، بارتفاع معروف، وعلى دائرة السميت. تمر هذه الأخيرة في نقطتين من الاسطرلاب، لا تتعلقان إلا بالأفق H. فإسقاط النقطة M يكون إحدى نقطتي تقاطع الدائرتين المذكورتين.

نلاحظ أنه في المستوي الامتوائي، وهو مستوي الاسطرلاب، يكون معنا في هذه الحالة الشكل التالي.

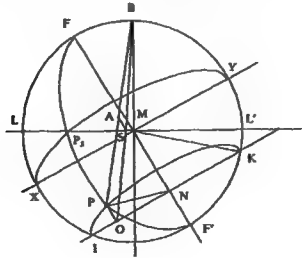
الشكل رقم (٣ - ١٧)



وهكذا تُقرن بكل دائرة تمر في قطبي الأفق  $G$  و  $I$ ، دائرة على الاسطرلاب،  
تمر في النقطتين  $P$  و  $Q$ ، هما بالتوالي إسقاطي  $G$  و  $I$ ، وتكون  $N$  إسقاط النقطة  $S$   
المتقاة على دائرة قطرها  $KI$  لتحديد الدائرة  $GSI$ .  
وتصبح جميع الإنشاءات الضرورية لانتهاء الاسطرلاب ممكنة عندما نعرف  
مركز الكرة وقطرها، على مستوي الاسطرلاب.  
هاتان هما المسألتان اللتان ترجع إليهما عامة المسائل المطروحة في المقالة  
الثانية.

لنتناول الآن من هذه المقالة، فصلها السادس المختصر على مسألة واحدة:  
نأخذ الاسطرلاب الموافق لأفق معروف؛  $A$  هي إسقاط نقطة  $P$  محددة بالنسبة إلى  
هذا الأفق، أي بسمتها وارتفاعها؛ نعرف القطب  $B$  وهو مركز الإسقاط؛ ويُطلب  
صنع الاسطرلاب، لتدقيق معطيات هذه المسألة، لنتظر ملياً في الشكل.

الشكل رقم (٣ - ١٨)



لتكن النقطة P، على الكرة ذات المركز M والقطب B، منسوبة لأفق معروف XY؛ P هي تقاطع دائرتين: دائرة ارتفاعها h معروف، وقطرها IK، ودائرة السم، وقطرها FF، حيث F و F هما قطبا الأفق. نعرف إذاً مستوي خط الزوال BFLIK والقوس  $\alpha = \angle INP = \angle IP$ ، والمحدد بالسمت؛ معنا: القوس  $P_1P = \text{القوس } XI = \text{القوس } YK = \text{الزاوية } MKN = h$ ؛

وكذلك معنا:  $\beta = \angle BMF = \angle MHN = \angle YMH$ ، يُعد زاوية القطبين.

هدف القوي هو إذاً في هذه المسألة تبيان أنه إذا عُرفت النقطة A، وهي إسقاط P على مستوي الاستواء، والنقطة B والمعطيات الثلاثة  $\alpha$ ، h و  $\beta$ ، فيمكن عندئذ تحديد النقطة M، وبالتالي إنشاء الدائرتين CAD و EAG وهما إسقاطي الدائرتين: دائرة ارتفاعها معروف ودائرة السم.

بموجب التحليل نفترض أننا نعرف على سطح الاسطرلاب دائرتين CAD و EAG (الشكل رقم ١٦) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). وهما إسقاطا الدائرتين IPK و FPP ومركز الإسقاط هو B. وينطبق على مستوي شكل النص، وهو مستوي خط الزوال BLIK ذو المركز M، مستوي الاستواء، وفق المستقيم LM، ومستوي IPK، وفق المستقيم IK. فالزاوية MKN معروفة؛ فهي تساوي الارتفاع المعروف؛ إذاً:

$$\frac{MN}{MK} = \sin h \quad \text{و} \quad \frac{IK}{MK} = \frac{2NK}{MK} = 2 \cos h$$

يشكل الأفق المعروف مع مستوي الاستواء، زاوية معروفة؛ لتكن  $\angle MHN = \beta$ . هذه الزاوية هي متممة لارتفاع القطب فوق الأفق XY، أي لخط عرض المكان المعتبر.

فالنقطتان S و O، وهما على التوالي موقعا العمودين من A على CD ومن P على IK، وهما على المستقيم نفسه مع B، لأن AS و PO هما العمودان الساقطان من A و P على خط الزوال. والقوس IP معروف: القوس  $\angle IP = \text{الزاوية } INP = \alpha$ ، إذاً:

$$\frac{NO}{KN} = \frac{NO}{NP} = \cos \alpha ;$$

$$\text{لكن: } \frac{KN}{NM} = \cotg h \text{ ؛ إذا: } \frac{ON}{NM} = \cos \alpha \cotg h$$

$$\text{معنا } \beta = \angle MHN = \angle NMU \text{ ؛ إذا } \frac{MN}{NU} = \cotg \beta$$

$$\text{إذا يكون معنا: } \frac{ON}{NU} = \frac{\cos \alpha \cotg h}{\tg \beta} = k$$

$$\text{عندئذ: } \frac{OU}{UN} = \frac{ON}{NU} - 1 = k - 1$$

$$\text{وكذلك: } \frac{OU}{ON} = \frac{OU}{UN} \cdot \frac{UN}{ON} = \frac{k-1}{k}$$

$$\text{معنا: } \frac{OU}{UM} = \frac{OU}{UN} \cdot \frac{UN}{UM} = (k-1) \cdot \sin \beta$$

ومن جهة أخرى:

$$\frac{OU}{MB} = \frac{OU}{ON} \cdot \frac{ON}{NK} \cdot \frac{NK}{MB} = \frac{k-1}{k} \cos \alpha \cdot \cos h;$$

معرفة  $\frac{UB}{OU} = \frac{MU}{OU} + \frac{MB}{OU}$  و  $\frac{UM}{MB}$  من ذلك أن نستنتج من ذلك أن  $\frac{UB}{OU}$  هما نسبتان معروفتان.

لكن الزاوية OUB معروفة بـ  $\beta + \frac{\pi}{2} = \angle OUB$  ، ومعروف إذا شكل المثلث OUB؛ ومعروفة كذلك النسبة  $\frac{UB}{OB}$  والزاوية UBO وشكل المثلث القائم الزاوية BMS؛ وتصبح حينها النسبتان  $\frac{MB}{BS}$  و  $\frac{MS}{MB}$  معروفتين، فنستنتج أن النسبتين:

$$\frac{OB}{BS} = \frac{OB}{UB} \cdot \frac{UB}{BS} \text{ و } \frac{UB}{BS} = \frac{UB}{MB} \cdot \frac{MB}{BS}$$

معرفة. لكن:

$$\frac{OP}{BM} = \frac{OP}{NP} \cdot \frac{NK}{MK} = \sin \alpha \cdot \cos h; \text{ و } \frac{OP}{AS} = \frac{OB}{BS}$$

$$\text{إذا } \frac{BM}{AS} \text{ معلومة. وبما أن } \frac{BM}{AS} = \frac{BQ}{AQ} \text{ ؛ فالنسبة } \frac{BA}{AQ} \text{ معلومة.}$$

وبما أن النقطتين B و A معروفتان، فالنقطة Q معروفة أيضاً.

وكذلك  $\frac{QB}{AB}$  التي تساوي  $\frac{QM}{MS}$  ؛ فنستنتج أن  $\frac{MS}{MB}$  معلومة. والمعروفة، والزاوية BQM معروفة، والزاوية BMQ قائمة. والنقطة M معروفة.

برهن القوي إذاً بالتحليل، أنه إذا عُرفت في مستوي الشكل - وهو هنا مستوي خط زوال الأفق المعروف - نقطتان A و B وإذا مُيزت المعطيات بمسافات

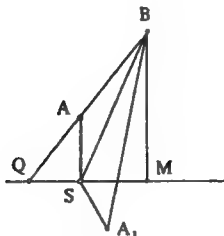


زوايا ثلاث  $\alpha$ ،  $h$  و  $\beta$ ، عندها يُعرف موضع النقطة  $Q$  على المستقيم  $AB$ ، لأن النسبة  $AQ/AB$  معروفة، وكذلك موضع النقطة  $M$ ، لأن  $\angle BMQ = \pi/2$  والنسبة  $MB/MQ$  معروفة أيضاً.

بما أننا نعرف الدائرة  $(M, MB)$  والقطر  $MQ$ ، تصبح الإنشاءات ممكنة لكل النقط التي تكون ممالاتها منسوية للأفق نفسه.

نلاحظ أن القوهي في تحليله قد افترض أن الشكل يقع في مستوي خط زوال الأفق المعروف، وحصل على النقطة  $A$  انطلاقاً من نقطة معطاة في مستوي الاسطرب - سنسميها  $A_1$  - وذلك بانطباق هذه النقطة على مستوي خط الزوال (انظر ما سيأتي لاحقاً). ففي صياغة المسألة ينبغي اعتبار النقطتين  $A_1$  و  $B$  معروفتين فتكون المسافة إذاً  $A_1B$ . هنا يفترض القوهي معرفة المقطع  $AB$ . فلنبرهن أنه متى عُرف  $A_1B$  يُعرف  $AB$  فيكون استدلال القوهي حينها سليماً.

الشكل رقم (٣ - ١٩)



معنا:  $SA = SA_1$  و  $SA \perp MS$  و  $SA_1 \perp MS$ .

غير أننا نبرهن بأن النسبتين  $\frac{BM}{AS}$  و  $\frac{BM}{BS}$  معروفتان؛ فتكون  $\frac{BS}{AS}$  معروفة أيضاً وكذلك  $\frac{BS}{A_1S}$ . للمثلث  $BSA_1$  القائم في  $S$ ، إذاً شكل معروف لكن الطول  $BA_1$  مُعطى، إذاً الطول  $BS$  معروف. من جهة أخرى  $\frac{BS}{AS}$  معروفة

وتشكل  $\angle BSA = \angle SBM$  زاوية معروفة، لأن المثلث BSM ذو شكل معروف؛ المثلث BAS هو إذاً ذو شكل معروف؛ وبما أن BS معروف، يكون الطول BA معروفاً أيضاً.

ومن الممكن انطباق مستويي خط الزوال والاسطرلاب؛ عندها تمثل B انطباق القطب. وتكون النقطتان A و B في مستوي الاسطرلاب، وطول المقطع AB معروفاً. هذه هي بالدقة معطيات ابن سهل للتركيب.

وكما سبق وذكرنا، يعود التركيب هنا لابن سهل الذي ينطلق من مثلث ما MAB فيقرضه معروف الشكل. ويتيح هذا على أساس مباشر من نتائج القوهي، فالنسبة BA/BQ معروفة، وشكل BMQ هو معلوم.

ولتفحص التركيب في نص ابن سهل:

نستنتج من تحليل القوهي أنه، إذا كانت B قطباً، و A الاسقاط المعروف، و G مركز الاسطرلاب<sup>(١٨)</sup> (الشكل رقم ٧) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)، يكون شكل المثلث ABG معلوماً، أي أنه عدد بتشابه ما. ينطلق عنئذ ابن سهل من دائرة ذات مركز E، تمثل النقطة C عليها القطب، وينشئ، في حال أفق ذي خط عرض معطى، الاسقاط F لنقطة P لها احداثيات P نفسها؛ ويحسب تحليل القوهي، يكون المثلث المنشأ CEF مشابهاً للمثلث ABG المطلوب. فيصبح انشاء النقطة G، مركز الاسطرلاب، فوراً: A و B معلومتان وكذلك الزاويتان  $\angle FCE = \angle ABG$  و  $AB/BG = CF/CE$ .

بمعرفتنا الدائرة (GB, G) والنقطة التي تمثل القطب B، يمكننا تمثيل الاسقاط على الاسطرلاب لأية نقطة من الفلك.

بالإضافة إلى تركيب هذه المسألة، يعطي ابن سهل، بالتركيب أيضاً، برهان مقدمات لم يبرهنها القوهي إلا بالتحليل.

وكما رأينا، شكّل صنع الاسطرلاب، وما أثاره من مسائل نظرية وتقنية حول التمثيل الدقيق للفلك، أساساً للأبحاث الأولى حول الاسقاطات ابتداءً من

(١٨) كما في تحليل القوهي، إذا كان المستوي هو مستوي الاسطرلاب، نحصل على النقطة B انطلاقاً من القطبين عن طريق انطباق مستوي خط الزوال على مستوي الاسطرلاب. انظر الملاحظات الإضافية للفصل السادس من رسالة القوهي.

القرن التاسع. وقد قادت هذه الأبحاث، بعديها واتداعها، الرياضيين قبل انتهاء القرن العاشر، إلى إدراك فصل جديد في الهندسة. فيفضل تبيينهم العناصر الهندسية الكامنة في صناعة الاسطرلاب، ومقارنتهم مختلف مناهجها، وتساؤلهم حول تجانس مختلف الاسقاطات التي أتبعتم، توصل الرياضيون إلى اعتماد الاسقاطات موضوعاً للدراسة، وبجلاً خاصاً للبحث. وقد قام القوهي وابن سهل بدور أساسي في ختام هذه العملية. فهل كانا اللبدران بتحديد هذا المجال باطلاقهما الواضح لوجهة النظر الإسقاطية؟ الرد بالإيجاب محتمل جداً. ومهما يكن، فمن البديهي كون رسالة الأول هندسية محضة، ولا يقل شرح الثاني هندسية عنها.

لكن، ماذا تعني، في هذا السياق، كلمة «هندسي»؟ لقد جئنا على ذكر اكتشاف النظرة الإسقاطية، فباتت هذه الكلمة تعني، منذ الآن، دراسة الاسقاطات الاسطوانية والمخروطية للكرة، وللكرة وحدها؛ بنقاطها، وأقطارها، ودوائرها، والأشكال المرسومة عليها. تبدأ رسالة القوهي، تماماً كمناقشة ابن سهل، وقد بات ذلك واضحاً بعرض لهذه الاسقاطات ولخصائصها بمعزل عن الاسطرلاب، لتنتقل بعدها إلى المسائل المحلولة بالاسقاط التسطيحي، والتي كان يمكن طرحها، على الأقل نظرياً، في معرض صناعة الآلة واستعمالها. إن فصل هذا العرض إلى قسمين مستقلين خُصص أولهما بكليته للإسقاطات، ولكن للكرة وحدها، في حين عالج الثاني المسائل المتعلقة بالاسطرلاب، يبين جلياً حدود استقلال هذا المجال عن الميدان الذي نشأ منه. شيء آخر من تراث هذا الميدان بالذات هو المكانة الخاصة التي تحتلها المسألة للمكوسة: فبدلاً من الانطلاق من الكرة المسقط، ننتقل بالعكس من تمثيلها. هكذا كان مسعى القوهي وابن سهل.

من الجلي إذاً أن كلمة «هندسي» تعني هذه الدراسة الإسقاطية للكرة، التي تشكل منذ الآن فصلاً جديداً في الهندسة: فصل يتميز بلغته وطرق البرهان فيه. فلغته خليط تمتاز فيه مفردات نظرية النسب، أي لغة الهندسة التقليدية، بمصطلحات تدل بعد الآن على المفاهيم الإسقاطية. وأما البراهين التي تندمج فيها تتألف من مقارنات النسب والاسقاطات والانطباقات. وعلى سبيل المثال، عندما أثبت القوهي الخاصة التالية: كل دائرة مرسومة على الكرة، ولا يحتوي مستويها على القطب يقابلها في الاسقاط التسطيحي دائرة في مستوي الاسقاط، والعكس صحيح. لقد استخدم القوهي القضية ١، ٥ من المخروطات لأبولونيوس، وهي

القضية التي تدرس تقاطع مخروط دائري القاعدة مع مستوٍ، في حال كان مستوي القاعدة والمستوي القاطع مستويين مضادين للمتوازي. إن فكرة التعاكس لا تمس ابن سهل أكثر مما تمس القوهي، ولا واقع اقتصار الإسقاط التسطيحي على تعاكس في الفضاء. لكن القوهي استخدم ويكثره، في عملية الانشاءات الهندسية المستوية، تقنية الانطباق. ذلك أن حل ما طرحه من مسائل لا يستلزم اللجوء إلى خصائص التعاكس - كالمحافظة على قيم الزوايا ولا سيما التعامد، كالحالة التي نحن بصدد حلها - بل عن طريق الخاصية القائلة بتواجد نقطة ما ومثيلتها وقطب الإسقاط على مستقيم واحد.

وهكذا وُلد هذا الفصل الذي صممه القوهي وابن سهل، فصل اثبت من مسائل الاسطرلاب التي كان قد بُدئ بالإجابة عنها قبل أكثر من قرن؛ فصل يميز بمجاليه ولغته، ويطرق البرهان التي استعملت فيه. ولن يتوانى خلفاء هذين الرياضيين - كالبيروني - عن العودة إلى فصل الهندسة الاسقاطية هذا.



هكذا شهدنا بروز شخصية كانت مجهولة حتى الأمس القريب: ابن سهل المهندس والعالم. إن أهمية مساهمة هذه الشخصية في علم الانكساريات شاهدة على عمق جهلنا بتاريخ البصريات في فترة كانت تبدو وكأنها معروفة جيداً. يبدو عطاء ابن سهل الرياضي أقل وهجاً إذا ما قارناه بتناجه في علم الانكساريات، لكن هذا الرأي لا يلبث أن يتبدد، جزئياً على الأقل، بعد تفحصنا المتعمق بكتاباته الهندسية. فالآثار المتبقية من كتاباته الضائعة، وما وصلنا من مذكراته، وما استطعنا إعادة تكوين محتواه، شاهدة للدلالة على كونه شخصية مركزية في النصف الثاني من القرن العاشر هذا.

وتسمح لنا هذه النصوص بتبيان أهم مجالات البحث الهندسي وأكثرها تقدماً في تلك الحقبة؛ كما تكشف لنا كوكبة من الرياضيين ذوي المكانة أمثال القوهي والسجزي؛ كما أنها، أخيراً، تضع في المكان الصحيح من التاريخ أعمال خلفائهم المباشرين، ولا سيما أعمال ابن الهيثم.

ولكونه أرخيسياً، اشتغل ابن سهل الحسابات المتناهية الصغر. وفي مدرسة أبولونيوس تابع البحث في نظرية المخروطات وفي التحليل الهندسي. وشارك أخيراً في تأسيس فصل من الهندسة الإسقاطية للكرة. لقد استوعبت هذه المجالات

نشاط الهندسين الطليعيين في تلك الحقبة، كالقوهي، لكن أعمال ابن سهل لا تتميز باتساعها فحسب، بل، ويشكل أساسي، بعمق ما حملته من أفكار غالباً ما كانت متجددة وابتقان الصياغة في نصوص موجزة.

وعلى الرغم من تعلم حصولنا حتى الساعة على أعمال ابن سهل حول الحسابات المتناهية الصغر، إلا أنها تضيف طولاً إلى لائحة كنا نحسب أنها مغلقة، وهي لائحة الأرخيديميين العرب الجدد. وتدفعنا عناوين هذه الأعمال وأسلوب ابن سهل ذاته ووضعها التاريخي، للتساؤل عن ماهية محتواها. فلماذا عاد ابن سهل إلى قياس القطع المكافئ بعد علماء بمكانة ثابت بن قرة، والمهايني، وإبراهيم بن سنان؟ أو يكون قد وجد برهاناً أنيقاً وموجزاً يعتمد على مجاميع تكاملية كما فعل معاصره القوهي وخليفته ابن الهيثم لمنحنيات أخرى؟ عناصر كثيرة تحثنا على تفضيل تخمين كهذا. ويتبادر إلينا تساؤل مشابه في ما يخص مركز الثقل، وذلك في ضوء معرفتنا باهتمام أسلافه ومعاصريه بهذه المسائل.

في ما يخص نظرية القطوع المخروطية، بحث ابن سهل عن تحسين عمل أبولونيوس في نقطة واحدة، وهي القسمة التوافقية. وكمعاصريه، القوهي والسجزي، قام بدراسة الرسم المتواصل للقطوع المخروطية، كما اهتم بخصائصها البصرية. لقد حللنا بالتفصيل مساهمته في التحليل الهندسي، ولا سيما برهانه لمقدمة أرخيدس، التي كانت، كما رأينا، موضعاً لجدال اشترك فيه معاصروه: أبو الجودين الليث، السجزي والشني. وأخيراً لقد بينّا كيف أن هذا الهندسي المهتم بصورة رئيسية بنظرية القطوع المخروطية والتحليل الهندسي، قد شارك في إعداد الفصل الخاص بطريقة الاسقاطات.

ولانتهاء صورة هذا الهندسي من مدرسة بغداد في النصف الثاني من القرن العاشر هناك سمتان أخريان تتعلق أولاهما بالروابط القوية ما بين البحث الهندسي والبحث في العلوم الأخرى، وهي هنا البصريات وعلم الفلك، فلقد وُضعت في خدمة البصريات نتائج دراسة الرسم المتواصل للمنحنيات، والخصائص البصرية للمخروطات، في حين أن دراسة اسقاطية الكرة قد انبثقت من مسائل نجمت عن صناعة الاسطrolab. ولم ينحصر هذا المظهر التطبيقي للهندسة، إذا صح القول، بابن سهل، بل شمل أعمال هندسيين معاصرين له كالبوزجاني، والقوهي، والصباغاني... وسيزداد هذا المنحى لاحقاً ليتجسد بصورة أساسية ورئيسية عند ابن الهيثم.

أما بالنسبة إلى ثاني هاتين السمتين فإنها تتعلق بوسط علماء الهندسة الذي ترعرع فيه ابن سهل: تحديثات، ومراسلة، وتعاون حر أو «اضطراري»؛ هكذا سمات توحى خصوصاً بالوسط العلمي الأوروبي بعد سبعة قرون.

إن الدراسات الاجتماعية لعلم ذلك العصر هي غير كافية لإعطاء أي تأكيد نهائي. نذكر ببساطة، وفي الحالة التي تشغلنا هنا، أن اثنتين من كتابات ابن سهل الثلاث التي وصلتنا قد أعدنا جواباً عن سؤال طرحه طرف ثالث. فدراسة المسيع في الدائرة جاءت جواباً عن طلب السجزي، ويبدو أنه جرى تداولها في المراسلة بين الرياضيين؛ وقد أكمل عمل ابن سهل هذا معاصروه، كابن الليث، والقوهي، والصاغاني، فيما تابع هو نفسه بحث القوهي في فصل آخر. تشير كل الدلائل إلى أن البحث الهندسي لابن سهل انتشر في قلب حاضرة علمية ناشطة، وحاشدة ومعززة بسلطة البوييين.

## الفصل الرابع

المؤلفون والنصوص والترجمات





## أولاً: ابن سهل

### ١ - ابن سهل وعصره

أبو سعد العلاء بن سهل هو رياضي من النصف الثاني للقرن العاشر. ارتبط مصيره ارتباطاً وثيقاً بأسرة البويهيين: عاش في ظل حكمهم، وأهدى بالكلمات التي نعرفها، كتابه الرئيسي، إلى ابن عضد الدولة وخليفته المشهور: صمصام الدولة.

وعلى الرغم من الصراع الدائم للسيطرة على السلطة في ذلك العصر، فإننا نشهد، تحت سلطة البويهيين، مسيرة مظفرة للآداب والعلوم؛ مسيرة لم نجد، حتى الآن، أي كتاب يشرح طريقة تنظيمها للنشاطات الأدبية والعلمية الكثيفة هذه ويفسر أسبابها الاجتماعية. إن كتاباً كهذا سيوضح لنا على الأخص، حدثين فريدين ومتناقضين. ففي حين لم تعد السلطة المركزية، أي سلطة الخلفاء، سوى ظل خاضع لقانون الحرس الامبراطوري، انصرف المثقفون إلى الدراسة المتواصلة للآداب والفلسفة والعلوم والرياضيات. ومن جهة أخرى، لم يؤد نشوء الدويلات، على أنقاض الخلافة، وما أدى إليه من منازعات مسلحة وصراعات سياسية، إلى تدمير إنجاز الخلفاء العباسيين الأوائل في القرن التاسع، بل إنه وسعه ونمّاه. فإذ بالأمراء والوزراء والأعيان لا يتوانون مطلقاً عن تقديم الدعم للنشاط الفكري والعلمي، بل ويرسخون الممارسات القديمة: فاستمر تأسيس المكتبات والمستشفيات والمراصد<sup>(١)</sup>؛ واستمرت حماية الإنتاج الفكري وتشكلت جماعات ومدارس غالباً ما

(١) بخصوص هذا الامتداد الثقافي، يمكننا مراجعة: A. Metz, *Die Renaissance des Islams*, ed. by H. Reckendorf, 2 vols. (Heidelberg: [n. pb.], 1922), and J. L. Kracmer, *Humanism in the Renaissance of Islam* (Leiden: E. J. Brill, 1986).

تبارت في ما بينها في مختلف العلوم؛ واستمر أخيراً تطوير المجلس من حيث كونه شكلاً مبتكراً للقاء والتبادل الأدبي والعلمي، يجري في صالة تضم الخليفة وأمرائه ووزراء وأعياناً بمن فيهم العلماء أنفسهم<sup>(٢)</sup>. هذه الأشكال التي ذكرنا بإيجاز بها، تضاعفت مع الانحياز الفعلي للخلافة، واشتدت، على الأقل، بمقدار ازدهار الطبقات المتوسطة في المدن والأرياف؛ هذه الطبقات التي يتفق الجميع على الاعتراف بأهميتها في المجتمع الإسلامي. ومن بين الأسباب الأخرى لهذا الانتعاش، حاجة الأمر والسلطات الجديدة التي تقاسمت العالم الإسلامي إلى أن تكلل رؤوسها بهالة من الاحترام العائد لرجال الأدب والعلم. ولم تكن هذه الحاجة محض شكلية، بل عبّرت عن حاجة أعم لتثبيت شرعية هذه السلطات الجديدة، وخصوصاً في حال انتمائها إلى أقليات سياسية ودينية، كالبيوتيين الذين كانوا من الشيعة.

وكان عضد الدولة أول البيوتيين الذين استطاعوا بسط سلطانهم على بلاد واسعة تشمل العراق بأكمله وغرب إيران. ولقد كان أول من استحصل، في تاريخ الإسلام، من الخليفة نفسه على لقب «ملك». وتبين قراءة متأنية للتاريخ عاقلته إعطاء سلطة البيوتيين العائلية بُدأً إمبراطورياً، على الرغم من رغبته بعدم خلع الخليفة أو القطع مع نظام الخلافة. وكان للخطوة التي خطاها أهمية سياسية كبرى ارتبطت بالاصلاحات العمرانية والنقدية على ما تناقله مؤرخو تلك الحقبة<sup>(٣)</sup>. ويجمع هؤلاء على الاعتراف باهتمامه بالثقافة والعلوم ويميله إلى دعم

(٢) كان بعض هذه المجالس الأدبية والعلمية مشهوراً جداً، كمجالس الوزراء: ابن العميد، وزير والد عضد الدولة، والصاحب ابن عباد، وزير أخوي عضد الدولة على التوالي، مؤيد الدولة ثم فخر الدولة، وابن سعدان، وزير ابنه مصمم الدولة. ويؤكدنا هنا ذكر مجالس أخرى. يصور لنا الأديب أبو حيان التوحيدي بعض المشاهد من هذه المجالس وينقل بعض المناقشات الشهيرة في كتابه الإمتاع والمؤانسة الذي نشره أحمد أمين وأحمد الزين. انظر: *M. Bergé, Pour un humanisme vécu: Abū Hayyān al-Tawhīdī* (Damas: Institut français de Damas, 1979), pp. 52 sqq.

كما كان للعلماء مجالسهم أيضاً. وهكذا كان عيسى بن علي الأسطرابي بمقد، بحسب شهادة التوحيدي، مجلساً يجمع من بين آخرين، المفهرس وكتاب السير ابن النديم والفيلسوف يحيى بن عدي. انظر: Bergé, *Ibid.*, p. 55, no. 1.

(٣) انظر مثلاً: أبو شجاع الروذباري، «ذيل كتاب تجارب الأمم»، تحرير وترجمة هـ. ف. اندروز ود. س. مرفوليث، في: *The Eclipse of the Abbasid Caliphate* (Oxford: [n. pb.], 1921), vols. 3 and 6, pp. 67 sqq.

أبو الفرج عبد الرحمن بن علي بن الجوزي، للتظم في تاريخ الملوك والأمم، ١٠ ج (حيدرآباد: الدكن: دائرة -

العلماء<sup>(٤)</sup>. وكان النقاش في مجلته لا يقتصر على مجال الآداب وحسب، بل ويشمل الهندسة أيضاً<sup>(٥)</sup>. كما وضعت في عهده، وبناء على طلبه، مؤلفات عدة في اللغة والطب والرياضيات. ولم تكن هذه السمة خاصة به، بل ميّزت ممارسة عامة ذلك العصر؛ فوزير والده، ابن العميد، مثال آخر على ذلك، وكذلك ولداه، صمصام الدولة وشرف الدولة ووزراؤهما. وكان مجلس وزير صمصام الدولة، ابن سعدان، يضم الفيلسوف الهلنستي ابن زرعة، والفيلسوف المسيحي يحيى بن عدي، والفيلسوف ابن مسكويه، والرياضي أبو الوفاء البوزجاني، والأديب وكاتب الرسائل، أبو حيان التوحيدي من بين آخرين<sup>(٦)</sup>.

وتشهد سمتان أخريان ما للنشاط الفكري من أهمية في ذلك العصر، وتتجسدان في تعدد قصور الحكام والمراكز العلمية، وهما تنقل رجال الأدب والعلماء، والمراسلة الأدبية والعلمية. وقد أضحت هذه المراسلة نهجاً متجذراً، حتى إن بعض المذكرات ألّفت، في حقل الرياضيات مثلاً، رداً على أسئلة طرحها أحد الرياضيين من مركز آخر. في هذا العصر وفي هذا الوسط عاش ابن سهل، وكتب وراسل. وإذا ما أتينا إلى سيرة حياته نفاجأ، ولا نلبث أن نشعر بالخيبة:

= المعارف العثمانية، ١٣٥٧ - ١٣٥٩ هـ/١٩٣٨ - ١٩٤٠ م)، وخصوصاً ج ٧، ص ٩٨ وما بعدها، وأبو الحسن علي بن محمد بن الأثير، الكامل في التاريخ، تحقيق كارلوس يوهانس تورنبرغ، ١٢ ج (لين: بريل، ١٨٥١ - ١٨٧٦)، ج ٩، ص ٢٢.

(٤) كذلك، يذكر الروفوزاري ص ٦٨ كيف إن عهد الدولة جذب العلماء وناقشهم في جميع الأمور المختلفة مشجعاً على تأليف الكتب في العلوم المختلفة كالقواعد اللغوية والطب والرياضيات. يذكر أيضاً بأنهم ألّفوا تحت سلطته في العلوم مؤلفات عدة منها الكتاب الذي يحمل اسمه في الطب - الكتاب العنصري - لأبي علي المجوسي كذلك نصوص في الرياضيات. يؤكد ابن الجوزي في: المصدر نفسه، ص ١١٥ بأن عهد الدولة درس فيه الرياضيات والقواعد اللغوية.

يلعب ابن الأثير في الاتجاه نفسه، رايواً أنهم ألّفوا له كتاباً عدة ويأته مؤسس المستشفى الشهير. انظر: ابن الأثير، المصدر نفسه، ص ٢١ - ٢٢. كتب شاهد العصر القنسي: اعرف علوماً عدة وتمتق في التنجيم، انظر: *al-Muqaddas, Kitāb Akṣan al-Takān fī ma'rifat al-akān*, edited by Michael Jan de Goeje, Bibliotheca Geographorum Arabicorum; 3, 2nd ed. (Leiden; Leipzig [n. pb.], 1906), p. 350.

وهو يعطي وصفاً مفصلاً للثناء، والتنظيم الإداري، وجدول مكتبته، عندما كان لا يزال في شيراز.

(٥) انظر مقدمة كتاب القهوي للسبع المنظم في دائرة، في: القهوي، رسالة في عمل السبع المنظم الاضلع في دائرة معلومة (باريس، المكتبة الوطنية) خطوط رقم ٤٨٢١، ص ١٧ - ٢٣ وما بعدها.

(٦) انظر خاصة رولية السهرات الأولى لأبي حيان التوحيدي، انظر:

Bergé, *Pour un humanisme véca: Abū Hayyān al-Tawhīdī*.

فالمعلومات نادرة، وغير موجودة تقريباً. ونستغرب، إضافة إلى ذلك، عدم ذكر القهرس المشهور ابن التديم له، وهو معاصر له وأحد المترجمين إلى مجلس ابن سعدان حيث كان ابن سهل، من دون شك، معروفاً. فهو لا يروي شيئاً، لا عن الرجل ولا عن إنجازاته. ولم يظهر بعد ذلك الحين، في الأعمال المتعلقة بالسيرة والفهرسة أو بالتاريخ أي أمر يمكن من إنارتنا. ولم يبق لنا سوى شهادات غير مباشرة صادرة عن بعض رياضي ذلك العصر.

وتتفق هذه الشهادات جميعها مع مخطوطات ما وصل إلينا من أعماله على اسمه وكنيته، فهو أبو سعد العلاء بن سهل. وللأسف، لا يحوي هذا الاسم ما يُمكن من استشفاف بلد منشئه أو انتمائه الاجتماعي أو الديني، باستثناء صلة قد تربطه بابن سهل آخر، من العصر نفسه، وكان هذا الأخير منتجاً مهتماً بالرياضيات. ولكن عدم إثبات هذه القرابة يقلقنا، حتى الساعة، أية قيمة تاريخية<sup>(٧)</sup>.

وبالمقابل، فمن كلمة إهداء كتابه عن الآلات المحركة، نعرف أن ابن سهل قد كتبه حوالي العام ٩٨٥، في بغداد في أغلب الظن، أو على الأقل في العراق. وبالمقابل فإن الملك صمصام الدولة، الذي أهدى الكتاب إليه، اعتلى العرش وحكم بين سنتي ٩٨٢ و ٩٨٦، أي خلال ثلاث سنوات وأحد عشر شهراً تماماً، كما ذكر المؤرخ ابن الأثير<sup>(٨)</sup>. وقد عرف صمصام الدولة عهداً مزدهراً لم يتوان فيه، على غرار أبيه عضد الدولة، عن تشجيع العلوم، وكذلك فعل وزيره ابن سعدان. وفي عام ٩٨٦ خلعه أخوه شرف الدولة عن العرش، فسجنه وألقاه بصره، ليصبح عند خروجه من السجن كفيفاً أعمى، فيعاود الحرب ضد ابن أخيه، ليقتل سنة ٩٩٨ من دون أن تطأ قدماه بغداد مجدداً. وقد نقل مؤرخو تلك الحقبة كالروذوري أنهم من تقلبات قدره هذا<sup>(٩)</sup>. وبما أن ابن سهل أهدى كتابه عن الآلات المحركة

(٧) للقصد هو أبو الحسن بن سهل، من العائلة الفارسية الشهيرة بنو تونخت. حزب أبو الحسن عن الفارسية ميج شهرياري كما كتب في التنجيم. وبه أبو الحسن نفسه سؤالاً إلى أبي الوفاء البوزجاني يتعلّق بنشر ثنائي الحد. وهناك ما كتبه البوزجاني: «طلب أبو بشر الحسن بن سهل النجم برهاتاً في جمع أضلع المربعات والكعبيات وفروقاتها...». انظر: أبو الوفاء البوزجاني، رسالة في جمع أضلع المربعات (مشهد اسطغان قفس، ١٣٩٣)، ص ١٠٦. فإذا توصلنا يوماً لتبيان أن العائلة هي نفسها يكون مؤلفنا حيثل سليل بني نوبخت العائلة الشيعية المثقفة منذ أجيال عدة. لكننا نشدد، أنه حتى الساعة لا شيء يميز تأكيداً كهذا. انظر أيضاً: أبو الفرج عماد بن إسحق بن التديم، القهرست، تحقيق رضا محمد (طهران: [د.ن.]، ١٩٧١)، ص ٣٠٥ و ٣٣٤.

(٨) ابن الأثير، الكامل في التاريخ، ج ٩، ص ٤٩.

(٩) الروذوري، فنيال كتاب تجارب الأمم، ص ٣١٥.

للملك صمصام، يكون، من دون أدنى شك، قد قدّم له الكتاب أثناء وجوده على العرش في بغداد. خلال هذه السنوات ظل ابن سهل نشيطاً منتجاً في بغداد أو في مدينة عراقية أخرى. غير أن احتمال وجوده في بغداد لا يفيدنا بشيء عن أصله، إذ من الممكن أن يكون على السواء، من العراق أو من أية مقاطعة أخرى من المشرق الإسلامي فكثير من العلماء - أمثال البيروني، والقوهي، والكرجي وغيرهم في عصره - ومن الفلاسفة - أمثال السجستاني، يحيى بن عدي... ومن رجال الأدب، كأبي حيان التوحيد، وحتى الشاعر أبو العلاء المعري، كانوا يتجهون إلى بغداد لكونها آنذاك المركز العلمي والفكري للعالم، وكان توجه العلماء والمفكرين إليه بمثابة كلمة سر لكل الذين كانوا ينشدون للمعرفة، إضافة إلى المكانة الرفيعة أيضاً.

وانطلاقاً من الرياضي السجزي، وهو معاصر آخر له، نعرف أن ابن سهل قد حرّر كتيبه في خواص القطوع المخروطية الثلاثة قبل العام ٩٧٠. ففي هذا التاريخ، نسخ السجزي هذا النص بيده<sup>(١٠)</sup>. من جهة أخرى، نستدل من تاريخ مسألة إنشاء المسّيح في الدائرة أن ابن سهل كان، قبل هذا التاريخ بقليل، رياضياً معروفاً ونشطاً. فعل أساس رواية نقلها الرياضي الشني، كان أبو الجودين الليث قد قدّم حلاً رديئاً لمسألة إنشاء هذا المسّيح. فأراد السجزي، بعد تأكده من خطأ أبي الجود، حل هذه المسألة بدوره، لكن الحل كان صعباً عليه، «فكتب إلى أبي العلاء بن سهل تحليل الخط إلى تلك النسبة لقطعين متقابلين من قطوع المخروطات زائد ومكافئ، فحلله وأنفذه إلى أبي سعيد السجزي، فلما وصل إليه ركبّه أبو سعيد السجزي وبنى عليه المسّيح وأدعاه لنفسه»<sup>(١١)</sup>.

(١٠) تصد مجموعة كاملة نسخها السجزي في شيراز والتي تشكل الأساس في مخطوطة ٢٤٥٧ في المكتبة الوطنية في باريس. أُرُخ النص الذي يسبق مباشرة هذا الكتيب في نهار الاثنين ٢١ رجب سنة ٣٤٢ من يزدا جريد، أي كانون الثاني/يناير سنة ٩٧٢م. تشير إلى أن النص الذي سبق مباشرة هذا الأخير قد نسخ في نهار الخميس ١٠ من شهر ألبان، سنة ٣٣٩ من يزدا جريد، أي تشرين الأول/أكتوبر سنة ٩٧٠. من جهة أخرى، لا نعرف أية نسخة في شباط/فبراير ٩٦٩، نيسان/أبريل ٩٦٩ أو آذار/مارس ٩٧٠. لذلك انتخبنا تاريخاً وسطاً وهو ٩٧٠.

(١١) الشني، كشف قوهي أبي الجود في امر ما قلّمه من القلمتين لعمل المسّح يزعمه (القاهرة، دار الكتب، مجموعة فاضل ٤١ رياضة، مخطوطة رقم ٧٨٠٥)، ص ١٣١، وانظر أيضاً: عادل أنبوا، تسييع الدائرة، (حول تاريخ هذه المسألة في الرياضيات العربية)، في: *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 1, no. 2 (1977), p. 374.

ولقد اعترف السجزي بنفسه في ما بعد بفضل ابن سهل عليه؛ وسنرجع لاحقاً إلى هذا الموضوع<sup>(١٢)</sup>. ويُعلمنا الشني أن الأحداث التي يرجع إليها قد جرت قبل العام ٩٦٨، وأن ابن سهل كان حينها فتياً. وبدل ذلك على أن ابن سهل، على الرغم من فتوته في تلك الحقبة، كان منتجاً، كما يوحي أنه وُلد في الأربعينيات من القرن العاشر. ولقد بلغ ذروة نشاطه بين منتصف الستينيات ومنتصف الثمانينيات، ومن المحتمل بعد تلك الفترة كذلك. لكننا نجهل كل شيء عنه بعد ذلك التاريخ، وليس لدينا أية معلومات عن أساتذته الرياضيين. وبالمقابل نعرف، كما سنرى عند تفحص أعماله وشهادات معاصريه التي وصلتنا، بأنه درس الترجمات العربية لإقليدس، وأبولونيوس، وأرخميدس، وبطليموس، وعلماء المناظر اليونانية وبيزنطيين آخرين، وكذلك كتابات ثابت بن قرة، وإبراهيم بن سنان ومعاصريه، كالقوهي. وهي أسماء تظهر هنا وهناك في كتاباته، فتوحي بعظمة معرفته وعدم اقتصارها، من دون ريب، على ما سبق وذكرناه من مؤلفين. فلا يعقل مثلاً أن لا يكون ابن سهل قد أَلِمَّ بدراسة الماهاني قياس القطع المكافئ عندما أولى هذه المسألة اهتمامه.

## ٢ - أعمال ابن سهل العلمية

لا تقتصر أعمال ابن سهل الرياضي والبصري، على الرغم من كونها اليوم أعظم شأنًا بكثير مما كنا نعتقد، خصوصاً بعد اكتشاف رسالته في «الحراقات»، على ما وصلنا من كتابات، إذ ثمة مؤشرات عدة تثبت أنها أكثر عدداً وأنها تغطي، كما ذكرنا، أكثر مجالات البحث تقدماً في عصره. فالقوهي، وهو رياضي معاصر، ذكر في مراسلة شهيرة، رسالتين ما زالتا مفقودتين؛ كما استشهد السجزي بمسألة لابن سهل، وهي جزء من رسالة لم تصلنا. وكذلك المؤلف المجهول للنص المركز لتركيب مسائل حلّها ابن سهل يستشهد ببضعة بيانات وبمقطع من رسالة وجهها هذا الأخير إلى أحد الأعيان المثقفين في ذلك العصر. لذلك لن يكون مستغرباً أن تزداد لائحة أعماله هذه في المستقبل. وتضاف إلى المجموعة الأولى هذه، مجموعة مؤلفة من أعمال مثبتة هنا، وتعقيب على رسالة القوهي للاسطرلاب. فلتفحص تباعاً هذه النصوص.

(١٢) انظر لاحقاً هذا الموضوع بعد بضع صفحات.

## ١ - حول ترييع القطع المكافئ

كتب القوهي في رسالة مع أبي اسحق الصابئي: «ومع هذا وجدنا قطعاً مكافئاً مساوياً لمربع ببرهان حقيقي، وكان أول من ذكره أرخيدس - في صدر كتاب الكرة والأسطوانة بأنه وجده، ثم جاء بعد ذلك برهان ثابت بن قرة وبرهان ابراهيم بن سنان وبرهان أبي سعد العلاء بن سهل وغيرهم من أصحاب التعاليم، الذين اعتمدوا على البراهين الحقيقية»<sup>(١٣)</sup>.

يعطينا القوهي هنا سرداً لقصة ترييع القطع المكافئ، تبين أن ابن سهل قد خصص - إضافة إلى ابن قرة، وحفيده ابن سنان، وغيرهما ممن نعرف كالمأهاني مثلاً - مذكرة لهذا الترييع. ونعلم أن ابن قرة قد استعان لهذا الترييع بعشرين مقدمة توصل بعدها حفيده لاختصارها بمقدمتين فقط<sup>(١٤)</sup>. وكون هذا الأخير سابق لابن سهل بجيل واحد (فقد توفي سنة ٩٤٦ عن ٣٨ عاماً) يدفعنا إلى التساؤل عن الأسباب التي دفعت ابن سهل إلى معالجة جديدة لهذا الترييع. ومهما يكن، فمن المؤكد أن برهانه يختلف عن البراهين السابقة، كما يستدل من القوهي، وهو الخبير بالموضوع لاشتغاله، من بين أشياء أخرى، بقياس المجسم المكافئي. فهل هو من طوّر طريقة للمجاميع التكاملية، التي سبق لثابت بن قرة أن طوّرها، تطويراً نجاهه لاحقاً عند ابن الهيثم في أعماله حول «قياس للمجسم المكافئي» و«قياس الكرة»؟ ويبقى الجواب عن هذا السؤال مستحيلاً الآن من دون الاستسلام للتخيل المحض.

## ب - حول مراكز الثقل

كتب القوهي في الرسالة نفسها لأبي اسحق الصابئي: «ولعمري أن نسبة الثقل إلى الثقل كنسبة البعد إلى البعد على المكافئة، كانت مقدمة للأوائل، وكانت كواحدة من العلوم الضرورية عندهم، وعند الذين ينظرون في علم مراكز الأثقال، كأرخيدس وإقليدس وغيرهما من أصحاب التعاليم، حتى انتهى إلى ثابت بن قرة وإلى زماننا هذا، ولم يشكوا فيها. ولسنا نلري كم كانت صحة ذلك عندهم

(١٣) انظر الرسالة الموضوعة من قبل: J. L. Berggren, «The Correspondence of Abū Sahl al-Kūhī and Abū Ishāq al-Sābī: A Translation with Commentaries», *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 7, nos. 1-2 (1983), pp. 55 and 115 - 116.

اقرأ «أول» بدل «أولاً».

(١٤) انظر: Ruzhdi Rashid, «Ibrāhīm Ibn Sīnā Ibn Thābit Ibn Qurra» in: *Dictionary of Scientific Biography* (New York: Scribner's Sons, 1973).

بالتجربة، ومأخوذة من الحسن كما ظن أبو سعد العلماء بن سهل ذلك، أو كان عليها برهان، ولكن قد درس مع طول الزمان».

إن هذه الشهادة من القوهي تثبت أن ابن سهل ينتمي أيضاً إلى هذه المدرسة الأرخيدسية، وأنه أسهم في تشكيل هذا العلم وناقش الأسس التي يقوم عليها. ولندكر بأن القوهي نفسه، وكذلك ابن الهيثم لاحقاً، قد اشتغلا أيضاً في هذا المجال.

### ج - مسألة هندسية أوودها السجزي

نجد أيضاً آثار كتابة رياضية لابن سهل في مذكرة كان السجزي قد جمع فيها مسائل هندسية مختارة بغية مناقشتها مع المهتمين في شیراز وخراسان، وهي مسائل انتقاهما من كتابات أبولونيوس، وابن قرة وابن سهل... لكن السجزي لا يشير إلى عناوين مصادره. فهل نكون حينها أمام تأليف شاع في ذلك العصر، يجمع فيه المؤلف مسائل هندسية يطرحها على نفسه بغية حلها؟

لقد قمنا بإثبات مسألة ابن سهل المذكورة في معالجة السجزي: كتاب أحمد بن محمد بن عبد الجليل السجزي في المسائل المختارة التي جرت بينه وبين مهندس شیراز وخراسان وتعليقاته، انطلاقاً من مخطوطتين، وُجدت الأولى في دبلن، في مكتبة تشستر بيتي رقم ٣٦٥٢، الورقات ٣٥ - ٥٢ (Chester Beatty, ٣٥-52, ff. 35-52). نُسخَت هذه المخطوطة في بغداد في أواخر سنة ١٢١٤، فالمجموعة التي تنتسب إليها هذه المخطوطة، انتهت كتابتها نهار الجمعة ١٠ حزيران/يونيو ١٢١٥. نسخ هذا النص يحمي بن الحسن بن محمد بن علي بن أحمد بن نظام الملك، ومن المحتمل جداً أنه نقلها عن نسخة السجزي، كما ذكر الناسخ بالنسبة إلى نصوص أخرى من المجموعة نفسها. أما المخطوطة الثانية فتوجد في مكتبة السلمانية في استانبول، ونرمز إليها هنا بحرف A مجموعة رشيد، رقم ١١٩١، الورقات ٣١ - ٦٢ (collection Regit no. 1191, ff. 31-62)، وهي نسخة أحدث، لا نعرف عنها إلا القليل.

إضافة إلى هذه النصوص الثلاثة المفقودة حتى الآن، والتي لا نملك سوى دلائل قليلة جداً تدلنا على وجهة البحث فيها، من دون المغالاة في المقارنة مع معاصريه أو أخلافه، بحوزتنا رسالة المؤلف المجهول مثبته ها هنا.

### د - كتاب عن تركيب مسائل حلّها أبو سعد العلماء بن سهل

يفيدنا مؤلف هذا الكتاب، أن ابن سهل أرسل إلى أحد الوجوه الملمّين بالرياضيات رسالة تتعلق ببعض المسائل الهندسية مكتفياً بتحليلها، وأن هذا الوجه



طلب منه أن يبرهنها بالتركيب. لكن، من كان هذا الوجه، صاحب المراسلة مع ابن سهل أولاً، ومن بعده، مع مؤلف هذا الكتاب؟ ومن هو هذا المؤلف الذي من الواضح أن رسالة ابن سهل هذه كانت ماثلة أمامه؟ لا نملك معرفة دقيقة نسبنا عن هوية هذا الوجه: كل ما نعلم عنه إنه فرد من أرستقراطية السلطة أو الثقافة، كان ملماً بالرياضيات، وكان، كما نجبرنا المؤلف، يملك مكتبة ضخم الكتاب خصيصاً لها. ولقد استعمل مؤلف المقالة عند توجهه إلى هذا الوجه، ألفافاً كافية للدلالة على طبقته<sup>(١٥)</sup>. غير أن مرشحين كثر من الممكن أن تنطبق عليهم تلك الأوصاف في ذلك العصر: منهم أبا اسحق الصائبي، وأبا عمدين عبد الله بن علي الحاسب، وآخرين كثيراً من أقرانهم. وبغياب معلومات إضافية نكتفي بالتأكيد على أنه من طبقة مميزة، من دون أن يكون أميراً ولا وزيراً، وأنه من مرتبة اجتماعية عالية، ولم تكن الرياضيات مهنته، لكن معرفته بها على الرغم من ذلك، معققة من دون أن يكون مبدعاً فيها.

لكن، من هو هذا الرياضي المعاصر لابن سهل، والذي استعد تحليله؟ في معرض دراسة حول إنشاء المسج في الدائرة، طرح عادل أنبوا<sup>(١٦)</sup> تكهناتاً باسم

(١٥) إن من نحن يصده هو وجه حقاً، كما يُظهر النص الذي بين أيدينا والموجه إليه. فهو، أولاً، يملك مكتبة، ضخم هذا الكتاب لـ «خزائنه الممورة». وفي الواقع كان هذا امتيازاً لأرستقراطية سلطوية أو ثقافية في ذلك العصر. من ناحية أخرى، تلك الألقاب المستعملة في غاطيته، عل أنه ليس أميراً ولا وزيراً، بل وجيهاً عتوماً لمرتبه الفكرية أيضاً. يدعو مؤلف النص بلقب «شيخ» أحد ألقاب علماء الدين، كما يشرح لنا الفلقشندي، انظر: أبو العباس أحمد بن علي الفلقشندي، صبح الاعشى في صناعة الاكشاف (القاهرة: مطبعة بولاق، ١٩٦٣)، مج ٦، ص ١٧.

كما يُدعى بالمولي وهو لقب أمناه سر الدولة والكبار في الجيش والدواوين، وأخيراً شُي بـ «الأستاذ» وهي كلمة فارسية معززة. من هذا القبيل شُي الوزير ابن العميد، معاصر ابن سهل بـ «الأستاذ». هذه الألقاب يمكن أن تدل على طبقة كاملة من الأشخاص في ذلك العصر مثل أبا اسحق الصائبي، أو الشهير أبي عمدين بن عبد الله بن علي الحاسب... الخ. من جهة أخرى نستطيع تقرب أقوال مؤلف المقالة من أقوال الشني المشابهة لها في نص يترجه فيه بجلاء لأحد القضايا. زد على ذلك، يتوجه الشني في مقالته مسلحةً في مثلث متباين الأضلاع، انطلاقاً من أضلاعه بالمبارات نفسها للمستعملة سابقاً لأحد الفقهاء. انظر أيضاً الملاحظات الإضافية [١٥٩]، ٦.

(١٦) في مقال حول تاريخ المسج في الدائرة، يعرض عادل أنبوا هذا التكهّن كالتالي: «توز الشني بمقاطع من كلام العلماء بن سهل وبمقاطع من كلام أبي الجرد، حول الحل الذي بقي متعلداً على العلماء ابن سهل. هذه المقاطع هي نفسها تلك الموجودة في المذكرة المجهولة للمؤلف». قيسب أنبوا، سهواً لأي الجرد كلام الشني. وما أن نُبعد هذا الخلط، حتى يسقط التكهّن تلقائياً. انظر: أنبوا، «تسبيح الدائرة»، ص ٣٧٣، رقم ٣٣.

الرياضي أبو الجودين الليث، وهو أكبر سنًا من ابن سهل. ولا يبدو لنا هذا الظن صحيحاً، فباعتقادنا أن هذا المؤلف المجهول ليس سوى محمد بن أحمد الشني، وهو رياضي يُحتمل أن يكون أصغر سنًا من ابن سهل.

فلقد كتب الشني رسالة أعاد فيها سرد قصة إنشاء المسبّع في الدائرة، كما أثار مسألة الوسطين، حيث تركّزت انتقاداته على أبي الجودين الليث، المتهم بالاختلاس العلمي وعدم الكفاءة<sup>(١٧)</sup>. فهو يؤكد في معرض قصة الانشاء هذه أن أبا الجود أعطى المقدمة التالية:

اقسم مقطعاً AB بنقطة C بحيث يكون:

$$AC \cdot AB = k^2, \quad (١)$$

$$\frac{k}{BC} = \frac{AB}{AB + BC}$$

تقود قسمة AB هذه، بالفعل إلى انشاء المسبّع في الدائرة؛ لكن أبا الجود -بحسب قول الشني- أخطأ مرتين في برهانه: فقد اعتقد بإمكانية الحصول على هذه القسمة بواسطة تقاطع مستقيم مع دائرة، كما أبدل في مجرى البرهان، نسبة بأخرى غير مساوية لها. وتبيّن للسجزي، وكان رياضياً فتيماً آنذاك، خطأ أبي الجود، ولما لم يستطع برهانه، توجه بالسؤال إلى ابن سهل الذي، كما يروي الشني، تمكن من «تحليل الخط إلى تلك النسبة بقطعين متقابلين من القطوع المخروطية - زائد ومكافئ - فحلله وأنفذه إلى أبي سعيد السجزي»<sup>(١٨)</sup>.

حدث آخر نستغرب بقاءه، على الرغم من أهميته لموضوعنا، خفياً على المؤرخين، رواه الشني بالكلمات التالية: «وذلك أن العلاء بن سهل ذكر فيما كتب به إلى أبي سعيد السجزي مجيباً عما سألَه عن قسمة الخط الذي تقدّم ذكره تحليل شكل سألَه عنه أيضاً وهو هذا: سطح ا ب ح د متوازي الأضلاع، أخرج قطره وهو ب ج وأخرج ضلع ج د على استقامة من جهة د بلا نهاية؛ كيف نخرج خطأ

(١٧) الشني، كشف تمويه أبي الجود في امر ما قلّمه من للتقنين لعمل المسبّع بزمعه.

(١٨) انظر ما كتب الشني: «فتبيّن له (السجزي) فساد قوله (قول أبي الجود) والمخالفة في عمله ورام أبو سعيد السجزي أن يقسم الخط على النسبة المذكورة، فنهى للعلاء بن سهل تحليل الخط إلى تلك النسبة بقطعين متقابلين من القطوع المخروطية - زائد ومكافئ - حلله وأنفذه إلى أبي سعيد السجزي، فلما وصل إليه ركه أبو سعيد السجزي وبنى عليه المسبّع وادعاه لنفسه. انظر: المصدر نفسه، ص ١٣١».

كخط اهزح حتى تكون نسبة مثلث ب هز إلى مثلث زدح نسبة مفروضة<sup>١٩</sup>.

وقال في آخر تحليله: «فإذا إعطاء نسبة ما بين مثلثي اهـب وزدح فلا سبيل إلى ذلك ولو وجدنا مساعاً لتوصلنا إلى ذلك، في خضم كلام يطول ويول<sup>٢٠</sup>. ويتابع الشني: «لا أدري كيف تعذر عليه هذا حتى استبعده وحسن الظن بنفسه فيما أورده لأن بين المسألتين نسبة ما ويمكن الوصول إلى ذلك، لأنه إذا كان سطح ا ب ج د مربعاً، وكان مثلث اهـب مساوياً لمثلث زدح فهو الشكل الذي قدمه أرخميدس لعمل المسبّع وسلك أبو سهل القوهي فيه طريق تقسيم الخط على النسبة التي تقع فيه<sup>٢١</sup>». ثم يورد الشني تركيب القوهي.

إن المقاطع التي أوردها، وكذلك عرض تركيب القوهي هي للشني وليست لأبي الجود، كما سبق وظن سهراً. وهي لا تذكر بتعابير النص المجهول فحسب، بل وتتطابق معها أحياناً<sup>٢٢</sup>. إن مؤلف هذا النص المجهول هو إذاً، من دون شك، الشني نفسه.

لم ينتقل الشني إلى نقد أبي الجود بن الليث إلا بعد هذه الشواهد، فيقول أن هذا الأخير «قال... في مجموعاته التي سماها الهندسيات بعد ذكره ما قاله العلاء بن سهل في ذلك: «وقد وجدت أنا ما قاله العلاء بن سهل أنه ممتنع. يعني إعطاء النسبة بين مثلثي اهـب وزدح من الشكل المتقدم<sup>٢٣</sup>». هكذا نرى أن الشني وأبي الجود اتفهما بالمسألة نفسها من دون الخلط ما بين طرحيهما.

إن فائدة رسالة الشني هذه التي كتبها ضد أبي الجود بن الليث، أنها أنارتنا حول الدور الأساسي لابن سهل في انشاء المسبّع في الدائرة، مؤكدة في الوقت نفسه أصالة المسائل التي طرحها ابن سهل، كما أنها مكنتنا من إمالة اللثام عن هوية مؤلف كتاب تركيب المسائل التي حلّها أبو سعد العلاء بن سهل.

(١٩) المصدر نفسه، ص ١٣١ - ١٣٢. كامل النص العربي في الملاحظات الإضافية للمحقق ابن سهل.

(٢٠) تظهر واضحة المقارنة بين تعابير الشني في هذه الرسالة، ونص الرسالة الأخرى حول التركيب بأينما للشخص نفسه، من حيث الألفاظ والكلمات والتعابير. انظر: المصدر نفسه، خاصة ص ١٨٤، السطر ١١ إلى ص ١٨٦، السطر ٥ (الأوراق ١٣١ - ١٣٢)، حيث يكرر الشني استشهاد ابن سهل الشهير ويلخص حل القوهي. انظر للملاحظات الإضافية للمحقق ابن سهل.

(٢١) المصدر نفسه، ص ١٣٢. نلاحظ أن الأقوال التي ينسبها الشني لأبي الجود هي منفصلة بوضوح. انظر للملاحظات الإضافية للمحقق ابن سهل.

وصلنا هذا النص في نسخة وحيدة تؤلف جزءاً من المخطوطة ٤١، رياضة، دار الكتب، القاهرة، وهي تحتوي على ٣٢ رسالة وكتيباً، نقلها الناسخ الشهير مصطفى صدقي<sup>(٢٢)</sup>، باستثناء بعض الصفحات، نهار الاثنين ١٠ آب/أغسطس ١٧٤٠، بالخط النسخي. هذه النسخة إذاً حديثة العهد نسبياً، ولا شيء يشير إلى أنه قابلها مع الأصلية التي، فضلاً عن ذلك، لا نعرف عنها شيئاً يذكر.

### هـ - حول خواص المقطوع المخروطية الثلاثة

يتميز كتيب ابن سهل هذا بقصة بسيطة ومؤكدة: لقد نسخ الرياضي السجزي وابن سهل ما زال حياً. وعلى الرغم من عدم تدوين تاريخ النسخة، تبين المقارنة بينها وبين رسائل أخرى نقلها السجزي، أنها نسخت سنة ٩٧٠ أو قبل ذلك بأشهر. لكننا نعلم، من جهة أخرى، أن السجزي كان في ذلك الوقت على تراسل علمي مع ابن سهل داعياً له، في أول الكتيب، بطول العمر. ولم يفته، بعد انتهائه من نسخته، أن يقابلها بالأصلية. وهذه النسخة هي بالتحديد، تلك التي وصلتنا ضمن المخطوطة الثمينة ٢٤٥٧ في المكتبة الوطنية (فرنسا)، حيث إن جزءاً كبيراً منها، وهو الأقدم، نسخة السجزي بيده، كما هو ظاهر من قراءة ذيل «شرح مقالة إقليدس العاشرة» للماهاني، والذي نسخة السجزي أيضاً.

ولا تحتوي نسخة الكتيب - وهي بالخط النسخي - على أي إشكال ذي شأن، باستثناء تردد واحد وعبارتين فوق السطر من المرجح أنهما دونتا أثناء النسخ، وكذلك كلمة واحدة على الهامش كتبت عند المقارنة بالأصل، أما الأخطاء في الأحرف الهندسية فيعود سببه إلى التشابه في الرموز الكتابية. لا شيء إذاً يوحي بأن يبدأ ثانية تدخلت في هذه النسخة غير يد السجزي، أو أن أي اجتهاد قد أضيف إليها.

في عودة إلى النص نفسه، تعترضنا ملاحظتان: أولاً استعانة ابن سهل بالقضايا ١١، ١٢، ١ و ٣٥، ١ و ٣٦ من المخروطات، من دون ذكرها بوضوح، وهو ما يعني أن هذا الكتاب كان، في النصف الثاني من القرن العاشر،

(٢٢) هو ناسخ متفك. كان ينسخ، في بعض الأحيان، النصوص لنفسه، كما ذكر عن كتاب ابن البتاء، رفع الحجاب (استنبول، وهي، مخطوط رقم ١٠٠٦). ولدينا الانطباع نفسه عن هذه المجموعة، عندما نقرأ في الصفحة الأولى أنها تخص الناسخ. وقد نقل مصطفى صلي نصواً أخرى مثلاً: الزيدي، عيون الحساب (استنبول، هزيتلي، ١٩٩٣).

مؤلفاً أساسياً من المقروض للإمام القارىء به، على الأقل في قضاياها الأساسية. وثانيتها، أن لغة النص هي لغة هندسة المخروطات المستقرة تماماً وإحالية من الشواذ.

## و - رسالة في الاسطرلاب بالبرهان للقوهي وشرح ابن سهل له

حرر ابن سهل شرحه، كما نقرأ في مقدمته، بناء على طلب معاصر له. ويبدو نص ابن سهل كمتعم لنص القوهي، وبالإمكان الاعتقاد بأن هذه هي الحال دائماً في التقليد المخطوطي. وهكذا يرد النصان في المخطوطة الشرقية رقم ١٤ (Or. 14) من مكتبة جامعة ليدن - التي نرسم إليها بالحرف L - وهي المخطوطة الوحيدة التي وصلتنا من هذه الكتابات. فيشغل كتاب القوهي الصفحات ٢٥٤ إلى ٢٨٢، وشرح ابن سهل الصفحات ٢٨٢ إلى ٢٩٤.

غير أن هذه المخطوطة L، كما أثبتنا في مكان آخر<sup>(٢٣)</sup> هي نسخة حديثة - تعود إلى القرن السابع عشر - عن مخطوطة أخرى، وصلت، بطرق غامضة، إلى مكتبة جامعة كولومبيا في نيويورك، تحمل رقم شرقيات ٤٥ سميث (Smith Or. 45)، ونرسم إليها هنا بالحرف C. ويعلمنا دوزي (R. P. A. Dozy) في مقدمته لفهارس مكتبة ليدن<sup>(٢٤)</sup>، أن الرياضي والمستشرق غوليوس (Golius) قد شارك بنشاط، في القرن السابع عشر، في الحصول على المخطوطات العربية وتجميعها. وفضلاً عن ذلك، فإنه استعار بعض المخطوطات من أصحابها، فنسخها بواسطة عربي مقيم آنذاك في امستردام. وفي عداد هذه المخطوطات نجد النسخة C التي ما إن نُسخَت حتى اختفت لتظهر من جديد في مجموعة سميث.

نجد في الصفحة الأولى من المخطوطة C عناوين بعض الرسائل التي تحتويها. من هذه العناوين: رسالة في الاسطرلاب بالبراهين لأبي سهل (كذا!)، أي رسالة القوهي يتبعها شرح ابن سهل، كما تشهد النسخة L. ومن الجلي أن هاتين الرسالتين تحتتمان مجموعة لم تعد، مع الأسف، موجودتين فيها. لقد ضاعتنا، إذًا، على أثر عملية النسخ في القرن السابع عشر. كما زيد، في المقابل، حوالى الثلاثين صفحة من التعقيبات على نصوص رياضية، بينها الأصول، بخط

Rushdi Rashid, *Sharaf al-Dīn al-Tūsī. Œuvres mathématiques. Algèbre et géométrie au (XII<sup>e</sup>) siècle* (Paris: Les Belles lettres, 1986), p. LV.

*Catalogus Codicum Orientalium Bibliothecae Academiae Lugduno Batavae* (Leiden: E. (1851), p. XV.

مختلف. ويسبب هذا الضياع الآتي أو النهائي، نحن إذاً، مجبرون على أن نثبت النص انطلاقاً من المخطوطة L الوحيدة، التي وصفناها سابقاً<sup>(٢٥)</sup>. نُسخَت هذه المخطوطة باعتناء، بالخط النسخي، وقد دَوّن الناسخ بيده في الهامش أربعة تصحيحات على نسخته عند مقابلتها مع الأصلية - أي النسخة C [٢٥٥، ٢٦٧، ٢٧١، ٢٩١]. ولا توجد، في الهامش، أية كتابة أخرى باستثناء قصيدة في الأخلاق في رأس الصفحة ٢٩٣. ولا شيء يوحى بوجود كلمات مدموسة أو جمل. أما الأشكال فقد نُقلت باعتناء أقل مقارنة بالجزء الباقي من C. لكن الحادث الأهم الذي طرأ على هذه السلالة للمخطوطة فمن المحتمل جداً أنه يرجع إلى C. فمؤلف القوهي يحتوي على مقالتين: الأولى في أربعة فصول، والثانية في سبعة فصول. وصلتنا المقالة الأولى كاملة بينما المقالة الثانية ناقصة، إذ تعرضت للقطع في القضية الأخيرة - السادسة - من الفصل الثاني، أي على الصفحة ٢٧٦، وضاعت الفصول الثالث والرابع والخامس، في حين بقي الفصلان السادس والسابع كاملاً. وعلى الرغم من عدم التمكن من الجزم بتاريخ هذا الضياع، إلا أن ناسخ L لم يعودنا في النصوص الأخرى إجمالاً كهنا، الأمر الذي يسمح لنا بالظن بأن هذا الحذف قد وُجد قبلاً في المخطوطة C.

### ز - الآلات المحرقة

لم تصلنا أية شهادة من مصادر قديمة أو حديثة عن رسالة ابن سهل. ولم يخطر وجودها على بالي قبل أبحاثنا هذه. وقد كان معلوماً من فهرس المكتبتين الوطنيتين في دمشق وطهران أن في كلتيهما مخطوطة لابن سهل عنوان الأولى: «رسالة في الآلة للمحرقة لأبي سعد العلاء بن سهل»، أما الثانية فعنوانها: «كتاب الحركات عمله أبو سعد العلاء بن سهل». وثقة بهذه الفهارس وحدها ساد الاعتقاد طويلاً أن النسختين هما لنص واحد عنوانه «حول المرايا المحرقة»، وهو خطأ محير ولا سيما أن إحدى هاتين المخطوطتين مؤلفة من ست وعشرين ورقة، في حين أن الثانية من ورقة ونصف فقط، كما أن العنوانين مختلفان، وكلمة «آلة» في مخطوطة دمشق لا تُفهم بـ «مرآة»<sup>(٢٦)</sup>. إن تفحص المخطوطتين لم يلبث أن أظهر أنه لا يوجد

Rashid, Ibid., p. LV.

(٢٥)

F. Sezgin, *Geschichte des Arabischen Schrifttums* (Leiden: E. J. : نجد هذه الأخطاء في: (٢٦)

Brill, 1978), p. 233.

حيث يعتبر المخطوطتين نسختين لنص واحد تحت عنوان: (sic) *Über den Brennspiegel*.

أي مقطع، ولا حتى أي سطر واحد، مشترك للثنتين. فمخطوطة دمشق -نرمز إليها بالحرف D- كُرِّست بأكملها للمرآيا المكافئية، في حين أن هذه الدراسة هي بالذات ما تفتقده مخطوطة طهران -ونرمز إليها بالحرف T- فضلاً عن ذلك، هناك ثغرة مهمة ثانية في المخطوطة الأخيرة، فهي في فوضى كاملة ومبتورة بشكل مريب. فبعد تحليل عمل ابن سهل وإعادة تركيب المخطوطة يظهر ترقيمها المتواصل من ١ إلى ٢٦ ومهماً، وُضع لاحقاً على النسخة بعد ضياع بعض أوراقها وخلط الأخرى. ففي الواقع يجب ترتيب الأوراق كالتالي:

$$1^{\circ} \rightarrow [14^{\circ} - 16^{\circ}] \rightarrow [13^{\circ} - 7^{\circ}] \rightarrow 2^{\circ} - 12^{\circ} \rightarrow [17^{\circ} - 26^{\circ}]$$

بالإضافة إلى هذه الفوضى، نلاحظ بترين مهمين للمخطوطة T، واحد بين ١٦ و ١٤، والآخر بين ١٦ و ١٣. ويقابل هذين البترين ضياع عشر ورقات نُزعت من المخطوطة. فهذه الأوراق بالذات تحوي دراستين: الأولى في المرآة المكافئية، والثانية في مرآة القطع الناقص. في الأمر إذاً، عمل من النوع المميز لقاريه يتم بهاتين المرأتين. كما إن الورقات المنزوعة تحوي أيضاً نهاية الدراسة التي تسبق المرآة المكافئية أو مرآة القطع الناقص، وبداية الدراسة التي تتبع هاتين الدراستين، وهي في الحالتين دراسة الرسم المتواصل للمنحني. وكما سنبين، حصلت هذه الإضاعة بعد نهاية القرن الثالث عشر. وقد أصلحت أولى هاتين الثغرتين -أي دراسة المرآة المكافئية- بالكامل تقريباً بواسطة المخطوطة D. وبعد إعادة تركيب المخطوطة T، يتبين لنا أن المخطوطة D ما هي إلا جزء صغير من رسالة ابن سهل. فإذا كانت T في الأصل نسخة كاملة لرسالة ابن سهل، لا تكون D في المقابل سوى نسخة لجزء من هذه الرسالة، ذلك الذي يتعلق بالمرآة المكافئية.

يتبين من قراءة الدليل أن المخطوطة T هي نسخة لمخطوطة X نقلها أحمد بن أحمد بن جعفر الغندجاني الذي على الرغم من معرفتنا الضئيلة به، لم يكن ناسخاً بسيطاً، بل كان مهتماً بهتماماً بالبصريات أيضاً، ولا سيما بالمرآيا المحرقة<sup>(٢٧)</sup>. وقد

(٢٧) الفُنْدِجَانِي وليس الفَنْدَجَانِي، الذي لم يذكره أي فهرس أيضاً، يأتي استناداً إلى اسمه، من منطقة صغيرة في إيران: غندجان. انظر: شهاب الدين أبو عبد الله ياقوت الحموي، معجم البلدان، تحقيق فرديناند وستفيلد، ج ٦ (غوتنجن: [د.ن.د.]، ١٨٦٦ - ١٨٧٣)، ج ٤. نعرف له كياً من القليلة، انظر: الفندجاني، القليلة (لوكسفورد، مكتبة بودلين، دارست ٣)، ورقة ٩٣.

نجد الإشارة إلى أن هذا النص سبق نسخة لكتيب ابن سهل، البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصغرة (دمشق، الظاهرية، ٤٨٧١؛ جبال، ١٧٠٦؛ لينفرد، للإسسة الشرقية ٨٩، مجموعة B، =

نُسخت المخطوطة D بدورها عن مخطوطة X<sub>2</sub>، كان قد نسخها ابن المرخم<sup>(٢٨)</sup>، وهو ليس بالناسخ البسيط كذلك، ناقلاً إياها عن نسخة الغندجاني كما يجبرنا ذيل D. وكان هذا الأخير قد نقلها بدورها عن مخطوطة كتبها ابن سهل بيده. نلخص شجرة التحدر التالي:

$$\text{نسخة ابن سهل } x \leftarrow \text{نسخة الغندجاني } X_1 \leftarrow \text{نسخة ابن المرخم } X_2 \leftarrow T$$

شكلت إذاً نسخة الغندجاني هذه، المنقولة عن نسخة ابن سهل نفسه، الأصل المباشر للمخطوطتين T و D، متحدرة في حالة D مروراً بالنسخة X<sub>2</sub>، وقد نُقلت عنها بعد وقت قريب. فالنسخة X<sub>2</sub> أنجزها ابن المرخم في بغداد حيث كان يمارس عمله كقاضٍ، قبل السنوات الخمسين من القرن الثاني عشر أي أن قرناً ونصف تقريباً تفصل X<sub>2</sub> عن T، إذ إنه انطلاقاً من ملحق T نعرف أن علياً بن العالم الفلكي المشهور بمجيى المغربي، أنهى تصويب النسخة نهار الخميس الواقع فيه الحادي عشر من ربيع الآخر لسنة ٦٩٠، أي حوالي ١٢ نيسان/أبريل ١٢٩١ في وقت كانت فيه نسخة الغندجاني لا تزال في متناول اليد. وتكون للمخطوطة T إذاً قد نُسخَت قبل أن يضع علي المغربي لسانه الأخيرة المحتملة عليها في مراغة، حيث استقر والده للعمل في مرصدها المشهور. نعرف من تأريخ المجموعة التي تنتمي D إليها والمكتوبة بالخط نفسه، أنها نُقلت بين ١١٥٥ و ١١٦٣ تقريباً. كما نعرف أيضاً من ناسخ المخطوطة D أن النسخة الأصلية التي اعتمدها ابن المرخم هي أيضاً نسخة الغندجاني<sup>(٢٩)</sup>. تشير كل الدلائل إذاً إلى أن دراسة المرأة الكافئية بكتيب مستقل،

<sup>٢٨</sup> ١٠٣٠، واوكسفورد: مكتبة بودلين، مارش ٧١٣، ومكتبة بودلين، فارست ٣. نجد أيضاً شروحات هندسية عدة للغندجاني نفسه في هامش كتيب أبي الوفاء البوزجاني حول الانشادات الهندسية، وخصوصاً حول صنع المرأة للحرق (مخطوطات ٢٧٥٣، آيا صوفيا). سيوضح لنا البحث القادم أهمية مساهمة هذا العالم العلمية، ومن المحتمل جداً أنه عاش في النصف الثاني من القرن الخامس أو أوائل القرن السادس للهجرة، الموافق النصف الثاني من القرن الحادي عشر أو أوائل القرن الثاني عشر ميلادي.

(٢٨) كان ابن المرخم قاضياً في بغداد (٥٤١ - ٥٥٥هـ) أي (١١٤٦ - ١١٦٠م). وبحسب ما نقل عنه فإنه كان يتيم بالفلسفة والعلوم وكان طبيباً أيضاً. انظر: ابن الأثير، الكامل في التاريخ، ج ١١، ص ٣٥٨، وأحمد بن محمد بن خلكان، وفيات الأعيان وأنباء أبناء الزمان، تحقيق محمد عبي الدين عبد الحميد، ج ٦ (القاهرة: مكتبة النهضة المصرية، ١٩٤٨ - ١٩٤٩)، ج ٣، ص ١٢٤. يشهد الغندجاني، وكذلك ابن الرخ، أنه بعد قرن ونصف لاحقاً وأصل العلماء الاهتمام ليس فقط بالبصريات، بل أيضاً بأعمال ابن سهل.

(٢٩) انظر ذيل النص الأول، لابن الأثير في: ابن الأثير، المصدر نفسه، تعليقات ونقد، ص ١٠.



يعود إلى تلك الحقبة، وكان من عمل ابن الرخم.

لنعد الآن إلى وصف هاتين المخطوطتين بادئين بالمخطوطة T. تنتمي هذه المخطوطة إلى المجموعة رقم ٨٦٧ في مكتبة ميللي بطهران. وهي بخط نسخي جميل وبيد واحدة، باستثناء ما زاده عليها علي المغربي في الذيل وعلى هامش ٢٣<sup>ط</sup> (جملة منسوخة بوضوح أثناء مقابلتها بالأصلية). توجد الزيادة الثانية تحت السطر في الصفحة الأولى ١<sup>ط</sup>، مكتوبة بيد ثالثة توضح هوية الملك الذي أهدى إليه الكتاب:

«صمصام الدولة»، لقبه «أبو كاليجاربن عضد الدولة». كل الزيادات الأخرى هي بيد الناسخ. لذلك عندما قابل هذا الأخير النسخة مع الأصلية زاد على الهامش، كما ذكر في نهاية المخطوطة - ٢٦<sup>ط</sup> - التعابير المحذوفة أثناء النسخ، محذراً بدقة مواضعها في النص. كما أضاف أثناء النسخ، لكن فوق بعض السطور، كلمات منسوبة. وعلى الصفحة ١٨<sup>ط</sup>، توجد مسودة شكل غير ناجحة، لإنشاء ميكانيكي للقطع الزائد، معادة بشكل صحيح على الصفحة ١٩<sup>ط</sup>؛ أما الصفحة ١٩<sup>ط</sup> فيضاه، والأشكال بمجملها مرسومة بشكل صحيح.

تشكل المخطوطة D جزءاً من المجموعة ٤٨٧١ من مكتبة الظاهرية في دمشق، ويخط نسخي. والصفحات الثلاث لهذه المخطوطة - ٨١<sup>ط</sup> - ٨٢<sup>ط</sup> - هي بالخط نفسه، مع زيادة واحدة، على الهامش بخط الناسخ للإشارة إلى حذف ولتبيان موضعه. استرعت هذه المجموعة الانتباه منذ زمن طويل ودُكرت سابقاً أكثر من مرة<sup>(٣٠)</sup>. نشير أخيراً إلى أن اللغة هي لغة بصريات ذات مصطلح علمي أضحي مستقراً.

### ح - البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء

إنه نص ابن سهل الوحيد، الذي تملك مخطوطات عدة عنه في الوقت الحاضر. تشكل المخطوطة الأولى جزءاً من مجموعة مكتبة الظاهرية التي ذكرناها سابقاً، ورمزنا إليها بـ D، وللمنسخة باليد نفسها؛ وتحتل الصفحة ٨٣<sup>ط</sup>. ترجع هذه المخطوطة إذاً إلى السنوات الخمسين من القرن الثاني عشر، ونسبها بميلاتها

(٣٠) كرد علي، «مخطوط نادر»، مجلة المجمع العلمي العربي، المجلد ٢٠ (١٩٤٥)، ص ١ - ٧،  
J. Ragey and E.S. Kennedy, «A Description of Zāhiriyya (Damascus) Ms 4871», ر ٤١،  
Journal for the History of Arabic Sciences, vol. 5, nos. 1-2 (1981), pp. 85 sqq.

قرأ هذان الآخران اسم التلخيص «الميدحاني» بدل «الفتوحاني».

من النسخ مثير للاهتمام بشكل خاص. فسابقتهما المباشرة هي نسخة بخط ابن المرخ، نقلها بدوره عن نسخة لابن الهيثم ترجع، ولا بد، إلى الثلث الأول من القرن الحادي عشر، تقريباً.

تنتمي المخطوطة الثانية لهذا النص نفسه - ونرمز إليها بالحرف B - إلى مجموعة B 1030 في بطرسبورغ (ليننغراد) - المؤسسة الشرقية ٨٩ - الورقات ١٣٢، ٤٨، ٤٩ (وليس ١٤٨، ١٤٩). نقرأ في الصفحة ١<sup>١</sup> أنها قوبلت بالأصلية عند انتهاء النسخ في سنة ١٣٤٩. وباستثناء هذا النص الوحيد لابن سهل، لا تحتوي هذه المجموعة إلا على أعمال لابن الهيثم. ويذكر في D أن ابن الهيثم قد نسخ هذا النص بنفسه. نقرأ، من جهة أخرى، على الصفحة الأخيرة من هذه المجموعة: «قوبل هذا الكتاب من أوله إلى آخره مقابلة تصحيح واتقان بالأصل المنقول منه وهو بخط المصنف والله الحمد» [١٥٠].

انطلاقاً من أقوال الناسخ إذاً، نسخت هذه المجموعة عن مخطوطة بخط ابن الهيثم، وكان نص ابن سهل يشكل جزءاً منها. غير أن هذه المجموعة، التي كتبت بخط «نستعليق» رديء جداً، هي ذات نوعية علمية كبيرة، الأمر الذي يعزز، بطريقة غير مباشرة، تحملها المخطوطي.

المخطوطة الثالثة - نرمز إليها بالحرف A - تنتمي إلى مجموعة ٣ في مكتبة بودلين في أوكسفورد (Bodleian library). من المعتبر أن نجد نص ابن سهل في هذه المجموعة على أثر نص للغندجاني، ذكرناه سابقاً. يمكننا إذاً طرح تساؤل معقول عما إذا كان النص قد نقل عن نسخة لهذا الأخير، تحوي، في ما تحوي، نصّه ونص ابن سهل كذلك. وتُظهر دراسة النص بأن الناسخ حذف غالباً الكلمات «نقطة» و«مستقيم» ليسط النسخة. إلى جانب هذه الميزة الخاصة بالنسخة يبيّن تفحص الحذوفات الأخرى والأخطاء نوعاً من العلاقة مع D، أو مع إحدى حفيداتها الضالعات حالياً. لقد نُسخَت في السنة ١٢٧٦ وأيضاً بالخط «نستعليق».

نرمز إلى المخطوطة الرابعة بالحرف B هي نسخة حديثة عن السابقة، وتنتمي مثلها إلى المكتبة نفسها، وإلى المجموعة مارش ٧١٣ (Marsh 713)، في الورقات ١٧٦<sup>١</sup> - ١٧٦<sup>٢</sup>؛ وقد أعملناها في عملية إثبات النص.

نجد أخيراً عنوان النص المذكوراً في مجموعة جانال ١٧٠٦ (Genel 1706)،

في آخر الصفحة ٢٥٨؛ لكن النص غير موجود فيها، خلافاً لما أكده بعض  
المفهرسين (٣١).

تكون شجرة التحلل كالتالي:

ابن سهل X ← ابن الهيثم X<sub>1</sub> ← ابن المرحم X<sub>2</sub> ← D ← A ← B  
L ←

إثباتنا إذاً لنص هذا الكتيّب ارتكز على A و D و L.

لهذا النص أهمية تاريخية خاصة جداً. فقد حرّره ابن سهل عند درسه كتاب المناظر لبطليموس. وكان ينوي، كما يدل عنوان الكتاب، عرض نتائج تحصيله للمقالة الخامسة، على الأقل، من كتاب المناظر لبطليموس، وأن يضم هذا الكتاب إليها. يبين هذا النص بصورة أكيدة أن كتاب بطليموس هذا كان يُقرأ ويُستخدم من دون تشكيك فيه، فهدف ابن سهل لم يكن التعقيب على كتاب المناظر لبطليموس، بل تطبيق بعض قضاياها على دراسة ظاهرات تمه، كشفافية الفلك. ومن جهة أخرى، نشهد في هذا النص، كما في رسالته حول «الحراقات» دخول لغة الانكسار ومفاهيمها، واستقرار في المصطلحات العلمية؛ فما من شك في أن ترجمة كتاب المناظر لبطليموس أعطت، خصوصاً في بحث الانكسار، اصطلاحات علمية جديدة، اعتمدها الرياضيون العرب، وفي المقام الأول ابن سهل. أخيراً، تنبع أهمية كتيب ابن سهل هذا من علاقته اللاحقة بابن الهيثم، فهو موضوع الشرح في مقالة عن الضوء، ومن الغريب إذاً أن البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء لم يُدرس بعد ذلك مطلقاً.

هذه هي إذاً أعمال ابن سهل في البصريات وفي الرياضيات، التي عثرنا عليها واستطعنا تحديد هويتها، حتى يومنا هذا. فأهميتها وأصلتها تثبتان الصورة التي كانت لابن سهل في ذلك العصر والمكانة الرياضية التي تمتع بها. ربما نحصل لاحقاً على كتابات أخرى تمكننا من إيضاح أكبر لأعماله، وتسمح ببلورة المساهمة العملية لواحد من ألم يمثل مدرسة بغداد.

Sezgin, *Geschichte des Arabischen Schrifttums*, p. 232.

(31)

ومن الغريب أن يظن هذا القوم أنه وجد هنا النص في هذه المخطوطة، ص ٢٥٨ - ٢٥٩.

## ثانياً: ابن الهيثم

سُجِلَت أعمال ابن الهيثم وقائع حياته من قبل الفهرسين القدامى، فباتت بذلك معروفة أكثر، بما لا يقاس، من وقائع ابن سهل وأعماله. وقد رسمت أعمال حديثة عديدة حياته وتعدّد كتاباته<sup>(٣٢)</sup>، فيكفي التذكير بأنه وُلِدَ في الثلث الأخير من القرن العاشر -ربما سنة ٩٦٥ في البصرة- وأنه مات في القاهرة سنة ١٠٤٠ حيث أمضى أكثر حقبة من حياته العلمية نشاطاً. وقد كتب، إلى جانب تراثه الرياضي الواسع، حوالى خمس عشرة رسالة في مواضيع بصرية مختلفة، نثب منها هنا نصوص ثلاثة هي: مقطعان مأخوذان من المقالة السابعة لمؤلفه كتاب المناظر، ونص ثالث هو رسالة حول الكرة المحرقة<sup>(٣٣)</sup>.

### ١ - المقالة السابعة من «كتاب المناظر»

لدينا الآن غطوطات ثلاث لـ المقالة السابعة من كتاب المناظر لابن الهيثم، جميعها في استانبول. الأولى - ونرمز إليها بالحرف A - تحمل الرقم ٣٢١٦ في المكتبة السلیمانیة. وهي عبارة عن مجلد من مجموعة «فاتح» التي كانت، في الأصل، تضم سبعة مجلدات، خصّص كل منها لمقالة من كتاب المناظر، ولم يبق منها سوى خمسة. لهذه النسخة أهمية خاصة جداً، ذلك أنها تعود لصهر ابن الهيثم: أحمد بن محمد بن جعفر العسكري<sup>(٣٤)</sup> الذي يبدو، كما سبق وأشار

---

(٣٢) انظر مثلاً: مصطفى نظيف، الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية، ٢ ج (القاهرة: جامعة فؤاد الأول، ١٩٤٢ - ١٩٤٣)، ص ١٠ وما بعدها؛ A. I. Sabra, «Ibn al-Haytham» in: *Dictionary of Scientific Biography* (New York: Scribner's Sons, 1972) pp. 189-210, and Matthias Schramm, *Ibn al-Haytham's Weg zur Physik*, Bothius: Texte und Abhandlungen zur Geschichte der Brakten Wissenschaften; Bd. 1 (Wiesbaden: Fraj Steiner, 1963), pp. 274 sqq.

(٣٣) من بين المقالات السبع التي تولّف كتاب المناظر لابن الهيثم، حقق صبرا (١٩٨٣) المقالات الثلاث الأولى فقط. وبالمقابل فالمقالات الأربعة الباقية لم تحقّق بعد. نحقق هنا من المقالة السابعة الأجزاء التي تتعلق بالعمدات، والتي لم يفهم أحد محتواها كلياً حتى يومنا الحاضر (١٩٨٩)، ولم يتبيّن أهميتها الحقيقية، نرى على هذا النحو وضع جمل النصوص المتعلقة بنظرية العمدات بالعربية، في متناول القارئ، طبعاً بانتظار بقية نص كتاب المناظر.

(٣٤) نقرأ بالفعل بعد ذلك المقالة الأولى من: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، كتاب المناظر (توكاي سري، أحد III، ٣٣٩٩)، المقالة الأولى: استانبول، فاتح ٣٢١٢، ص ١٤١. وباليد نفسها لكن بخط أصغر: «خط صهر المؤلف كله». هذه الجملة لفتت في السابق نظر ناسخ المخطوطة أحد III (١٨٩٩) في توكاي سري والتي تحوي المقالات الثلاث الأولى. فقد كتب على الصفحة الأولى: «كتب هذا الجزء من أصل ثم كتبت في منتصف جمادى الأولى سنة ست وسبعين وأربع مائة هجرية، هكذا كتب في آخره: وكتب أنه بخط =

مصطفى نظيف<sup>(٣٥)</sup>، أنه نسخ كتاب المناظر كاملاً خلال سنتي ١٠٨٣-١٠٨٤، أي بعد حوالى أربعة وأربعين عاماً على وفاة ابن الهيثم. وقد وصلتنا المقالات الثلاث الأولى<sup>(٣٦)</sup>، والمقالتان الأخيرتان من هذه النسخة، ولا تزال المقالتان الرابعة والخامسة مفقودتين<sup>(٣٧)</sup>. أنجزت هذه النسخة في البصرة، وتمت المقالة السابعة والأخيرة، كما يشير الذيل نهار الجمعة منتصف شهر رمضان، السنة ست وسبعين وأربع مئة<sup>١</sup> - أي في ٢٦ كانون الثاني/يناير ١٠٨٤<sup>(٣٨)</sup>.

وقد أوضح العسكري أن النسخة الأصل كانت نسخة ابن الهيثم نفسه، فكتب مثلاً تحت الشكل السابع في المقالة السادسة: «قال المؤلف إن الخط كاطع يجب أن يكون مستقيماً، وكذا وجدنا في نسخته فحكيته»<sup>(٣٩)</sup>.

وعلى الرغم من وجود نسخة ابن الهيثم تحت تصرف الناسخ واعتائه الكبير بالنقل، نجد عدداً لا يستهان به من الحذوفات والزيادات والأخطاء في النسخة، ولا سيما في نسخ الأحرف الدالة على المقادير الهندسية. لقد تصدّرّف الناسخ، عل الأقل في أقسام النص البرهانية، بطريقة آلية.

تتألف مخطوطة المقالة السابعة من ١٣٩ ورقة متقولة باعتناء، بخط «نسخي». تشهد غزارة الكلمات والعبارات للمحفوظة على الهامش بيد الناسخ، مع اشارته إلى مواضعها في صلب النص، بواسطة إشارات اصطلاحية، على أنه قابل لنسخته مع الأصلية أثناء النسخ أو في نهايته. وكان يفصل بين الفقرات بإشارتين استعملتا في ذلك العصر ويعلوه بوقت طويل، وهما: «هـ» وهي اختصار لكلمة «انتهى»، أو دائرة

= صهر المصنف كله. لكن بما أن مجمل مجلدات F هي باليد نفسها، ولي السنة نفسها، ٤٧٦ هجرية، يمكن الاستنتاج أن كل هذه المجلدات منسوخة من قبل صهر ابن الهيثم.

(٣٥) نظيف، الحسن بن الهيثم، بعونه وكشفه البصرية، ص ١٣.

(٣٦) المقصودة هي للمخطوطات: ٣٢١٢، ٣٢١٣ و ٣٢١٤، فاتح.

(٣٧) المقالتان الرابعة والخامسة نسختا من جليد في المخطوطة F، بعد حوالى مائة وستين سنة، كما ذكر في: نظيف، المصدر نفسه، ص ١٠-١١. انظر: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، كتاب المناظر (توكاي سراي، أحمد III، ٣٣٩٩)، المقالة الرابعة: استنبول، فاتح، ٣٢١٥.

(٣٨) نقرأ في المخطوطة ٣٢١٦ فاتح: وقع الفراغ من نسخ هذا الكتاب يوم الجمعة منتصف شهر رمضان سنة ست وسبعين وأربع مئة، وكتبه أحمد بن محمد بن جعفر العسكري بالبصرة. انظر: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، كتاب المناظر (توكاي سراي، أحمد III، ٣٣٩٩)، المقالة السابعة: استنبول، فاتح، ٣٢١٦ و ٣٢١١، ص ١٣٨<sup>٢</sup>.

(٣٩) مخطوطة ٣٣٣٩ أحمد III توكاي سراي، ص ١٢٨<sup>٣</sup>. أعطى الناسخ ملاحظتين متشابهتين لتشكيل آخرين في المقالة نفسها: الورقتان ١٢٩<sup>٤</sup> و ١٣٣<sup>٥</sup>.

محيطه بنقطة. أما قواعد الإملاء فهي تلك المستعملة آنذاك: كتابة غير ثابتة للهمزة، وغياب للمنة، وكتابة بعض الكلمات مثل «الحجما»... الخ؛ سمات كثيرة لكنها لا تميز هذه النسخة في شيء من غيرها في القرنين العاشر والحادي عشر. وليس لدينا معلومات حول تاريخ هذه المخطوطة، سوى أنها حالياً في استانبول<sup>(٤٠)</sup>. ونذكر أخيراً بأن العسكري أحاط غلاف هذه المقالة السابعة، كبقية مقالات النسخة، إحاطة مدقبة: «المقالة السابعة من كتاب أبي علي بن الحسن بن الحسن بن الهيثم في كتاب المناظر».

تحمل المخطوطة الثانية، ونرمز إليها هنا بالحرف U، الرقم ٢٢٤٨ من مجموعة آيا صوفيا في المكتبة السليمانية. وهي نسخة كاملة لكتاب المناظر، تتألف من ٢٧٨ ورقة، انتهت نسخها، كما يذكر الذيل، سنة ١٤٦٤ بأمر من السلطان محمد الفاتح. وقد سبق وأكد مصطفى نظيف بأنها نسخة متأخرة للمخطوطة F، مكمله بالمقالين الناقصتين -الرابعة والخامسة- من مخطوطة فاتح.

هذه الأخيرة، ونلاحظها بالحرف F<sub>1</sub>، تحوي هاتين المقاليتين فقط، وقد نُسخَت سنة ١٢٣٩ استناداً إلى مجلدين يتقصان F<sub>2</sub>، كما اعتقد نظيف<sup>(٤١)</sup>. وهذا يعني، أن المخطوطة U هي نسخة مباشرة عن F للمقالات ١ و ٢ و ٣ و ٦ و ٧، وغير مباشرة بواسطة المخطوطة F<sub>1</sub> للمقاليتين ٤ و ٥. وهذا ما تثبت مقارنة مخطوطتي المقالة السابعة.

أما المخطوطة الثالثة للمقالة السابعة -ونرمز إليها بالحرف K- فهي ضمن مجموعة تحمل الرقم ٩٥٢ في مكتبة كوبرولو في استانبول، وتتألف من ١٣٥ صفحة غير مرتبة، وتحتوي على أجزاء من المقالات الأربع الأخيرة من كتاب المناظر نُسخَت بخط «مغربي». لقد كُتِبَ قسم كبير منها، بيد واحدة. والنصان اللذان يمتاننا، واللذان يشغلان على التوالي ٦٧ - ٧٠ ط و ٨٦ - ٨٦ ط، خطاً بهذه اليد نفسها. وعلى الرغم من جهلنا بتاريخ هذه النسخة<sup>(٤٢)</sup>، تبين لنا دراستها الداخلية

(٤٠) هذا عصر السلطان محمود خان كما هو مذكور في الصفحة الأولى. هذه المخطوطة «كانت سابقاً ملك يحيى بن محمد اللابودي».

(٤١) نظيف، الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشفه البصري.

(٤٢) بحسب م. كرّوز، هذه المخطوطة هي من القرن الثامن للهجرة، إلا أنه ليس من الثبات لهذا التاريخ، انظر: Max Krause, «Stambuler Handschriften Islamischer Mathematiker», *Quellen und Studien zur Mathematik, Astronomie und Physik*, Bd. 3, no. 4 (1936), p. 476.

أنها لم تنسخ -في مقالاتها السابعة على الأقل- عن نسخة العسكري، أي عن  $\mathbb{K}$ ، بل تتحدران كليهما من سلف مشترك هو، بحسب كل الاحتمالات، أنموذج ابن الهيثم نفسه.

فانطلاقاً من النصين المحققين هنا، واللذين يشكلان أنموذجاً جوهرياً للمقالة السابعة، وبالمقارنة مع النصين المقابلين في  $\mathbb{F}$  نخلص إلى التالي:

تنقص  $\mathbb{F}$  ست عبارات من كلمتين على الأقل موجودة كلها في  $\mathbb{K}$ : في النص الأول ٨٣، ١٤-١٥، ٨٤، ٢، ٨٦، ١٠، ٨٨، ١٧، ٨٩، ١٠، ١١، ٩٠، ١٠-١١؛ وفي النص الثاني ١٠٨، ٣. تنقص  $\mathbb{F}$  خمس كلمات وحرف وصل: ٨٦، ١٩، ٨٧، ١٦، ١٩، ٧٨، ٦، ٨٢، ١، ٨٥، ٣، ٩١، ٣، ٩٥، ٥، ٩٧، ٥. يوجد في المخطوطة  $\mathbb{F}$  ثلاثة وستون خطأ نسخياً أو لغوياً أو رياضياً. يضاف إلى هذا، الاستعمال الشائع في  $\mathbb{F}$  للمخاطب المفرد، والذي لا يوجد في  $\mathbb{K}$ . وهذا ما يبين أن  $\mathbb{F}$  لا يمكن أن تكون مطلقاً سلف  $\mathbb{K}$  الوحيد.

ولا تظهر، من جهة أخرى، أية من زوائد  $\mathbb{F}$  في  $\mathbb{K}$ ، ونعني التكرار، خصوصاً تكرار أخطاء، كالعبارات ٨٦، ١٨، ٨٨، ٦-٧. وأخيراً فإن الحذفات المشتركة لـ  $\mathbb{F}$  و  $\mathbb{K}$ ، لا يمكن أن تنأى إلا عن سلف مشترك؛ ففي ٨٣، ١١، ١٢ مثلاً، يمنع الحذف الفهم منعاً كاملاً. كذلك الأمر بالنسبة إلى الثمانية عشر خطأ المرتكبة، فعوضاً من: «وتبعد، ه ط، الجسمين، البصر، خيال واحد، منعطفة، متقطعة». نجد مثلاً: «وتنفذ ط، الجسم، البصر، خيالاً واحداً، منعكسة، منعطفة».

أما بخصوص السؤال عن هذا السلف المشترك، فمن الممكن تقبل أقوال العسكري، وهو معقول، يكون هذا السلف نسخة ابن الهيثم نفسه.

وعلى الرغم من أن هذه الفرضية محتملة جداً، يستحسن إثباتها من خلال مقارنة مع كامل المخطوطة  $\mathbb{K}$ . ولقد اكتفينا نحن باختبار بضع نقاط للقول بانثاق المخطوطة  $\mathbb{K}$  من تقليد غلطوي آخر، يرجع إلى ابن الهيثم نفسه.

اثبتنا إذاً نصوص المقالة السابعة استناداً إلى المخطوطتين  $\mathbb{F}$  و  $\mathbb{K}$ ، وبمساعدة مصدرين غير مباشرين من الواجب ذكرهما، هما الترجمة اللاتينية لكتاب ابن الهيثم، وتعقيب كمال الدين الفارسي عليه. ومن المعلوم أن كتاب المناظر تُرجم إلى اللاتينية في نهاية القرن الثاني عشر أو في أوائل القرن الثالث عشر، ونشره

ريسner (F. Risner) سنة ١٥٧٢<sup>(٤٣)</sup>. وقد غابت عن هذه الترجمة، لأسباب ما زالت غامضة، الفصول الثلاثة الأولى من المقالة الأولى. وبالمقابلة مع الأصل العربي، يظهر أن هذه الترجمة لم تؤخذ عن F، وهو أمر سبق ملاحظته<sup>(٤٤)</sup>، بل أخذت عن نسخة من عائلة K، وتغديداً أيضاً عن سلف لـ K أو عن نسخة لهذا السلف. فمقابلة الترجمة مع المخطوطة K، بالنسبة إلى النصين المحققين هنا، لا تدع مجالاً للشك بهذا الخصوص، كما بيّنه جهاز التحقيق، فالشفرات من كلمة أو كلمات عدة - في F بالنسبة إلى K - نجدناها نفسها بالنسبة إلى هذه الترجمة اللاتينية (ما عدا ٨٤، ٢). والأمر عينه بالنسبة إلى الأغلاط. كما إن زيادات F، غير الموجودة في K، غائبة عن الترجمة اللاتينية أيضاً. غير أن بعض ثغرات المخطوطة K غابت عن هذه الترجمة، الأمر الذي يبرهن أنها لم تأت من نسخة عن K. يوجد في المقابل ثغرات في الترجمة بالنسبة إلى K، لكنه من الصعب التكهن بكون هذه الثغرات أصيلة أم ناجمة عن الترجمة، وهي حرفية بشكل عام، ولكن ليس دائماً. ومهما يكن، فقد أنارت هذه الترجمة أماناً الطريق، من ناحية الثغرات، أو من ناحية تصحيح بعض القراءات.

إن لشرح الفارسي - تنقيح المناظر - وضعاً مختلفاً لسببين على الأقل. فهو لم يقصد منه التكرار الجامد لبحث ابن الهيثم، بل عمل على تلخيص نصه مع مراجعته وتصويب بعض تأكيدات<sup>(٤٥)</sup>. ومكّنه هذا من أن يستشهد بابن الهيثم بتصرف ويكثر من الحرية. كما إنه أسهم باغناء المصطلحات العلمية في

(٤٣) المقصود هو: Ibn Al-Haytham, *Optica: Thesaurus Alhazeni Arabis Liber Septem*, edited by F. Risner and Basel (1572); With an Introduction by David C. Lindberg, 2nd ed. (New York; London: Johnson Reprint, 1972).

بخصوص الترجمة، انظر: المصدر نفسه، للتلخمة، ص VII - VI لهذه الطبعة المكررة.

وجد م. كلاخت آثار هذه الترجمة في: *Jordanus de Nemore: Liber de triangulis*، أي حوالي ١٢٧٠ - ١٢٣٠. انظر: Marshall Clagett, ed., *Archimedes in the Middle Ages* (Madison, Wis.: University of Wisconsin Press, 1964), vol. 1, p. 669.

ما من شيء أكيد حول هوية المترجم أو حول مكان الترجمة، فالاسم الأكثر احتمالاً حتى الساعة هو اسم جيرارد دي كريمون (Gérard de Crémone).

(٤٤) انظر: ابن الهيثم، كتاب المناظر، المقالات الأولى، الثانية والثالثة، تحقيق عبد الحميد صبرا (الكويت: [د.ن.د.]، ١٩٨٣)، ص ٤٨.

(٤٥) حول معنى شرح الفارسي، انظر: Ruzhdi Rashid, «Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al-Haytham», *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 6, no. 4 (1970).



البصريات، إذ إن مصطلحه لم يعد مطابقاً تماماً لمصطلح سلفه. يعسر هذان الأمران الاستعانة بشرح الفارسي في عملية الإثبات التقليدي لنص ابن الهيثم، على الرغم من أنه باستعارته جملة أو جمل عدة لابن الهيثم يؤدي لنا بعضاً من المساعدة. ضمن هذا النطاق إذاً استعنا بهذا التعقيب وراجعنا المخطوطة ١٢٤٥١ من مكتبة «مجلس الشورى» في طهران.

## ٢ - رسالة في الكرة المحرقة

كتب ابن الهيثم هذه المعالجة بعد كتاب المناظر. وقد وصلتنا عنها مخطوطتان: عاطف (Atif) ١٧١٤، الورقات ٩١<sup>ط</sup> - ١٠٠<sup>ط</sup> في استانبول، و Oct. ٢٩٧٠، الورقات ٧٤<sup>ط</sup> - ٨٣<sup>ط</sup>، في مكتبة ستانس بيلويك في برلين.

تبين مقابلة المخطوطتين أن نسخة استانبول قد نُسخَت، من دون أي شك، عن مخطوطة برلين وعنها فقط<sup>(٤٦)</sup>. لذلك اكتفينا بالاستناد إلى مخطوطة برلين وحدها لتحقيق نص هذه الرسالة. وقد شكل هذا النص جزءاً من تلك المجموعة، التي لم تنسخ بيد واحدة. فأول الناسخين قاضي زاده هو رياضي أدار مرصد سمرقند فترة من الزمن، واشتغل في خدمة ألغ بك، وقد نسخ من المجموعة الجزء الذي تنتمي إليه رسالة ابن الهيثم. وفي ذيل نص من المجموعة نفسها - نص يحمي الكاشي - الذي نسخه أيضاً قاضي زاده نفسه، نقراً: «فرغ من تنميته في العاشر من ربيع الآخر السنة سبع عشرة وثمان مئة وكان ذلك في سمرقند» (الصفحة ٢١<sup>ط</sup>). يمكننا الافتراض أن رسالة ابن الهيثم قد نقلت في السنة نفسها، ١٤١٤، وفي المدينة نفسها. يوجد أيضاً تاريخ آخر في المجموعة، في نهاية نص آخر لابن الهيثم، حول مساحة الكرة (انظر الصفحة ١٥٢<sup>ط</sup>) وهذا التاريخ هو ١٤٣٥؛ لكنه هنا كُتب بيد أخرى.

النص الذي نقله قاضي زاده هو بخط «نستعليق»، نجد بعض التصحيحات على الهامش بيد الناسخ؛ لكن لا شيء يدل على أن النسخة قد قوبلت بالأصلية. كما إننا لا نعرف شيئاً حول تاريخ هذه المخطوطة، باستثناء أنها أصبحت، منذ عام ١٩٣٠، ملكاً لمكتبة برلين.

(٤٦) لا نريد إغفال للملاحظات بتلخيص مقابلة النصين: إنها تبرهن ببساطة أن مخطوطة عاطف منسوخة

من مخطوطة برلين وعنها فقط.

## ثالثاً: شرح الفارسي للكرة المحرقة لابن الهيثم

الفارسي رياضي وفيزيائي فارسي توفي في ١٢ كانون الثاني/يناير ١٣١٩ عن واحد وخمسين عاماً ونصف. مآثره وأعماله أضحت الآن معروفة بشكل أفضل: في نظرية الأعداد، وفي الجبر، وفي البصريات خصوصاً<sup>(٤٧)</sup>. وقد قام بشرح كتاب المناظر لابن الهيثم تحت عنوان تنقيح المناظر للنوي الأبصار والبصائر. هذا الشرح، أو بالأحرى هذا التنقيح، بحسب تعبير الفارسي، ينتهي بتعقيب على رسالة الكرة المحرقة لابن الهيثم. ولكتاب الفارسي هذا أهمية على أكثر من صعيد: إذ بواسطته عرف المؤرخون، وما زالوا، رسالة ابن الهيثم؛ إضافة إلى انتقاداته له، وهي توضح كيف فهم خلف ابن الهيثم مساهمته، وحدود فهمهم له، والانعطاف الذي أحدثه على كتاب المناظر؛ أخيراً كان لهذا النص دور رئيسي في التقدم الذي أحرزه الفارسي في تفسير قوس قزح والهالة. بعد شرح الفارسي كتاب المناظر، ومن ثم شرحه الكرة المحرقة، هناك نص له حول قوس قزح والهالة. يتابع الفارسي الكتابة بشرح ثلاث رسائل أخرى لابن الهيثم: في كيفية الظلال، وفي صورة الكسوف، ومقالة في الضوء<sup>(٤٨)</sup>. كان لكتاب تنقيح المناظر الضخم هذا مخطوطات عديدة نجد فيها جميعاً شرح الفارسي للكرة المحرقة. ولما تجر حتى الآن أية محاولة لإصدار طبعة محققة، فقمنا بالحصول على ست مخطوطات للنص حول «الكرة المحرقة»، استعملناها لتكوين نص شرح الفارسي.

تحمل المخطوطة الأولى، ونرمز إليها هنا بالحرف T، الرقم ٦٢٤٥١ في مكتبة «مجلس الشورى» في طهران، وقد نُسخَت بالخط النسخي في السنة ١٦٨٤، الورقات ٢٣١ - ٢٣٥. إن جدول القيم العددية للانكسار، في هذه النسخة المتأخرة، فارغ، فقد رسم الناسخ الجدول ووضع أرقام الأسطر الخمسة عشر الأولى في العمود الأيمن، من دون نقل القيم العددية. ومع ذلك نُسخَت المخطوطة باعتناء، وقوبلت بالأصلية، تشهد بذلك الملاحظات المدونة على الهامش بخط الناسخ. وهذا ما يوحي بأن الأصلية لا تحتوي على القيم العددية.

(٤٧) انظر الهامش رقم (٢٤) من الفصل الثاني من هذا الكتاب.

(٤٨) كمال الدين الفارسي، تنقيح المناظر للنوي الأبصار والبصائر (الهند: باتنا، خودا - بنخش، ٢٤٥٦ و ٢٤٥٧؛ متحف مهراجا منسنج جايبور، وواذا، رامبور، ٣٦٨٧ و ٦٤٤٤؛ إيران، اسطغان قلنس مشهد، ٥٤٨٠؛ طهران، سيلالار، ٥٥١ و ٥٥٢، وروسيا، كييف)، مع ٢.

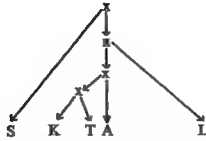
تحمل المخطوطة الثانية، ونرمز إليها هنا بالحرف A، الرقم ٢٥٩٨ من مجموعة آيا صوفيا في المكتبة السليمانية في استانبول، وهي منسوخة بالمخط النسخي، في السنة ١٦٦٨، على أوراق ٥٦٥.٥٥٥. نجد كذلك في هذه المخطوطة المتأخرة، جدول القيم العددية مرسوماً، وفارغاً.

توجد المخطوطة الثالثة، ونرمز إليها بالحرف K، في مكتبة جامعة كولومبيا، تحت الرقم ٨٨ - ٢٥٢٦، شرقيات رقم ٣٠١، الورقات ٢٧٢ - ٢٧٧. وهي لا تحمل تاريخاً، ومن المحتمل جداً أنها متأخرة؛ جدول القيم العددية مرسوم وفارغ؛ والكتابة فيها بالمخط النسخي.

نرمز إلى المخطوطة الرابعة بالحرف L، وهي في مكتبة جامعة ليدن، رقمها ٢٠١، ٢٧٧ - ٢٨٣، مكتوبة بالمخط «نستعليق». لم يضع الناسخ تاريخاً لانتهاه النسخة. إن جدول القيم العددية منسوخ جيداً، لكن الناسخ كثر كتابة الورقة: ٢٧٩، حتى بداية ٢٨٠.

إن رقم المخطوطة الخامسة - نرمز إليها بـ S - هو ٣٣٤٠ في مكتبة توبكابي سراي، مجموعة أحمد III، ١٨٠ - ١٨٤، مكتوبة بالمخط النسخي، سنة ١٣١٦ في نيسابور. لا تحتوي هذه النسخة على جدول القيم العددية وحسب، بل على المقطع الذي يشرح تكوينه كذلك. فقد نقل الناسخ بوضوح هذا المقطع عن الأصلية. نلاحظ بسهولة، وبالفعل، أن هذا الناسخ كان محتثياً بقدر ما كان دقيقاً. لذلك تتضمن هذه المخطوطة عدداً أقل من الثغرات ومن حوادث النسخ، كما اتبه الناسخ أثناءه مقابلة نسخته بالأصلية، للإشارة إلى أماكن الحذف، التي نقلها على الهامش، كما فعل في الصفحة ٨٤، في السطر الخامس.

إن رقم المخطوطة السادسة - نرمز إليها هنا بالحرف H - هو ٢٩٤٥. الورقات ٢٠٩ - ٢١٦، في مكتبة خودا - بخش (Khuda-Bakhsh)، في باتنا، بالهند. شُهِرت هذه المخطوطة بسبب الرطوبة، وضياع بعض أجزاءها. الكتابة هي بالمخط «نستعليق»، ويوجد جدول القيم العددية في القسم الضائع. لم نتجح في معرفة تاريخ هذه النسخة. إن كل هذه العناصر، تجعل مقارنتها صعبة مع الأخريات. وسيكون من الإفراط بالإطالة إيراد جميع نتائج مقارنة المخطوطات الخمس في ما بينها من حذفات وزيادات وأغلاط... الخ. وسنكفي بإيراد شجرة التحدر التي استنتاجناها من هذه المقارنات.



توحي هذه «الشجرة» إذاً أن المخطوطة S هي الأقرب إلى النموذج الأصلي، ومن المحتمل إرجاع المقطع التفسيري الذي تحتويه هذه المخطوطة، إلى الفارسي نفسه. غير أنه لا يجوز أن نأمن لمثل هذا الاستنتاج إلا بعد إجراء مقارنة بين المخطوطات بشأن تنقيح المناظر بكامله، من دون حصرها بـ الكرة المعروفة وحدها، وشرط مقارنة جميع المخطوطات المعروفة وعدم الاقتصار على المخطوطات الخمس التي انتقيناها<sup>(٤٩)</sup>.

وقد نمّ تجميع تنقيح المناظر من مقابلة أربع مخطوطات - ليدن، وخطوطي

(٤٩) ليست هذه المهمة سهلة نظراً إلى عدد المخطوطات المعروفة حتى الآن عن التنقيح. هذا العدد، بحسب كل الاحتمالات، لا ينطوي مجموعها. اننا نضع هنا لائحة لتلك التي نعرف مكان وجودها.  
أ - مكتبة سلطان قنس، مشهد، إيران رقم ٥٤٨٠، ٢٧٨ ورقة، انتهت سنة ١٦٦٢.  
ب - مكتبة سبسالار، طهران، رقم ٥٥١، ١٨٢ ورقة، انتهت في ١٥٨٣ - ١٥٨٤.  
ج - مكتبة سبسالار، طهران، رقم ٥٥٢، ٢٥٢ ورقة، انتهت في ١٦٨٦.  
د - مكتبة مجلس شوري، طهران، رقم ٢٢٧٨، ٣٢٦ ورقة، انتهت في ١٦٩٧ - ١٦٩٨.  
هـ - مكتبة رافا، رامبور، الهند، رقم ٣٦٨٧، ٢١٥ ورقة، انتهت في ١٦٤٢.  
و - مكتبة رافا، رامبور، الهند رقم ٦٤٤٤، ٤٢٢ ورقة، انتهت في القرن السابع عشر. بشأن هاتين المخطوطتين انظر: *Intiyāz Ali Arabi, Catalogue of the Arabic Manuscripts in Raza Library* (Rampur: [n. pb.], 1975), vol. 5, pp. 36-37.

ز - مكتبة متحف مهرابا منسج، جايپور، الهند، ١٥٠ ورقة، انتهت في ١٣٥٩. انظر: D. King, «A Handlist of the Arabic and Persian Astronomical Manuscripts in the Maharaja Mansingh II Library in Jaipur», *Journal for the History of Arabic Science*, no. 4 (1980), p. 82.  
ح - مكتبة خودا بخش، باتنا، الهند، ٢٤٥٥، ٢٨٠ ورقة، انتهت في القرن السابع عشر.  
ط - مكتبة خودا بخش، باتنا، الهند، ٢٤٥٦، ٢٥٣ ورقة، انتهت في القرن الثامن عشر. بشأن هاتين المخطوطتين انظر: *Abdul Hamid Maulavi, Catalogue of the Arabic and Persian Manuscripts in the Oriental Public Library at Bankipore* (Patna: [n. pb.], 1937), vol. 22.  
ي - المكتبة الإقليمية في كيشيف، روسيا، ٣١ - ٣٧١.

انظر: B. Rosenfeld, «A Medieval Physico - Mathematical Manuscript Newly Discovered in the Knibyshev Regional Library», *Historia Mathematica*, no. 2 (1975), pp. 67-69.

إذا أضفنا هذه المخطوطات إلى تلك التي استعملناها تصبح ست عشرة مخطوطة معروفة - من المحتمل وجود غيرها - ضرورية للكتابة في تاريخ السلالة المخطوطة. ونحن لا نزال بعيدين من هذا الهدف.

مكتبة راذا في رامبور، ونسخة لم تحمد من خودا- بخش، وطبع في حيدرآباد<sup>(٥٠)</sup>. لم تكن الطبعة مبنية على تحقيق، بل جاءت تجميعاً خاطئاً. وبما أنها كانت مرجعاً للمؤرخي ابن الهيثم، ولما كان ارتكازها على مخطوطات ثلاث لم نستعملها، اعتبرنا هذه النشرة بمثابة مخطوطة إضافية - نرمز إليها بالحرف  $\mathbb{H}$  - لتكوين نص تعقيب الفارسي.

يميز الفارسي أقواله، في هذا الشرح عن أقوال ابن الهيثم، بإدخال عبارة «أقول» أو «يقول». لكن نظرة خاطفة توضح أن الفارسي لا يستشهد بابن الهيثم بالحرف إلا نادراً، فهو يكتفي بنقل فكرة سلفه بشكل صحيح في لغته الخاصة. وبما أن نص ابن الهيثم قد حقق وترجم هنا، فلم نر حاجة إلى مقابلة كل النصوص المنسوبة من الفارسي إلى ابن الهيثم، مع نصوص هذا الأخير.



أما بشأن الطريقة المتبعة لتكوين النصوص العربية القديمة، فقد فسرناها في مناسبات عدة<sup>(٥١)</sup>. إنها تركز على ميدانين: عدم التدخل في النص إلا عند الضرورة القصوى، بغية تصويب خطأ لغوي أو علمي يهدد بفهم النص، مذكرين في الحواشي بجميع هذه المداخلات. ومن ناحية أخرى، عندما يتكرر خطأ بكثرة، من دون أن يشكل عائقاً للفهم، فإننا أحياناً نصححه في الحواشي في المرة الأولى دون سواها. أخيراً لم نسمح لأنفسنا بأي تغيير قبل أن نستنفذ جميع الإمكانيات اللغوية الممكنة للإبقاء على أصالة النص؛ كل هذه الاحتياطات ضرورية لضمان الحصول على طبعة محققة علمياً.

بالنسبة إلى الترجمة الفرنسية، فقد اعتمدنا أيضاً طريقتنا الخاصة: ترجمة حرفية أمينة للنص بقدر أمانتها لروحيته، ومن دون التوضيح بالوضوح لحساب الحرفية، بحثنا قدر المستطاع عن المسلك الضيق الذي يوفق بينهما. ولقد قبلنا، من دون شك، المجازفة بالحصول على الدقة والوضوح على حساب أناقة الترجمة، عاملين على ضبط الحدود بين الترجمة والتفسير. لقد سهّلت علينا مهمتنا هذه كون لغة البصريات العربية، حتى عند ابن سهل، قد تكونت واستقرت جيداً، مع استثناءات قليلة مستعرض لها في ملاحظتنا الإضافية.

(٥٠) الفارسي، تتبع للنظر للوي الأصيل والباقر، مج ٢، ص ٤٠٨ - ٤٠٩.

(٥١) Rashdi Rashid, *Entre arithmétique et algèbre: Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes*, collection sciences et philosophie arabes (Paris: Les Belles lettres, 1984), tomes 3, pp. LXXXIV sqq.



## الفصل الخامس

### النصوص والملاحق(\*)

---

(\*) ملاحظة حول الرموز المستعملة في هذا الفصل:  
< > القوسان المتكافئان يزيلان في هذا النص ما هو مضاف من أجل سد ثغرة في المخطوطة.  
/ هذه العلامة تشير إلى نهاية الصفحة في المخطوطة.





## أولاً: النصوص

١ - العلاء بن سهل

النص الأول

## كتاب الحراقات

بسم الله الرحمن الرحيم

وبه أستعين

ت - ١ - ط

5

من حقّ الملك صمصام الدولة وشمس الملة - على من عرف قدر النعمة في عنايته بإظهار العلوم، حتى يشيع في الناس ذكرها ويعظم عندهم خطرها وحتى يأخذ طلابها بالخطّ الوافر من فائدتها وينهّوا بعائيتها - أن يجعل خدمته في ذلك بكل ما يجد السيل إلى به بعض شكر هذه النعمة. وكيف لا يُعنى بإظهارها وقد لاقَتْ به من يعرف فضلها، ويعتدُّ لها، ومن يراها بحسن قيامه عليها ويتألف غايتها بكرم مجاورته لحاضرها، فسببها اليوم قوي، وناصرها عزيز، وسوقها قائمة، وتجارؤها رابحة، ورأيه فيها ذمام على هواه، فلن يخاف البريء أن يقضى عليه، ولا يرجو السقيم أن يقضى له. وقد غبرتُ دهرًا أبحث عن حقيقة ما يُنحلُّ أصحاب التعاليم من القدرة على إحراق جسم بضوء على مسافة بعيدة؛ ويضاف إلى أرشميدس من إحراقه سُفن الأعداء بهذا الضرب من الخيل؛ حتى عرفت جملة الحال فيه، وتعبّتها بالتفصيل. فاستعنتُ عليه بما وجدته من كتب القدماء وانتزعت منها ما

§ ويصوّرا: ويصوّلا.

تَضَمَّنَتْ منه. وهو وصف الإحراق بضوء الشمس المتعكس عن مرآة على مسافة قريبة؛ ونوعٌ من الإحراق بضوء جسم قريب ينعكس عن مرآة. وواصلت النظر فيما لم يتضمَّن منه؛ حتى استخرجته وهو وصف الإحراق بضوء الشمس/ > الذي يتغذ في آلة وينعطف في الهواء <.

### 5 > المرآة المحركة بالقطع المكافئ <

/ نريد أن نخرق جسماً بضوء على مسافة معلومة. فليكن المسافة المعلومة خط  $\overline{AB}$ . فإذا أن يكون الإحراق بضوء ينعكس من آلة أو ينفذ فيها، فإن كان الإحراق بضوء ينعكس من آلة، فإننا نُخرج خط  $\overline{AJ}$ . فإذا أن تكون الأضواء الخارجة من نقطة على وجه المضيء إلى 10 جوانب الآلة متوازية في الحس، أولاً تكون متوازية فيه. فإن كانت الأضواء الخارجة من نقطة على وجه المضيء إلى جوانب الآلة متوازية في الحس - وعلى ذلك كل ضوء يأتيها من السماء - فإذا أن تكون زاوية  $\overline{BAJ}$  قائمة، أولاً تكون قائمة.

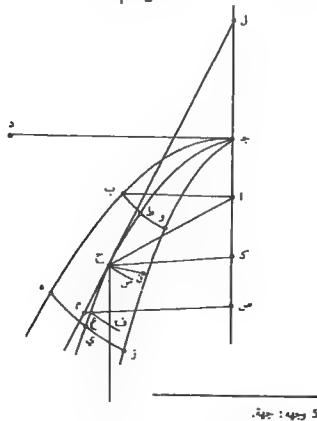
فإن كانت زاوية  $\overline{BAJ}$  قائمة، فإننا نجعل خط  $\overline{AJ}$  نصف خط  $\overline{AB}$ ، ونخرج خط  $\overline{JD}$  قائماً على خط  $\overline{AJ}$ ، ونجعل سطح  $\overline{JD}$  في  $\overline{AJ}$  مثل مربع  $\overline{AB}$ . فالقطع المكافئ الذي سهمه خط  $\overline{AJ}$  وضع سهمه خط  $\overline{JD}$  يمر بنقطة  $\overline{B}$  ويحد قطعة منه تبتدىء من نقطة  $\overline{B}$  وتنتهي في خلاف جهة نقطة  $\overline{J}$ . وليكن  $\overline{BE}$ .

4 الشمس: توقف بعدها نص مخطوطة «ت». راجع المقدمة - 6 نريد: قبلها نجد في «د» بعد البسطة العبارة التالية: «رسالة في الآلة المحركة لأبسي سعد البلاد بن سهل». ويظهر العنوان في الماشح كتب التناسخ عبارة تأكلت بعض كتابها وهي «كان في أولها شكل ذكر المبدعاني أنه بعد الشكل الثاني والثالث من المقالة... المحركة...» 9 تكون: عادة ما يكتبها التناسخ «يكون». ولن نشير إليها فيما بعد - 16 خط (الأول): خطأ.

ونثبت خط  $ا ج$  وندير حوله قطعة  $ب ه$  حتى تقطع نقطة  $ب$  قوس  $ب و$ ، ونقطه  $ه$  قوس  $ه ز$ ، ويحدث بسيط  $ب ز$ ، فنجعل وجه مرآة نحاذي نقطة  $آ$ . وينبغي أن يكون ضوء الشمس إذا انعكس من جميع بسيط  $ب ز$  إلى نقطة  $آ$  أحرق عندها. ثم نركب على ظهر المرآة هدفين، يلي أحدهما قوس  $ه ز$  وفي وسطه ثقب تحيط به دائرة، والآخَر قوس  $ب و$ ، وفي وجهه المقابل الأول دائرة يوافقها ضوء الشمس النافذ من الثقب إليها. ويكون الخط المتصل بين مركزيهما موازياً لخط  $ا ج$ ، ثم تُحاذي بالمرآة الشمس حتى ينفذ ضوءها من الثقب إلى الدائرة.

أقول: إن ضوء الشمس ينعكس من جميع بسيط بـ ز إلى نقطة أ فيحرق عندها.

الشكل رقم (١)



برهان ذلك : أنا ننزل على بسيط  $\overline{ب ز}$  نقطة  $\overline{ح}$  ، ونخرج سطح  $\overline{ا ج ح}$  وليحدث في بسيط  $\overline{ب ز}$  (خط)  $\overline{ط ي}$  . فلأن قطع  $\overline{ب ه}$  مكافئ . سهمه خط  $\overline{ا ج}$  و ضلع سهمه  $\overline{ج د}$  فهو يطابق رسم  $\overline{ط ي}$  (الذي سهمه) خط  $\overline{ا ج}$  ، و ضلع سهمه مثل خط  $\overline{ج د}$  . ونخرج خط  $\overline{ح ك}$  قائماً على خط  $\overline{ا ج}$  . ونجعل خط  $\overline{ج ل}$  مثل خط  $\overline{ج ك}$  ، ونخرج خط  $\overline{ل ح}$  فهو يماس قطع  $\overline{ط ي}$  على نقطة  $\overline{ح}$  . ونخرج على خط  $\overline{ل م}$  سطح  $\overline{ل م ن}$  قائماً على سطح  $\overline{ا ج ح}$  . فهو يماس بسيط  $\overline{ب ز}$  على نقطة  $\overline{ح}$  ؛ لأنه إن لم يماسه عليها فليقطعه عليها ، فلا بد من أن ينتهي من سطح  $\overline{ل م ن}$  إلى نقطة  $\overline{ح}$  جزء يكون داخل الزاوية التي يحيط بها بسيط  $\overline{وي}$  و سطح  $\overline{ا ج ح}$  . وننزل على هذا الجزء نقطة  $\overline{ن}$  ونخرج 10 سطح  $\overline{ح ك ن}$  . فإما أن يكون خط  $\overline{ا ج}$  قائماً على سطح  $\overline{ح ك ن}$  أولاً يكون قائماً عليه : فإن كان خط  $\overline{ا ج}$  قائماً على سطح  $\overline{ح ك ن}$  ، فليحدث سطح  $\overline{ح ك ن}$  في بسيط  $\overline{وي}$  قوس  $\overline{ح م}$  ، وفي سطح  $\overline{ل م ن}$  خط  $\overline{ح ن}$  . فلأن نقطة  $\overline{ن}$  داخل الزاوية التي يحيط بها بسيط  $\overline{وي}$  ، و سطح  $\overline{ا ج ح}$  : على سطح  $\overline{ح ك ن}$  ؛ فهي داخل الزاوية التي يحيط بها قوس  $\overline{ح م}$  وخط  $\overline{ح ك}$  . وبيّن 15 أن نقطة  $\overline{ك}$  مركز قوس  $\overline{ح م}$  ، فليس خط  $\overline{ح ن}$  قائماً على خط  $\overline{ح ك}$  . ولأن خط  $\overline{ا ج}$  قائم على سطح  $\overline{ح ك ن}$  ، فسطح  $\overline{ح ك ن}$  قائم على سطح  $\overline{ا ج ح}$  ، وكذلك سطح  $\overline{ل م ن}$  . فالفصل المشترك لسطحي  $\overline{ح ك ن}$   $\overline{ل م ن}$  ، وهو خط  $\overline{ح ن}$  ، قائم على سطح  $\overline{ا ج ح}$  ؛ فخط  $\overline{ح ن}$  قائم على خط  $\overline{ح ك}$  ، وهذا محال . وإن لم يكن خط  $\overline{ا ج}$  قائماً على سطح  $\overline{ح ك ن}$  ، فإننا نخرج على نقطة  $\overline{ن}$  20 سطحاً مستوياً حتى يكون خط  $\overline{ا ج}$  قائماً عليه ، وليحدث في بسيط  $\overline{وي}$  قوس

2 ب: ز / د: ط ي: سطحى 3 فهو: وهو / خط: وسط 5 - ماس: تماس 7 - ماس: تماس / ماسه: كتب «يكن يماسها» . ثم ضرب على «يكن» - 16 سطح: سطح.



فلأن هذا السطح بماس بسيط ب ز على نقطة ح فخط ح ف بماس قوس ح س على نقطة ح ؛ وكذلك خط ح ن . وهذا محال .

وإن قطع هذا السطح خط ح ل على نقطة ح ، (كان الفصل) المشترك بينه وبين سطح قطع ط ي خط ح ر . فلأن هذا السطح بماس بسيط ب ز على نقطة ح ؛ فخط ح ر بماس قطع ط ي على نقطة ح ، وكذلك خط ح ل ، وهذا محال . فلا بماس بسيط ب ز على نقطة ح سطح مستوي غير سطح ل م ن .

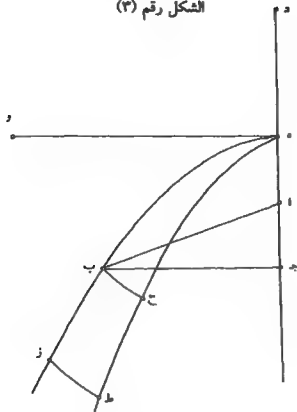
ولأن سطح ج د في آ ج مثل مربع آ ب ، ومربع آ ب أربعة أمثال مربع آ ج لأن خط آ ج نصف خط آ ب ، فسطح ج د في آ ج أربعة أمثال مربع آ ج ؛ فخط (ج د) أربعة أمثال خط آ ج ، ومربع ح ك مثل سطح ج د في ك ج ، فمربع ح ك أربعة أمثال سطح آ ج في ج ك . فمجموع مربعي آ ك ك ح - أعني مربع آ ح - مثل مجموع مربع آ ك وأربعة أمثال سطح آ ج في ج ك ، أعني مربع آ ل . فمربع آ ح مثل مربع آ ل ، فخط آ ح مثل خط آ ل ؛ فزاوية آ ح ل مثل زاوية آ ل ح . ونخرج خط ح ش موازاً لخط آ ل ، فزاوية آ ل ح مثل زاوية م ح ش ، فزاوية آ ح ل مثل زاوية م ح ش . وخطاً آ ح ش لا يلقيان بسيط ب ز على غير نقطة ح ؛ لأنها إن لقياه على غيرها فيلقياه على نقطة م ، فلأن نقطة م على بسيط ب ز - كما أنها على بسيط آ ج ح - فهي على الفصل المشترك بينهما ، وهو قطع ط ي . فخطاً آ ح ش يلقيان قطع ط ي ، وهو مكافئ ، وسهمه خط آ ج على غير نقطة ح ، وهذا محال .

فخطاً آ ح ش لا يلقيان بسيط ب ز على (نقطة) غير نقطة ح .

1 بماس : كتبنا التاسخ ونماس . ولن نشير إليها بعد - 9 لأن خط آ ج : أثبتنا في المامش شيئاً إلى مرضعها - 15 آ ل ح - 18 فخطاً : فخط - 21 يلقيان : يلتقيان .

ولأننا قد حاذينا بالمرآة الشمس حتى نفذ ضوءها من الثقب إلى الدائرة؛  
فقد خرج ضوء نقطة على وجه الشمس في الهواء على الخط المتصل بين مركزي  
الثقب والدائرة. وكل واحد من (الخطين) : الخط المتصل بين مركزيهما،  
وخط ح ش . مواز لخط أ ج . فالخط المتصل بينهما مواز لخط ح ش . ولا  
5 يلقى خط ح ش سائراً دون تلك النقطة. ومعلوم أنه إن أخرج ضوء نقطة على  
وجه الشمس على أحد خطين متوازيين عندنا ثم لا يلقى الآخر سائراً دون تلك  
النقطة ، فإن ضوءها يخرج على الآخر، فضاء تلك النقطة يخرج على خط  
ح ش وهو لا يلقى بسيط ب ز على غير نقطة ح ، فيلقى به غير الهواء؛ فيصل  
فيه إلى نقطة ح ثم ينعكس على خط أ ح ، وهو لا يلقى بسيط ب ز على غير  
10 نقطة ح ، فيلقى به غير الهواء، فيصل منه إلى نقطة آ ، وكذلك سائر النقاط  
المتزلة على بسيط ب ز؛ وإذا وافقت نقطة آ ظاهر الجسم الذي يلمس  
إحراقه، وافق خط أ ج ظل ذلك الجسم. وقد علمنا أن خط أ ج لا يلقى  
بسيط ب ز. وعلى ذلك كل خط يمر بين نقطة آ وبين قوس ب وموازياً لخط  
أ ج . فإذا انتهى ظل الجسم، في أقرب جوانبه من بسيط ب ز، إلى بعض  
15 هذه الخطوط؛ بقي بسيط ب ز مكشوقاً للشمس، فانعكس ضوءها من  
جميعه إلى مواضع نقطة آ من ظاهر ذلك الجسم وأحرقه. وذلك ما أردنا أن  
نبين.

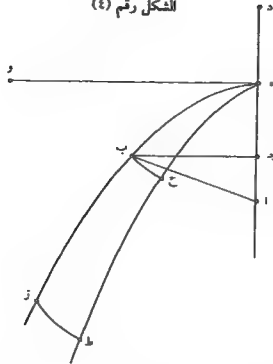
الشكل رقم (٣)



وإن لم يكن زاوية  $\overline{باج}$  قائمة، فإننا نخرج خط  $\overline{بج}$  قائماً على خط  $\overline{اج}$ ، ونجعل خط  $\overline{اد}$  مثل خط  $\overline{اب}$ ، ونقسم خط  $\overline{جد}$  بنصفين على نقطة  $\overline{هـ}$ ، ونخرج خط  $\overline{هـ}$  قائماً على خط  $\overline{جد}$ ، ونجعل سطح  $\overline{هـ}$  وفي  $\overline{ج هـ}$  مثل مربع  $\overline{بج}$ . فالقطع المكافئ، الذي سهمه خط  $\overline{اهـ}$ ، وضلع سهمه خط  $\overline{هـو}$ ، يمر بنقطة  $\overline{ب}$ ، ويحد قطعاً منه بتدعى من نقطة  $\overline{ب}$  وتنتهي في خلاف جهة نقطة  $\overline{هـ}$ ، وليكن  $\overline{بز}$ . ونثبت خط  $\overline{اج}$  وندير حوله قطع  $\overline{ب ز}$  حتى يقطع نقطة  $\overline{ب}$  قوس  $\overline{ب ح}$  ونقطة  $\overline{ز}$  قوس  $\overline{ز ط}$  ويحدث بسيط  $\overline{ب ط}$ ، فنجعله وجه مرآة



الشكل رقم (٤)



تخاذي نقطة آ ، وينبغي أن يكون ضوء الشمس إذا / انعكس من بسيط د - ٨٢ - و  
ب ط إلى نقطة آ أحرق عندها.

ثم نركب على ظهر المرأة هدفين، ونستعملها على ما وصفنا.

أقول : إن ضوء الشمس ينعكس من جميع بسيط ب ط إلى نقطة آ

س فيحرق عندها.

برهان ذلك : أن سطح ه وفي ج ه مثل مربع ب ج ، فمجموع مربع  
ا ج و سطح ه وفي ج ه مثل مجموع مربعي ا ج ب ج ، ومجموع مربعي ا ج  
ب ج مثل مربع ا ب ، ومربع ا ب مثل مربع ا د ، ومربع ا د مثل مجموع  
مربع ا ج وأربعة أمثال سطح ا ه في ه ج ؛ فمجموع مربع ا ج و سطح ه و

١ تخاذي : مطبوعة / انعكس : أيضا مطبوع - 2 ب ط : د ط - 3 مربع ا ج (الاولى) : مربع ا د.

في جـ ه مثل مجموع مربع ا جـ وأربعة أمثال سطح آ ه في ه جـ ، فسطح ه و في جـ ه أربعة أمثال سطح آ ه في جـ ه ، فخط ه وأربعة أمثال خط آ ه .  
ففضو الشمس ينعكس من جميع بسيط ب ط إلى نقطة آ . فيحرق  
عندها بمثل ما يبين في القسم الأول . وذلك ما أردنا أن نبين .

### ٥ < الرسم المتصل للقطع المكافئ >

< فليكن خط د و ، ونترل عليه نقطة جـ ، ونخرج خط جـ آ قائماً على خط د و ، ونخرج د ه قائماً على خط د و ، ونجعله أعظم من خط د آ ، ونصل خط آ ه ، فزاوية ه آ د أعظم من زاوية د ه آ ، ونفصل من زاوية ه آ د زاوية ه آ ب مثل زاوية آ ه د . وليلق خط آ ب خط د ه على نقطة ب ، فيكون خط آ ب مساوياً لخط ب ه ، وزاوية آ د ب أعظم من زاوية ه آ ب ، فيكون خط آ ب أعظم من خط آ د . ونخط حول نقطة آ يبعد خط د ه دائرة ، ولتلق خط د و على نقطة و ، ونصل و / خط آ و ، فهو مثل خط د ه ، ونخط ب ه مثل خط آ ب ، فخط د ه مثل مجموع خطي آ ب ب د . ونصل خط آ د ، فمجموع خطي آ ب ب د أعظم من خط آ د ، فإذاً خط آ و 15 أعظم من خط آ د . وليلق خط د و خط آ جـ على نقطة جـ . فلأن خط د ه مواز لخط آ جـ فزاوية آ جـ و مثل زاوية ه د و ، وزاوية ه د و قائمة ، فزاوية

4 نبين : هنا ينتهي نص مخطوطة هـ ويكتب النسخ بعدها وتنت ولحمد لله وب العالين . كتبه من نسخة بخط القاضي ابن المرحم ينفاد . وذكرني آخرها : إني كتبه وقابله بالأسل . وكان بخط البهسائي . وفي آخره : هلا آخر ما وجد بخط العلاء بن سهل . رحمه الله . وصل الله على نبيه محمد وآله أجمعين . الطيبين الطاهرين .

أَجَ قائمة، فخط آ أو أبعِد من خط آجَ من خط آدَ، فنقطة وَاُبعِد من نقطة جَ من نقطة دَ. ونُتزل على خط دَ ونقطة زَ، ونُخرج خط زَ قائمة على خط دَ، ونُجعله مثل خط آوَ، ونصل آزَ، فخط آوَأعظم من خط آزَ، فخط زَ أعظم من خط آزَ، ونصل خط آحَ، فزاوية حَ آزَ أعظم من زاوية آحَ زَ. ونفصل من زاوية حَ آزَ زاوية حَ آطَ مثل زاوية آحَ زَ، وليتَق خطُ آطَ خطُ زَ على نقطة طَ. ونُخرج خط يَ اكَ قائماً على خط آجَ ونُجعل خط آيَ مثل خط اكَ، وينبغي ألا يكون خط أبَ أصغر من خط يَ كَ. ونُخط حول نقطة آ بُعِد خط آيَ نصفَ دائرة يَ كَ، وليتَق خط آجَ على نقطة لَ، ونُخرج خط بَ مَ قائماً على خط بَ دَ، ونُجعله مثل خط آيَ، ونُجعل خطُ دَ نَ مثل خط بَ مَ، ونُخرج خط نَ مَ سَ، ونُجعل خط وَ عَ مثل خط دَ نَ. ونُخط حول نقطة بَ بُعِد خط بَ مَ دائرة، ونُخرج خطي آفَ بَ صَ قائمين على خط أبَ وليلقيا نصفَ / دائرة يَ ودائرة مَ على ت. ١٤ - ط. نقطتي فَ صَ، ونصل خط فَ صَ، ونُخرج خط طَ قَ قائماً على خط زَ طَ، ونُجعله مثل خط آيَ، ونُجعل خط رَ زَ مثل خط طَ قَ، ونُخرج خط ١٥ رَ قَ سَ ونُجعله مثل خط نَ سَ، ونُجعل خطُ رَ تَ مثل خط نَ عَ، ونُخط حول نقطة طَ بُعِد طَ قَ دائرة، ولتلقَ خط حَ طَ على نقطة ثَ، ونُخرج خطي آخَ طَ ذَ قائمين على خط آطَ، وليلقيا نصف دائرة يَ ودائرة قَ على نقطتي خَ حَ ذَ ونصل خط خَ ذَ.

فلأن خط زَ رَ مثل خط طَ قَ وهما قائمان على خط زَ طَ فخطُ رَ شَ قائم على خط رَ تَ ونُخط طَ قَ على خط رَ شَ، فدائرة قَ تماسُ خط رَ شَ. ٢٠ وكذلك نبين أن خط نَ سَ قائم على نَ عَ، وأن دائرة مَ تماسُ خط نَ سَ، ونُخط قَ رَ مثل خط زَ طَ، ونُخط آخَ مثل خط طَ ذَ، وهما قائمان على خط آطَ، فخطُ خَ ذَ مثل خط آطَ، وكل واحدٍ من زاويتي قَ طَ ثَ

- كـ ال قائمة ، وخط ط ق مثل خط ا ي . فقوس ق ث مثل قوس ك ل .  
 ويبيّن أن خط ط ذ مواز لخط ا خ ، وخط ط ث مواز لخط ال ، فزاوية  
 ث ط ذ مثل زاوية ل ا خ . فقوس ث ذ مثل قوس ل خ . وقوس ق ذ مثل  
 قوس ك خ ، فمجموع قوسي ي خ ق ذ مثل نصف دائرة ي ، فمجموع قوس  
 5 ي خ وخط خ ذ وقوس ق ث ذ وخط ق ر مثل مجموع خطي ا ط ز ط ونصف  
 / دائرة ي . وكذلك نبيّن أن مجموع قوس ي ف وخط ف ص وقوس م ص  
 ت - ١٥ - وخط م ن مثل مجموع خطي ا ب ب د ونصف دائرة ي . ولأن زاوية ح ا ط  
 مثل زاوية ا ح ط فخط ا ط مثل خط ح ط . فمجموع خطي ا ط ز ط مثل  
 خط ز ح ، وخط ز ح مثل خط ا و ، وخط ا و مثل خط د ه ، وخط د ه مثل  
 10 مجموع خطي ا ب ب د ؛ فإذا مجموع خطي ا ط ز ط مثل مجموع خطي ا ب  
 ب د ، فمجموع خطي ا ط ز ط ونصف دائرة ي مثل مجموع خطي ا ب ب د  
 ونصف دائرة ي ؛ فإذا مجموع قوس ي خ وخط خ ذ وقوس ق ذ وخط ق ر  
 مثل مجموع قوس ي ف وخط ف ص وقوس م ص وخط م ن . وخط ا ط  
 أعظم من خط ا ب : لأنه إن لم يكن أعظم منه فيما أن يكون مثله أو أصغر  
 15 منه ، فإن كان خط ا ط مثل خط ا ب ، فلأن مجموع خطي ا ط ز ط مثل  
 مجموع خطي ا ب ب د ، فخط ز ط مثل خط ب د . ونصل خط ب ط ،  
 فلأن خطي ز ط ب د قائمان على خط د ز : فزاوية د ب ط قائمة ، فزاوية  
 ا ب ط منفرجة ، فخط ا ط أعظم من خط ا ب ، وكان مثله ، وهذا محال .  
 وإن كان خط ا ط أصغر من خط ا ب ، فلأن مجموع خطي ا ط ز ط  
 20 مثل مجموع خطي ا ب ب د ، فخط ز ط أعظم من خط ب د . ونصل من  
 خط ز ط خط ز ص مثل خط ب د ، ونصل ب ص ؛ فلأن خطي ز ص  
 ب د قائمان على خط د ز / فزاوية د ب ص قائمة . ونصل خط ب ط ، فزاوية ت - ١٥ -

أَب طَ منفرجة ، فخط أَطْ أعظم من خط أَب ، وكان أصغر منه ، وهذا محال .

فخط أَطْ أعظم من خط أَب : فخط زَطْ أصغر من خط بَ دَ ، وخط قَ رَ مثلُ خط زَطْ ، وخط بَ دَ مثلُ خط مَ نَ . وخط مَ نَ أصغرُ من خط نَ سَ ، وخط نَ سَ مثلُ خط رَشَ ، فخط قَ رَ أصغرُ من خط رَشَ .  
ولأن خط أَطْ أعظم من خط أَب وخط أَب ليس بأصغر من خط يَ كَ ، وخطُ يَ كَ مثلُ مجموع خطي أَيَ طَ قَ : فخط أَطْ أعظم من مجموع خطي أَيَ طَ قَ ، فنصف دائرة يَ ودائرة قَ لا يلتقيان . ولأن خط أَب ليس بأصغر من خط يَ كَ وخط يَ كَ مثلُ مجموع خطي أَيَ بَ مَ فخط أَب ليس بأصغر من مجموع خطي أَيَ بَ مَ ، فنصف دائرة يَ ودائرة مَ لا يتقاطعان .

ونُزل نصف دائرة ومجموعاً ودائرة تطابق نصف دائرة يَ ومجموع خطي نَ سَ نَ عَ ودائرة مَ ، ولتكن نهايات أجسام صعبة الثني ، لتبقى على صورتها ، ونجعل الجزء المطابق لخط نَ عَ لازماً لخط نَ تَ ، ونُزل مجموعاً يطابق مجموع قوس يَ فَ وخط فَ صَ وقوس مَ صَ وخط مَ نَ ، ولتكن نهاية جسمٍ صعبٍ التمدد سهل الثني ، وعلى ذلك خيوط الحديد ، ليبقى على مقداره ، ونستبدل بصورته ، وليتصل بنصف الدائرة والمجموع المطابقين لنصف

دائرة يَ ومجموع خطي نَ سَ نَ عَ / عند تقاطعي يَ نَ . وإنما اجتلبنا دائرة مَ تَ ١٦-  
لتبقى على اتصال الجسم السهل الثني ، فإننا لو عدلنا عنها إلى مَخط لم نجد بداً من أن يكون حاداً ، فكان يقطع ذلك الجسم ، واجتلبنا نصف دائرة يَ لأنه تابعٌ للدائرة مَ . 20

8-7 فخط ... طَ قَ : أثبتنا التماس في الخامس مع بيان موضعها - 12 نَ عَ : زَ عَ - 18 هنا : مع .



ثم نُثِبَت نصف دائرة  $\overline{ي}$  ونعتمد على النقطة المطابقة لنقطة  $\overline{ب}$  في جهة  
خط مواز لخط  $\overline{د ز}$  من نقطة  $\overline{ب}$  إلى نقطة  $\overline{ط}$ . وينبغي أن يكون نقصان القوة  
التي تنال الجسم السهل الثاني عن قوة إذا نالته لم يتمدد بها في الحس  
محسوساً، فلا يتمدد بالقوة التي تناله في الحقيقة؛ لأنه إن تمدد بها في الحقيقة  
5 فإن قوة صلابته ناقصة عن القوة التي تناله، والقوة التي تناله ناقصة عن القوة  
الأخرى، فقوة صلابته ناقصة عن القوة الأخرى، ونقصانها عنها محسوس؛  
فيجب أن يتمدد بالأخرى في الحس، ولكنه لا يتمدد بها فيه، وهذا محال.  
فلا يتمدد بالقوة التي تناله في الحقيقة. وتتحرك النقطة والدائرة والمجموعان  
المطابقة لنقطة  $\overline{ب}$  ودائرة  $\overline{م}$  ومجموع خطي  $\overline{ن س}$   $\overline{ن ع}$  ومجموع قوس  $\overline{ي ف}$   
10 وخط  $\overline{ف ص}$  وقوس  $\overline{م ص}$  وخط  $\overline{م ن}$  حتى تطابق نقطة  $\overline{ط}$  ودائرة  $\overline{ق}$  ومجموع  
خطي  $\overline{ر ش ر ت}$  ومجموع قوس  $\overline{ي خ}$  وخط  $\overline{خ ذ}$  وقوس  $\overline{ق ذ}$  وخط  $\overline{ق ر}$ ، كل  
واحد نظيره. /

ت - ١٦ - ط

### ﴿الرسم المتصل للقطع الناقص﴾

... ﴿وزاوية﴾ /  $\overline{س وق}$  مثل زاوية  $\overline{ز أ ص}$ ، قوس  $\overline{س ق}$  مثل قوس  
15  $\overline{ز ص}$ ، وخط  $\overline{و ف}$  مواز لخط  $\overline{ج ع}$ ، وخط  $\overline{و س}$  مواز لخط  $\overline{أ ز}$ ، وخط  $\overline{أ ز}$   
مواز لخط  $\overline{ج ط}$ ، فخط  $\overline{و س}$  مواز لخط  $\overline{ج ط}$ ، فزاوية  $\overline{س و ف}$  مثل زاوية  
 $\overline{ط ج ع}$ ، قوس  $\overline{س ف}$  مثل قوس  $\overline{ط ع}$ ، قوس  $\overline{ف ق}$  مثل مجموع قوسي  
 $\overline{ز ص ط ع}$ ، ومجموع قوسي  $\overline{ح ص ي ع}$  مشترك، فمجموع قوسي  $\overline{ح ص}$   
 $\overline{ف ق ي ع}$  مثل مجموع نصفي دائرتي  $\overline{ز ط}$ . فمجموع قوس  $\overline{ح ص}$  وخط  $\overline{ص ق}$   
20 وقوس  $\overline{ف ق}$  وخط  $\overline{ع ف}$  وقوس  $\overline{ي ع}$  مثل مجموع خطي  $\overline{أ و ج}$  ونصفي دائرتي

11 قوس : قوسي.

- ز ط . وكذلك نبيّن أن مجموع قوس ح م وخط م ن وقوس ك ن وخط ك ل وقوس ي ل مثل مجموع خطي ا ب ب ج ونصفي دائرتي ز ط . ولأن زاوية ه ا و مثل زاوية ا ه و ، فخط ا و مثل خط ه و ، فمجموع خطي ا و ج و مثل خط ج ه . وخط ج ه مثل خط ج د ، وخط ج د مثل مجموع خطي ا ب ب ج . فمجموع خطي ا و ج و مثل مجموع خطي ا ب ب ج ، فمجموع خطي ا و ج ونصفي دائرتي ز ط مثل مجموع خطي ا ب ب ج ونصفي دائرتي ز ط . فإذا ن مجموع قوس ح ص وخط ص ق وقوس ق وخط ق وخط ع ف وقوس ي ع مثل مجموع قوس ح م وخط م ن وقوس ك ن وخط ك ل وقوس ي ل . وخط ا و أعظم من خط ا ب ، لأنه إن لم يكن أعظم منه فإما أن يكون مثله أو أصغر منه . فإن كان خط ا و مثل خط ا ب فلأن مجموع خطي ا و ج و مثل مجموع خطي ا ب ب ج ، فخط ج د و مثل خط ب ج ، وقد التقيا مع خطي ا و ا ب على نقطتي و ب في جهة واحدة ، وهذا محال . وإن كان خط ا و أصغر من خط ا ب ، فلأن مجموع خطي ا و ج و مثل مجموع خطي ا ب ب ج ، فخط ج د وأعظم من خط ب ج ؛ ونصل خط ب و ، فزاوية ج ب و وأعظم من زاوية ب و ج ، وزاوية ا ب و أعظم من زاوية ج ب و ، وزاوية ب و ج أعظم من زاوية ا و ب ، فزاوية ا ب و أعظم من زاوية ا و ب ، فخط ا و أعظم من خط ا ب ، وكان أصغر منه ، وهذا محال . فخط ا و أعظم من خط ا ب .
- وكذلك نبيّن أن خط ب ج أعظم من خط ج و . ولأن خط ا و أعظم من خط ا ب وخط ا ب ليس بأصغر من خط ز ح وخط ز ح مثل مجموع خطي ا ز و س ، فخط ا و أعظم من مجموع خطي ا ز و س . فنصف دائرة ز

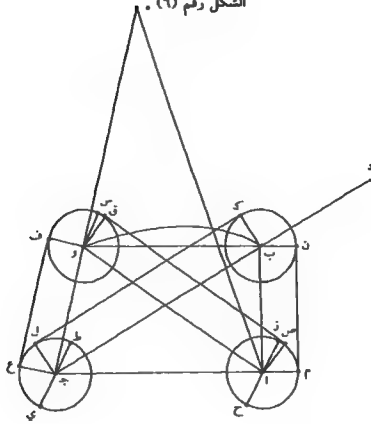
2 ز ط ز ط 6 ز ط 7 ز ط 12 و ب 13 14 ا و ... ب ج (الأولى) : اثبتنا التماسخ في الهامش مع بيان موضحها .



- ودائرة  $\overline{س}$  لا يلتقيان. ولأن خط  $\overline{ج و}$  ليس بأصغر من  $\overline{اب}$  وخط  $\overline{اب}$  ليس بأصغر من خط  $\overline{ز ح}$  وخط  $\overline{ز ح}$  مثل مجموع خطي  $\overline{ج ط و س}$ ، فخط  $\overline{ج و}$  ليس بأصغر من مجموع خطي  $\overline{ج ط و س}$ ، فنصف دائرة  $\overline{ط}$  ودائرة  $\overline{س}$  لا يتقاطعان. ولأن خط  $\overline{اب}$  ليس بأصغر من خط  $\overline{ز ح}$  وخط  $\overline{ز ح}$  مثل مجموع خطي  $\overline{از ب ك}$ ، فخط  $\overline{اب}$  ليس بأصغر من مجموع خطي  $\overline{از ب ك}$ ، فنصف دائرة  $\overline{ز}$  ودائرة  $\overline{ك}$  لا يتقاطعان. ولأن خط  $\overline{ب ج}$  أعظم من / خط  $\overline{ج و}$  وخط  $\overline{ج و}$  وليس بأصغر من خط  $\overline{اب}$ ، وخط  $\overline{اب}$  ليس بأصغر من خط  $\overline{ز ح}$ ، وخط  $\overline{ز ح}$  مثل مجموع خطي  $\overline{ج ط ب ك}$ ، فخط  $\overline{ب ج}$  أعظم من مجموع خطي  $\overline{ج ط ب ك}$ ، فنصف دائرة  $\overline{ط}$  ودائرة  $\overline{ك}$  لا يلتقيان.
- 10 ونُزل نصفي دائرتين ودائرة تطابق نصفي دائرتي  $\overline{ز ط}$  ودائرة  $\overline{ك}$  ولكن صعبة الثني، ومجموعاً يطابق قوس  $\overline{ح م}$  وخط  $\overline{م ن}$  وقوس  $\overline{ك ن}$  وخط  $\overline{ك ل}$  وقوس  $\overline{ل ي}$ ، وليكن / صعب التمدد، سهل الثني، وليتصل بنصفي الدائرتين ت ٢٠ - ١٠ المطابقتين لنصفي دائرتي  $\overline{ز ط}$  عند نقطتي  $\overline{ح ي}$ . ثم نُثبت نصفي الدائرتين المطابقتين لنصفي دائرتي  $\overline{ز ط}$  ونعتمد على النقطة المطابقة لنقطة  $\overline{ب}$  في جهة دائرة مركزها نقطة  $\overline{ج}$  من نقطة  $\overline{ب}$  إلى نقطة  $\overline{و}$ . وينبغي أن يكون نقصان القوة التي تنال الجسم السهل الثني عن قوة إذا نالته لم يتمدّد بها في الحس محسوساً، فلا يتمدّد بالقوة التي تناله في الحقيقة. وتحرك النقطة والدائرة والمجموع المطابقة لنقطة  $\overline{ب}$  ودائرة  $\overline{ك}$  ومجموع قوس  $\overline{ح م}$  وخط  $\overline{م ن}$  وقوس  $\overline{ك ن}$  وخط  $\overline{ك ل}$  وقوس  $\overline{ل ي}$  حتى تطابق نقطة  $\overline{و}$  ودائرة  $\overline{س}$  ومجموع قوس  $\overline{ح ص}$  وخط  $\overline{ص ق}$  وقوس  $\overline{ق ف}$  وخط  $\overline{ع ق}$  وقوس  $\overline{ي ع}$ ، كل واحد نظيره. ويحدث 20 من حركة هذه النقطة ممراً وليكن  $\overline{ب و}$ .

١ س - ٢ د - ١٠ دائرتين : دائرتي - ١4 المطابقة : أثبتنا التماس في الملامح مع بيان موضعها.

الشكل رقم (٦) .

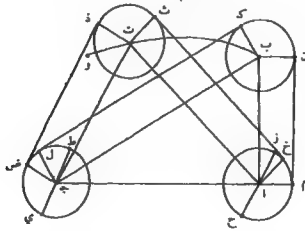


ثم نُثَبِّتَ خطَ  $\overline{أج}$  ونُدِيرُ حوله ممرَّبَ  $\overline{و}$  حتى تقطع نقطة  $\overline{ب}$  قوس  $\overline{ب ر}$  ونقطة  $\overline{و}$  قوس  $\overline{وش}$ ، ويحدث بسيط  $\overline{ب ش}$ ، فنجعل وجه مرآة تُحاكي نفطني  $\overline{آ ج}$ ، ونُقرَّ الجسم المضيء في موضع نقطة  $\overline{ج}$ ، وينبغي أن يكون ضوءه - إذا انعكس من جميع بسيط  $\overline{ب ش}$  إلى نقطة  $\overline{آ}$  - أحرقَ عندها،  
 5 ثم نُقرَّ الجسم المضيء في موضع نقطة  $\overline{ج}$ . أقول : إن ضوء الجسم ينعكس من جميع بسيط  $\overline{ب ش}$  إلى نقطة  $\overline{آ}$  فيُحرق عندها.

برهان ذلك : أنا نُزِلُ على ممرَّب  $\overline{و}$  نقطة  $\overline{ت}$ . فلأنه / لما تحركت النقطة  $\overline{ت}$  - ٣ - و  
 والدائرة والمجموع، التي طابقت نقطة  $\overline{ب}$  ودائرة  $\overline{ك}$  ومجموع قوس  $\overline{ح م}$  وخط  
 $\overline{م ن}$  وقوس  $\overline{ك ن}$  وخط  $\overline{ك ل}$  وقوس  $\overline{ي ل}$  طابقت نظائرها عند نقطة  $\overline{ت}$  قبل

أن تطابق نظائرها عند نقطة و. فليكن نظائرها التي طابقتها عند نقطة ت،  
نقطة ت ودائرة ت ومجموع قوس ح خ ونقط ت خ وقوس ت ذ ونقط ذ ض  
وقوس ي ض. فمجموع قوس ح خ ونقط ت خ وقوس ت ذ ونقط ذ ض  
وقوس ي ض مثل مجموع قوس ح م ونقط م ن وقوس ك ن ونقط ك ل وقوس  
5 ي ل. ونصل خطي ات ج ت فمجموع قوس ح خ ونقط ت خ وقوس ت ذ  
ونقط ذ ض وقوس ي ض مثل مجموع خطي ات ج ت ونصبي دائرتي ز ط.  
ومجموع قوس ح م / ونقط م ن وقوس ك ن ونقط ك ل وقوس ي ل مثل ت. ٣ - ط  
مجموع خطي اب ب ج ونصبي دائرتي ز ط. فمجموع خطي ات ج ت  
ونصبي دائرتي ز ط مثل مجموع خطي اب ب ج ونصبي دائرتي ز ط.  
10 فمجموع خطي ات ج ت مثل مجموع خطي اب ب ج.

للشكل رقم (٧)



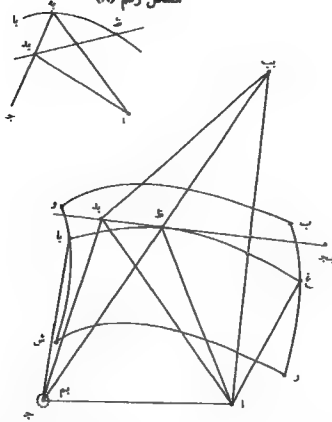
وننزل على بسيط ب ش نقطة ط، ونخرج سطح ا ج ط، ولنجعل في  
بسيط ب ش رسم غ با، ونصل خطي ا ط ج ط، ونخرج خط ط ب ب على  
استقامة خط ج ط، ونقسم زاوية ا ط ب نصفين بخط ب ج ط بد، فنخط

2 نقطة ت: فوق السطر / ح خ: ح خ - 6 ج ت: فوق السطر.

بجـ بد يماس رسم غـ با على نقطة ظـ ، لأنه إن لم يماس عليها فليقطعها عليها .  
 ونصل خطي آـ جـ با ، فلا بد من أن ينتهي من خط بجـ بد إلى نقطة ظـ  
 جزء يكون داخل سطح آبا . ونترنل على هذا الجزء نقطة بد ، ونجعل خط  
ظـ بب مثل خط آظـ ، ونصل خطي آبد بب بد ، فخط ظـ بد صلح مشترك  
 5 لثلاثي آظـ بد ظـ بب بد ، وزاوية آظـ بد مثل زاوية بب ظـ بد ، لأن زاوية  
آظـ بجـ مثل زاوية بب ظـ بجـ فخط بب بد مثل خط آبد : ونصل خط  
جـ بد ، فمجموع خطي آبد جـ بد مثل مجموع خطي بب بد جـ بد ، ومجموع  
 خطي بب بد جـ بد أعظم من خط جـ بب ، وخط ظـ بب مثل خط آظـ ،  
 فخط جـ بب مثل مجموع خطي آظـ جـ ظـ ، فمجموع خطي آبد جـ بد  
 10 أعظم من مجموع خطي آظـ جـ ظـ . وليلق خط جـ بد رسم غـ با على نقطة  
به ، ونصل خط آبه . فلأن رسم بـ ويطابق رسم / غـ با ونقطتي آ جـ ت - د - و  
 مشتركان لهما ، ومجموع خطي آب جـ بد مثل مجموع خطي آت جـ ت ،  
 فمجموع خطي آظـ جـ ظـ مثل مجموع خطي آبه جـ به . فإذا مجموع خطي  
آبد جـ بد أعظم من مجموع خطي آبه جـ به ، ولكنه أصغر منه ، وهذا محال .  
 15 فخط بجـ بد يماس رسم غـ با على نقطة ظـ . ولا يماس رسم غـ با على نقطة ظـ  
 خط مستقيم غير خط بجـ بد .

5 آظـ بد مثل زاوية : أثبتنا التماس في المماس مع بيان موضهما - 6 ظـ بجـ فخط بب بد : أثبتنا التماس في  
 المماس مع بيان موضهما - 16 بجـ بد : بي بد .

الشكل رقم (٨)

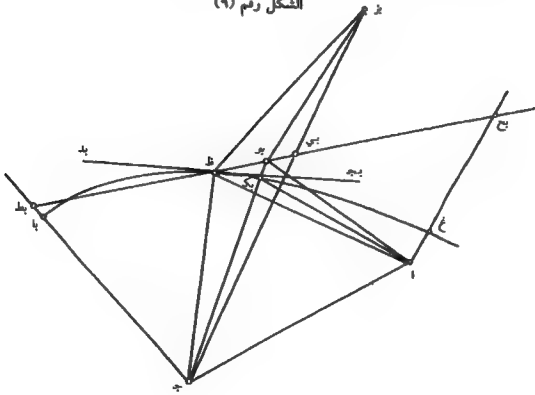


لأنه إن ماسه عليها خطاً مستقيم غيره ، فليكن ذلك الخط  $\overline{ظ بو}$  . ونجعلُ  
زاوية  $\overline{بوز}$  مثل زاوية  $\overline{اظ بو}$  ، ونخط  $\overline{ظ بز}$  مثل خط  $\overline{اظ}$  ، ونصل خط  
 $\overline{ج بز}$  ، وليلقِ خط  $\overline{ظ بو}$  خط  $\overline{اغ}$  على نقطة  $\overline{بح}$  ، ونخط  $\overline{ج با}$  على نقطة  $\overline{بط}$  ،  
ونخط  $\overline{ج بز}$  على نقطة  $\overline{بي}$  فلا بد من أن ينتهي / من خط  $\overline{ظ بو}$  إلى نقطة  $\overline{ظ ت - ع - ط}$   
جزء يكون خارج سطح  $\overline{ابا}$  .

وننزل على هذا الجزء نقطة تكون بين نقطة  $\overline{ظ}$  ونقطة  $\overline{بي}$  وإحدى نقطتي  
 $\overline{بح بط}$  ، ولتكن  $\overline{بو}$  . ونصل خطي  $\overline{ابو بو بز}$  . فلأن خط  $\overline{ظ بز}$  مثل خط  $\overline{اظ}$   
ونخط  $\overline{ظ بو}$  ضلع مشترك لثلاثي  $\overline{ظ بو بز}$  و  $\overline{ظ بو اظ}$  و زاوية  $\overline{بوز}$  مثل زاوية  
 $\overline{اظ بو}$  ، فنخط  $\overline{بوز}$  مثل خط  $\overline{ابو}$  . ونصل خط  $\overline{ج بو}$  . فمجموع خطي  $\overline{ابو}$   
10  $\overline{ج بو}$  مثل مجموع خطي  $\overline{بو بز ج بو}$  . ولأن نقطة  $\overline{بو}$  داخل مثلث  $\overline{ج ظ بز}$  ،

فمجموع خطي بو بز بو أصغر من مجموع خطي ظ بز ج ظ . ولأن خط ظ بز  
 مثل خط اظ فمجموع خطي ظ بز ج ظ مثل مجموع خطي اظ ج ج ظ .  
 وليقل خط ج بو رسم / غ با على نقطة بـك . ونصل خط ا بـك ، فمجموع ت . ه . و  
 خطي اظ ج ج ظ مثل مجموع خطي ا بـك ج بـك ، فإذاً مجموع خطي ا بو  
 ج بو أصغر من مجموع خطي ا بـك ج بـك ، ولكنه أعظم منه ، وهذا محال .  
 5 فليس يُماس رسم غ با على نقطة ظ خط مستقيم غير خط بـجـد .

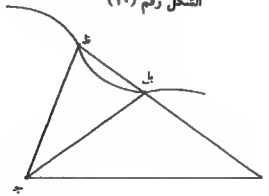
الشكل رقم (٩)



ونُخرج على خط بـجـد سطحاً قائماً على سطح ا ج ظ فيماس بسيط  
 بـش على نقطة ظ ، ولا يماسه عليها سطح مستوي غيره ، لئلا ما يتنا فيما تقدم .  
 وزاوية ج ظ بد مثل زاوية بب ظ بـج ، وزاوية بب ظ بـج مثل زاوية

ا ط ب ج ، فزاوية ج ط بد مثل زاوية ا ط ب ج ، وخطا ا ط ج ط لا يلتقيان  
 بسيط ب ش على غير نقطة ط ، لأنها إن لقياه على غيرها فسيلقيان رسم  
 غ با على غير نقطة ط ، فليلقياه على نقطة بل . ونصل خط ا بل . فلأن نقطتي  
 ط بل على رسم غ با ، فمجموع خطي ا بل ج بل مثل مجموع خطي ا ط  
 ج ط ، ولكنه اصغر منه ، وهذا عا . فخطا ا ط ج ط لا يلتقيان بسيط ب ش . ه . ط  
 ب ش على غير نقطة ط . ويلقى خط ج ط الجسم المضيء على نقطة بم ،  
 فضوء نقطة بم يخرج على خط ط بم إلى نقطة ط وعلى خط ا ط إلى نقطة  
 آ . وكذلك سائر النقط المتزلة على بسيط ب ش ، فضوء الجسم ينعكس من  
 جميع بسيط ب ش إلى نقطة آ فيحرق عندها ، وذلك ما أردنا أن نبين .

الشكل رقم (١٠)

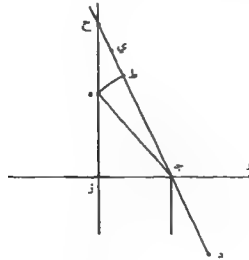


## 10 &lt; العلامة المسطحة المحدبة &gt;

وإن كان الإحراق بضوء ينفذ في آلة ، فإننا نعلم إلى قطعة بلور تنتهي إلى  
 سطح مستوي ، وليكن ج . وينبغي أن تكون بقدر الحاجة ، وأجزاءها في الصفاء  
 متشابهة . ونستخرج خطين ينفذ الضوء على أحدهما في البلور ، وليكن ج د

ا يلتقيان : يلتقيان - 3 يلتقيان : يلتقيان. هذا الشكل ليس في المخطوطة.

وينعطفُ على الآخر في الهواء، وليكن ج هـ. ونُخرج سطح ج د هـ، وليكن  
 الفصلُ المشتركُ بينه وبين سطح ج هـ خطاً وج ز، فزاويتا د ج و هـ ج ز  
 حادثان، وأصغرُهما زاوية هـ ج ز، ونُخرج خطاً ج ح على استقامة خط ج د  
 ونُنزل على خط ج ح نقطة ح ونُخرج خط ز ح قائماً على خط ج ز، وليلق  
 5 خط ج هـ على نقطة هـ، فنُخط ج هـ أصغرُ من خط ج ح. ونفصلُ من خط  
 ج ح خطاً ج ط مثل خط ج هـ، ونقسم ح ط نصفين على نقطة ي، ونجعل  
 نسبة خط ا ك إلى خط ا ب كنسبة خط ج ط إلى خط ج ي ونخرجُ خط ب ل  
 على استقامة خط ا ب ونجعله مثل خط ب ك. فلما أن تكون الأضواء  
 الخارجة من نقطة على وجه المضيء / إلى جوانب الآلة متوازية في الحس أو ت ٦- و  
 10 لا تكون متوازية فيه. الشكل رقم (١١)



ا ب ك د هـ ز

9 المضيء: الخفي. 10 المضيء: الخفي. 11 المضيء: الخفي.

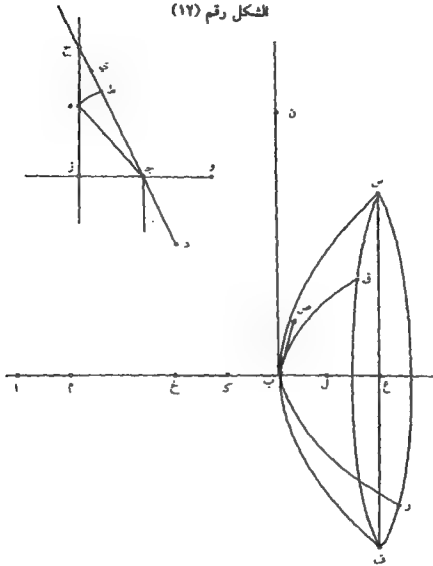


فإن كانت الأضواء الخارجة من نقطة على وجه المضيء إلى جوانب الآلة متوازية في الحس فإما أن يكون الإحراق على مسافة قريبة أو غير قريبة، فإن كان الإحراق على مسافة قريبة فإننا نجعل خط  $\overline{ب م}$  مثل خط  $\overline{ا ك}$  ونخرج خط  $\overline{ب ن}$  قائماً على خط  $\overline{ا ب}$ ، ونجعل سطح  $\overline{ب ن}$  في  $\overline{ب م}$  أربعة أمثال سطح  $\overline{ب ل}$  في  $\overline{ل م}$ . ونحذف قطعاً زائداً سهمه خط  $\overline{ب م}$  وضلع سهمه خط  $\overline{ب ن}$  يبتدىء من نقطة  $\overline{ب}$  وينتهي إلى نقطة  $\overline{س}$ ، ونخرج خط  $\overline{س ع}$  قائماً على خط  $\overline{ب ل}$ ، ونثبت خط  $\overline{ب ع}$  وندير حوله السطح الذي يحيط به قطع  $\overline{ب س}$  وخط  $\overline{ب ع}$  حتى تقطع نقطة  $\overline{س}$  دائرة  $\overline{س ف}$  ويحدث مجسم  $\overline{ب س}$ ، فنحزط مثله مع هدفين يلي أحدهما دائرة  $\overline{س ف}$  وفي وسطه ثقب 10 تحيط به دائرة، يلي الآخر نقطة  $\overline{ب}$  وفي وسطه دائرة يوافقها ضوء الشمس النافذ من الثقب إليها، ويكون الخط المائل بمركزي الدائرتين موازياً لخط  $\overline{ب ل}$  من نفس الجوهر الذي اعتبرنا به، ونترل في أحد الهدفين فضلاً لتسميكة به ونجعله، سوى الهدفين فما فوقها. وينبغي أن يكون ضوء الشمس، إذا نفذ من جميع سطح  $\overline{ع}$  إلى جميع سطح  $\overline{ب}$ ، سوى موضع الهدفين فما فوقها، ومن جميع بسيط  $\overline{ب}$  سواء إلى نقطة  $\overline{آ}$ ، أحرق عندها. 15

ثم نحاذي به الشمس حتى ينفذ ضوءها من الثقب إلى الدائرة / أقول : ت - ٦ - ظ  
إن ضوء الشمس ينفذ من جميع سطح  $\overline{ع}$  إلى جميع بسيط  $\overline{ب}$  سوى موضع الهدفين فما فوقها ومن جميع بسيط  $\overline{ب}$  سواء إلى نقطة  $\overline{آ}$  فيحرق عندها.

5 ونحذف : ونحذف 17 سوى : سوا - 17-18 موضع ... مواضع : أثبتنا التاسع في الملامح مع بيان موضعها.

الشكل رقم (١٢)



برهان ذلك : أنا نُتزل على بسيط  $\overline{ب\ ن}$  نقطة، فإذا أن توافق نقطة  $\overline{ب\ و}$  وإما  
 ألا توافقها، فإن وافقت النقطة المتزلة نقطة  $\overline{ب\ و}$  فإننا نخرج على خط  $\overline{ب\ و}$   
 سطح  $\overline{ب\ و}$  قائماً على سطح  $\overline{ل\ ب\ ن}$  فهو يُماسُ بسيط  $\overline{ب\ و}$  على نقطة  $\overline{ب\ و}$ ؛  
 لأنه إن لم يُماسه عليها فليقطعه عليها، فلا بد من أن ينتهي من سطح  
 $\overline{ب\ و}$  إلى نقطة  $\overline{ب\ و}$  جزء يكون داخل مجسم  $\overline{ب\ و\ ف}$ . ونُتزل على هذا

الجزء نقطة  $\overline{ص}$  ونُخرج سطح  $\overline{ب ل ص}$  وليُحدث في بسيط  $\overline{ب}$  رسم  $\overline{ق ب ر}$ ، وفي سطح  $\overline{ع خط ق ر}$  وفي سطح  $\overline{ب ن ص}$  خط  $\overline{ب ص}$ . فلأن نقطة  $\overline{ص}$  داخل مجسم  $\overline{ب س ف}$  كما أنها على سطح  $\overline{ب ل ص}$ ، فهي داخل السطح الذي يحيط به رسم  $\overline{ق ب ر}$  وخط  $\overline{ق ر}$ . ولأن قطع  $\overline{ب س}$  زائد 5 وسهْمه  $\overline{ب ل}$ ، وهو يطابق رسم  $\overline{ب ق}$ ، وخط  $\overline{ب ل}$  مشترك لها، فرسم  $\overline{ب ق}$  قطع زائد، وسهْمه خط  $\overline{ب ل}$ ؛ فليس خط  $\overline{ب ص}$  قائماً على خط  $\overline{ب ل}$ . ولأن سطح  $\overline{ب ن ص}$  قائم على سطح  $\overline{ب ل ن}$  وخط  $\overline{ب ن}$  قائم على خط  $\overline{ب ل}$  فسطح  $\overline{ب ن ص}$  قائم على خط  $\overline{ب ل}$  فخط  $\overline{ب ص}$  قائم على خط  $\overline{ب ل}$ ، وهذا محال.

10 فسطح  $\overline{ب ن ص}$  بماس بسيط  $\overline{ب}$  على نقطة  $\overline{ب}$  ولا بماس بسيط  $\overline{ب}$

على نقطة  $\overline{ب}$  سطح مستوي غير سطح  $\overline{ب ن ص}$ . / ت - ٧ - و

لأنه إن ماسه عليها سطح مستوي غيره، فلأن هذا السطح يقطع سطح  $\overline{ب ن ص}$  على نقطة  $\overline{ب}$  فلا بد من أن يقطع أحد خطي  $\overline{ب ن ص}$ . فليكن ذلك الخط  $\overline{ب ص}$  والفصل المشترك بين هذا السطح وبين سطح قطع  $\overline{ق ر}$  15 خط  $\overline{ب ش}$ . فلأن هذا السطح بماس بسيط  $\overline{ب}$  على نقطة  $\overline{ب}$  فخط  $\overline{ب ش}$  بماس قطع  $\overline{ق ب ر}$  على نقطة  $\overline{ب}$ ، وكذلك خط  $\overline{ب ص}$ ، وهذا محال، فلا

بماس بسيط  $\overline{ب}$  على نقطة  $\overline{ب}$  سطح مستوي غير سطح  $\overline{ب ن ص}$ . / ت - ٧ - ط

وخط  $\overline{أ ع}$  لا يلقى بسيط  $\overline{ب}$  على غير نقطة  $\overline{ب}$  لأنه إن لقيه على غيرها فليحدث سطح  $\overline{ب س ع}$  في بسيط  $\overline{ب}$  رسم  $\overline{ب ق}$ ، فسيلقى خط  $\overline{أ ع}$  رسم 20  $\overline{س ب ف}$  - وهو قطع زائد سهْمه خط  $\overline{ب ل}$  - على غير نقطة  $\overline{ب}$ ، وهذا محال، فخط  $\overline{أ ع}$  لا يلقى بسيط  $\overline{ب}$  على غير نقطة  $\overline{ب}$ .

ولأننا قد حاذينا بقطعة البلور الشمس حتى نفذ ضوءها من الثقب إلى  
الدائرة فقد خرج ضوء نقطة على وجه الشمس على الخط المتصل بين مركزي  
الثقب والدائرة ، والخط المتصل بينها مواز لخط  $\overline{ب ل}$  ، فضاء تلك النقطة  
يخرج في الهواء على استقامة خط  $\overline{ب ع}$  إلى نقطة  $\overline{ع}$  ، وهذا الخط / قائم على ت . ٨ - ر .  
٥ سطح  $\overline{ع}$  فضوءها ينفذ في البلور على خط  $\overline{ب ع}$  وهو لا يلتقي بسيط  $\overline{ب}$  على غير  
نقطة  $\overline{ب}$  ، فيلقي به غير البلور ، فتبين أنه يصل فيه إلى نقطة  $\overline{ب}$  ، وخط  $\overline{ب ع}$   
قائم على السطح الذي يماس بسيط  $\overline{ب}$  على نقطة  $\overline{ب}$  ولا يماسه عليها غيره ،  
فضوءها ينفذ في الهواء على خط  $\overline{ا ب}$  وهو لا يلتقي بسيط  $\overline{ب}$  على غير نقطة  $\overline{ب}$  ،  
فيلقي به غير الهواء ، فبين أنه يصل فيه إلى نقطة  $\overline{آ}$  .

١٥ وإن لم يوافق النقطة المتزلة نقطة  $\overline{ب}$  ، فلنكن ت ونخرج سطح  $\overline{ب ل ت}$   
وليحدث في بسيط  $\overline{ب}$  رسم  $\overline{ت ب خ}$  ، فهو قطع زائد ، وسهمه خط  $\overline{ب ل}$   
وضلع سهمه مثل خط  $\overline{ب ن}$  . ونصل خطي  $\overline{ا ت ل ت}$  ونقسم زاوية  $\overline{ا ت ل}$   
نصفين بخط  $\overline{ت ذ}$  ، فهو يماس قطع  $\overline{ت ب خ}$  . ونخرج على خط  $\overline{ت ذ}$  سطحاً  
قائماً على سطح  $\overline{ب ل ت}$  ، فهو يماس بسيط  $\overline{ب}$  على نقطة / ت ولا يماسه ت . ٨ - ٥ .  
١٥ عليها سطح مستوي غيره لمثل ما كنا بينا . ولأن سطح  $\overline{ب ن}$  في  $\overline{ب م}$  أربعة أمثال  
سطح  $\overline{ب ل}$  في  $\overline{ل م}$  ، فزيادة خط  $\overline{ا ت}$  على خط  $\overline{ل ت}$  مثل خط  $\overline{ب م}$  .  
ونجعل خط  $\overline{ا ض}$  مثل خط  $\overline{ب م}$  ، فخط  $\overline{ت ض}$  مثل  $\overline{ل ت}$  . ونخرج خط  
 $\overline{ل ض}$  ويلتقي خط  $\overline{ت ذ}$  على نقطة  $\overline{ذ}$  ، فخط  $\overline{ت ذ}$  ضلع مشترك للثلاثي  
 $\overline{ت ذ ض ل ت}$  وذ زاوية  $\overline{ذ ت ض}$  مثل زاوية  $\overline{ل ت ذ}$  ، فزاوية  $\overline{ت ذ ض}$  مثل  
■ زاوية  $\overline{ل ذ ت}$  ، فخط  $\overline{ذ ض}$  قائم على خط  $\overline{ت ذ}$  ، فخط  $\overline{ذ ض}$  قائم على  
السطح المماس لبسيط  $\overline{ب}$  على نقطة ت . ونجعل نسبة خط  $\overline{ت ذ}$  إلى خط  $\overline{ظ ذ}$

١٥ ب ل ت : ب ل ت - ١٣ ت ذ (الأول) : ت ل .

- كنسبة خط ج ه إلى خط ج ح . فلأن زاوية ج ز ح قائمة ، وخط ج ه أصغر من خط ج ح ، فخط ت ذ أصغر من خط ظ . ونُحط حول نقطة ت يُعَد مثل خط ظ دائرة ، فستلقى الخط الخارج من نقطة ذ على استقامة خط ل ذ فلتلقه على نقطة غ ، ونصل خط ت غ ، فهو مثل خط ظ . فنسبة خط ت ذ إلى خط ت غ كنسبة خط ج ه إلى خط ج ح . ونخرج خط ت با موازاً لخط آل ، وليلق خط ل ض على نقطة با ، فثلث ت ض با شياً بمثلث آل ض فنسبة خط ت ض إلى خط ت با كنسبة خط ا ض إلى خط آل ، وخط ا ض مثل خط ب م ، وخط ب م مثل خط اك ، فخط ا ض مثل خط اك كما أن خط ج ه مثل خط ج ط . ونسبة خط اك إلى خط اب 10 كنسبة خط ج ط إلى خط ج ي وخط / ب ك مثل خط ب ل كما أن خط ت ط ي مثل خط ح ي ، فنسبة خط ا ض إلى خط آل كنسبة خط ج ه إلى خط ج ح ، فنسبة خط ت ض إلى خط با ت كنسبة خط ج ه إلى خط ج ح . وقد كانت نسبة خط ت ذ إلى خط ت غ كنسبة خط ج ه إلى خط ج ح ، فنسبة خط ت ذ إلى خط ت غ كنسبة خط ت ض إلى خط با ت ، 15 فنسبة خط ت ذ إلى خط ت ض كنسبة (خط) ت غ إلى خط ت با ، وخط ت ذ أصغر من خط ت ض ، فخط ت غ أصغر من خط ت با ، فنقطة غ بين نقطتي ذ با . وليلق خط ت با سطح ع على نقطة بب ، فخط ت بب قائم على سطح ع . ونخرج خط ت ب ج على استقامة خط ت ذ فزاوية بب ت ب ج حادة ، وهي مثل زاوية ذ ت با ، وزاوية ذ ت با أعظم من 20 زاوية ذ ت غ ، فزاوية بب ت ب ج أعظم من زاوية ذ ت غ ، وخطا ات ت بب لا يلتقيان بسيط ب على غير نقطة ت ، لأنها إن لقياه على غيرها



﴿الرمم المتصل للقطع الزائد﴾

- وإن كان الإحراق على مسافة غير قريبة، فإننا نعمل على خط  $\overline{آل}$  قوساً  
تقبل زاوية منفرجة، ولكن  $\overline{آمل}$ ، ونخط حول نقطة  $\overline{آ}$  يُبعد خط  $\overline{آك}$  دائرة.  
ولتلق قوس  $\overline{آمل}$  على نقطة  $\overline{م}$  ونُخرج خطي  $\overline{ل م}$  /  $\overline{آ م}$ ، فزاوية  $\overline{آمل}$  ت. ١٠- ر  
5 منفرجة، فزاوية  $\overline{ل م ن}$  حادة. ونجعل زاوية  $\overline{م ل س}$  مثل زاوية  $\overline{ل م ن}$ ،  
فزاوية  $\overline{م ل س}$  حادة، فخط  $\overline{م ن}$  يلتقي خط  $\overline{ل س}$ ، فليلقه على نقطة  $\overline{ن}$ .  
ونُخرج خط  $\overline{ع آف}$  قائماً على خط  $\overline{آب}$  ونجعل خط  $\overline{آع}$  مثل خط  $\overline{آف}$ .  
وينبغي ألا يكون كل واحد من خطي  $\overline{آب}$   $\overline{آك}$  أصغر من خط  $\overline{ع ق}$ . ونخط  
حول نقطة  $\overline{آ}$  يُبعد خط  $\overline{آع}$  نصف دائرة  $\overline{ع ف}$  ونُخرج خط  $\overline{ل ص}$  قائماً على  
10 خط  $\overline{آل}$  ونجعله مثل خط  $\overline{آع}$ ، ونُخرج خط  $\overline{ص ع ق}$ ، ونُزل عليه نقطة  $\overline{ق}$ ،  
ونُخرج خط  $\overline{ق ر}$  قائماً على سطح  $\overline{آل م}$  ونخط  $\overline{ب ش}$  قائماً على خط  $\overline{آب}$  وليلق  
خط  $\overline{ع ص}$  على نقطة  $\overline{ش}$ ، ونُزل على خط  $\overline{ع ش}$  نقطة  $\overline{ث}$  ونجعل خط  
 $\overline{ص ث}$  مثل خط  $\overline{ع ق}$  ونخط  $\overline{ث خ}$  قائماً على سطح  $\overline{آل م}$  ونجعله مثل خط  
 $\overline{ق ر}$ ، ونصل خط  $\overline{ر خ}$ ، ونخط حول نقطة  $\overline{ب}$  يُبعد  $\overline{ب ش}$  دائرة  $\overline{ش}$  ونُخرج  
15 خط  $\overline{ب ذ}$  على استقامة خط  $\overline{ب ش}$  وليلق دائرة  $\overline{ش}$  على نقطة  $\overline{ذ}$ ، ونصل خط  
 $\overline{ف ذ}$ ، ونُخرج خط  $\overline{ل ض}$  قائماً على خط  $\overline{ل ن}$  ونخط  $\overline{ظ آغ}$  موازياً لخط  
 $\overline{ل ض}$ ، وليلق نصف دائرة  $\overline{ع}$  على نقطة  $\overline{ظ}$  وينتم نصف دائرة  $\overline{ظ غ}$ ، ونخرج  
خط  $\overline{ظ با}$  قائماً على  $\overline{آظ}$  ونجعله مثل خط  $\overline{ع ق}$ ، ونخرج خط  $\overline{با بب}$  قائماً على  
سطح  $\overline{آل م}$  ونجعله مثل خط  $\overline{ق ر}$ ، ونجعل خط  $\overline{ل ض}$  مثل خط  $\overline{ل ص}$  / ت. ١٠- ظ  
20 ونُخرج خط  $\overline{ن ب ج}$  قائماً على خط  $\overline{ل ن}$  ونجعله مثل خط  $\overline{ل ص}$ ، ونُخرج خط

ض بـجـ بد ونجعله مثل خط ص ت. ونجعل خط ض به مثل خط ص ث،  
 ونخرج خط به يو قائماً على سطح ال م ونجعله مثل خط ث خ، ونصل خط  
 بـب يو ونخط حول نقطة ن يبعد خط ن بـجـ دائرة بـجـ، ونخرج خطي اـبـ  
 ن بـجـ قائمين على خط ا ن، وليقيا نصف دائرة ط ودائرة بـجـ على نقطتي بـزـ  
 5 بـجـ، ونصل خط بـزـبـجـ ونخط با به. فلان خط به يو مثل ث خ ونخط ث خ  
 مثل ق ر ونخط ق ر مثل خط با بـب فخط به يو مثل خط با بـب وهما قائمان  
 على سطح ال م، فخط بـب يو مثل خط با به. ونصل خطي ل به ا با. فلان  
 خط ض به مثل خط ص ث، ونخط ص ث مثل خط ع ق، ونخط ع ق  
 مثل خط ظ با، فخط ض به يو مثل خط ظ با. ولان خط ل ض مثل خط  
 10 ل ص ونخط ل ص مثل خط ا ع - لان سطح ا ص قائم الزوايا - ونخط ا ع  
 مثل خط ا ظ، فخط ل ض مثل خط ا ظ، وكل واحدة من زاويتي  
 ل ض به ا ظ با قائمة، فخط ل به يو مثل خط ا با، وزاوية ض ل به يو مثل زاوية  
 ظ ا با، ونخط ل ض مواز لخط ا ظ فخط ل به مواز لخط ا با وهو مثله  
 فخط با به يو مثل خط ا ل وسطح ا ص قائم الزوايا، فخط ا ل مثل خط ع ص  
 15 ونخط ص ث مثل خط ع ق فخط ع ص مثل خط ق ث ونخط ث خ مثل  
 خط ق ر وهما قائمان على سطح ال م، فخط ق ث / مثل خط ر خ، فإذا ت. 11 - و  
 خط بـب يو مثل خط ر خ.

ونخرج خط س بد قائماً على خط ل س، فسطح ن بد قائم الزوايا،  
 فخط بـجـ بد مثل خط ن س. ولان خط ا بـزـ مثل خط ن بـجـ وهما قائمان على  
 20 خط ا ن فخط ا ن مثل خط بـزـبـجـ، فيجموع خطي بـزـبـجـ بد مثل مجموع  
 خطي ا ن س. ولان زاوية م ل ن مثل زاوية ن م ل فخط ل ن مثل خط

6-5 بابه ... ق ر وسط : اثبتا التساوي للمماس - 19 د س : د ث - 21 د س : د ث.



مَ نَ ، فمجموع خطي مَ نَ سَ مثلُ خط لَ سَ ، وسطحُ لَ بَدَ قائم  
 الزوايا ، فخط لَ سَ مثلُ خط ضَ بَدَ وخط ضَ بَدَ مثلُ خط صَ تَ . ونُخرج  
 خط تَ بَطَ قائماً على خط أ بَ ، فسطحُ لَ تَ قائم الزوايا فخط صَ تَ مثل  
 خط لَ بَطَ ، وخط بَ لَ مثلُ خط بَ كَ ، فخط لَ بَطَ مثلُ مجموع خطي  
 5 بَ كَ بَ بَطَ ، فمجموع خطي مَ نَ سَ مثلُ مجموع خطي بَ كَ بَ بَطَ .  
 ونقطة أ مركز دائرة ك مَ ، فخط أ مَ مثلُ خط أ كَ ، فمجموع خطي أ نَ  
 سَ مثلُ مجموع خطي أ بَ بَ بَطَ وسطح بَ فَ قائم الزوايا ، فخط أ بَ  
 مثلُ خط فَ دَ وسطح بَ تَ قائم الزوايا ، فخط بَ بَطَ مثلُ خط شَ تَ ،  
 فمجموع خطي أ بَ بَ بَطَ مثلُ مجموع خطي فَ دَ شَ تَ . فإذا مجموع  
 10 خطي بَ زَ بَ بَ بَدَ مثلُ مجموع خطي فَ دَ شَ تَ ، وخطُ نَ بَ بَ موازٍ  
 لخط لَ ضَ وخط لَ ضَ موازٍ لخط أ طَ فخط نَ بَ بَ موازٍ لخط أ طَ ،  
 وخط نَ بَ بَ موازٍ لخط أ بَ زَ ، فزاوية بَ بَ نَ بَ / مثلُ زاوية طَ أ بَ زَ ، وخط  
 نَ بَ بَ مثلُ خط لَ ضَ ، وخطُ لَ ضَ مثلُ خط لَ صَ ، وخط لَ صَ مثل  
 خط أ عَ ، فخطُ نَ بَ بَ مثلُ خط أ عَ ، قوس بَ بَ بَ مثلُ قوس طَ بَ زَ ،  
 15 فمجموع قوسي غَ بَ بَ بَ بَ بَ مثلُ نصف دائرة طَ ، ونصف دائرة عَ طَ مثلُ  
 نصف دائرة عَ ، وخط أ عَ مثلُ خط بَ شَ ، فنصف دائرة عَ مثلُ نصف  
 دائرة شَ ، فمجموع قوسي غَ بَ بَ بَ بَ بَ مثلُ نصف دائرة شَ ، فمجموع قوس  
 غَ بَ زَ وخط بَ زَ بَ بَ بَ بَ بَ وخط بَ بَ بَ بَ بَ بَ مثلُ مجموع خط فَ دَ ونصف  
 دائرة شَ وخط شَ تَ . وخطُ أ نَ أعظمُ من خط أ بَ ، لأنه إن لم يكن  
 20 أعظمُ منه فلما أن يكون مثله أو أصغرُ منه . فإن كان خط أ نَ مثلُ أ بَ فلأن  
 مجموع خطي أ نَ سَ مثلُ مجموع خطي أ بَ بَ بَطَ ، فخطُ نَ سَ مثلُ  
 خط بَ بَطَ وخط لَ سَ مثلُ خط لَ بَطَ ، فخطُ لَ نَ مثلُ خط بَ لَ ،  
 فمجموع خطي أ نَ لَ نَ مثلُ خط أ لَ ، ولكنه أعظمُ منه ، وهذا محال . وإن

كان خط  $\overline{اَن}$  أصغر من خط  $\overline{اَب}$  فلأن مجموع خطي  $\overline{اَن}$   $\overline{ن}$  مثل مجموع خطي  $\overline{اَب}$   $\overline{ب}$  فخط  $\overline{ن}$   $\overline{س}$  أعظم من خط  $\overline{ب}$   $\overline{ب}$  وخط  $\overline{ل}$   $\overline{س}$  مثل خط  $\overline{ل}$   $\overline{ب}$  . فخط  $\overline{ل}$   $\overline{ن}$  أصغر من خط  $\overline{ب}$   $\overline{ل}$  ، فمجموع خطي  $\overline{اَن}$   $\overline{ل}$   $\overline{ن}$  أصغر من خط  $\overline{اَل}$  ، ولكنه أعظم منه ، وهذا محالٌ .

- 5 فخط  $\overline{اَن}$  أعظم من خط  $\overline{اَب}$  وخط  $\overline{اَب}$  ليس بأصغر من خط  $\overline{ع}$   $\overline{ف}$  وخط  $\overline{ع}$   $\overline{ف}$  مثل مجموع خطي  $\overline{اَع}$   $\overline{ن}$   $\overline{بج}$  فخط  $\overline{اَن}$  أعظم / من مجموع خطي  $\overline{اَع}$   $\overline{ن}$   $\overline{بج}$  ، فنصف دائرة  $\overline{ط}$  ودائرة  $\overline{بج}$  لا يلتقيان . وخط  $\overline{اَب}$  ليس بأصغر من خط  $\overline{ع}$   $\overline{ف}$  ، وخط  $\overline{ع}$   $\overline{ف}$  مثل مجموع خطي  $\overline{اَع}$   $\overline{ب}$   $\overline{ش}$  ، فخط  $\overline{اَب}$  ليس بأصغر من مجموع خطي  $\overline{اَع}$   $\overline{ب}$   $\overline{ش}$  فنصف دائرة  $\overline{ع}$  ودائرة  $\overline{ش}$  لا يتقاطعان .
- 10 ونُزل مجموعين ودائرة تطابق مجموع نصف دائرة  $\overline{ع}$  وخطي  $\overline{ع}$   $\overline{ق}$   $\overline{ر}$  ومجموع خطوط  $\overline{ل}$   $\overline{ص}$   $\overline{ث}$   $\overline{ث}$   $\overline{خ}$  ودائرة  $\overline{ش}$  ، ولكن نهايات أجسام صعبة الثني ومجموعاً يطابق مجموع خط  $\overline{ف}$   $\overline{ذ}$  ونصف دائرة  $\overline{ش}$  وخط  $\overline{ش}$   $\overline{ث}$  ، وليكن صعب التمدد سهل الثني وليتصل نصف الدائرة والخط المطابقين لدائرة  $\overline{ع}$  وخط  $\overline{ص}$   $\overline{ت}$  عند نقطتي  $\overline{ف}$   $\overline{ت}$  ، وخطاً يطابق خط  $\overline{ز}$   $\overline{خ}$  ، وليكن صعب التمدد سهل الثني وليتصل بالخطين المطابقين لخطي  $\overline{ق}$   $\overline{ر}$   $\overline{ث}$   $\overline{خ}$  عند نقطتي  $\overline{ز}$   $\overline{خ}$  . ثم نُثبت النقطتين المطابقتين لنقطتي  $\overline{اَل}$   $\overline{ل}$  ويعتمد على النقطة المطابقة لنقطة  $\overline{ب}$  في جهة دائرة مركزها نقطة  $\overline{ن}$  من نقطة  $\overline{ب}$  إلى نقطة  $\overline{ن}$  . وينبغي أن يكون نقصان القوة التي تنال كل واحدٍ من الجسمين السهلين الثني عن قوة إذا نالته لم يتمدّد بها في الحس محسوساً ، فلا يتمدّد بالقوة التي تناله في الحقيقة ، وتحرك النقطة والدائرة والمجموعات والخط ، المطابقة لنقطة  $\overline{ب}$  ودائرة  $\overline{ش}$  ومجموع خطوط  $\overline{ل}$   $\overline{ص}$   $\overline{ث}$   $\overline{ث}$   $\overline{خ}$  ومجموع نصف دائرة  $\overline{ع}$  وخطي

12 وليكن : ولكن - 17  $\overline{اَل}$  (الأول) :  $\overline{ل}$  .



- / ويحدث من حركة هذه النقطة ممراً، وليكن  $\overline{ب ن}$  ونصل خط  $\overline{ك ن}$ ، ت - ١٧ - و  
 فلأن خط  $\overline{أ ن}$  يمر بمركز دائرة  $\overline{ك م}$  فخط  $\overline{م ن}$  أصغر من خط  $\overline{ك ن}$  وخط  $\overline{م ن}$   
 مثل خط  $\overline{ل ن}$ ، فخط  $\overline{ل ن}$  أصغر من خط  $\overline{ك ن}$ ، وخط  $\overline{ب ل}$  مثل خط  
 $\overline{ب ك}$ ، ونصل خط  $\overline{ب ن}$ ، فهو ضلع مشترك للثلاثي  $\overline{ب ل ن}$   $\overline{ب ك ن}$ ، فزاوية  
 $\overline{ل ب ن}$  أصغر من زاوية  $\overline{ك ب ن}$ ، فزاوية  $\overline{ل ب ن}$  حادة، ونخرج خط  $\overline{ن بي}$   
 قائماً على خط  $\overline{أ ل}$ ، فخط  $\overline{ل بي}$  على استقامة خط  $\overline{أ ب}$ ، وخط  $\overline{ن بي}$  لا يليق  
 بمركب  $\overline{ن}$  على غير نقطة  $\overline{ن}$ ، لأنه إن لقيه على غيرها فليلقه على نقطة  $\overline{ب ك}$ ، فلأنه  
 لما تحركت النقطة والدائرة والمجموعات والخط التي طابقت نقطة  $\overline{ب}$  ودائرة  $\overline{ش}$   
 ومجموع خطوط  $\overline{ل ص ص ث ث خ}$  ومجموع نصف دائرة  $\overline{ع}$  وخطي  $\overline{ع ق ق ر}$   
 10 ومجموع خط  $\overline{ف ذ}$  ونصف دائرة  $\overline{ش ش}$  وخط  $\overline{ش ت}$  وخط  $\overline{ر خ}$  طابقت نظائرها  
 عند نقطة  $\overline{ب ك}$  قبل أن تطابق نظائرها عند نقطة  $\overline{ن}$ ، فليكن نظائرها التي طابقتها  
 عند نقطة  $\overline{ب ك}$  نقطة  $\overline{ب ك}$  ودائرة  $\overline{ب ل}$  ومجموع خطوط  $\overline{ل ب م ب م س ب ع}$   
 ومجموع نصف دائرة  $\overline{ب ف}$  وخطي  $\overline{ب ف ب ق ب ر}$  ومجموع قوس  $\overline{ب ص ب ش}$  وخط  
 $\overline{ب ش ب ت}$  وقوس  $\overline{ب ل ب ت}$  وخط  $\overline{ب ل ب ن}$  وخط  $\overline{ب ع ب ر}$ ، فمجموع قوس  $\overline{ب ص ب ش}$   
 15 وخط  $\overline{ب ش ب ت}$  وقوس  $\overline{ب ل ب ت}$  وخط  $\overline{ب ل ب ن}$  مثل مجموع خط /  $\overline{ف ذ}$  ونصف  
 دائرة  $\overline{ش ش}$  وخط  $\overline{ش ت}$ ، ونخرج خط  $\overline{ل ب ك ب ت}$  وخط  $\overline{ب ن ب ت}$  قائماً على خط  
 $\overline{ل ب ت}$ ، ونصل خط  $\overline{ب س ب ق}$ ، فلأن خط  $\overline{ب س ب ع}$  مثل خط  $\overline{ث خ}$ ، وخط  
 $\overline{ث خ}$  مثل خط  $\overline{ق ر}$  وخط  $\overline{ق ر}$  مثل خط  $\overline{ب ق ب ر}$ ، فخط  $\overline{ب س ب ع}$  مثل خط  $\overline{ب ق ب ر}$   
 وهما قائمان على سطح  $\overline{أ ل م}$  فخط  $\overline{ب س ب ق}$  مثل خط  $\overline{ب ع ب ر}$ ، وخط  $\overline{ب ع ب ر}$  مثل  
 20 خط  $\overline{ر خ}$  وخط  $\overline{ر خ}$  مثل <خط>  $\overline{أ ل}$ ، فخط  $\overline{ب س ب ق}$  مثل خط  $\overline{أ ل}$ ، ونصل

3 ل ن (الأول): آ - 6 - آ - 9 - ص ت: ص ت - 10 - وخط ش ت: أثبتنا التلخيص في المباحث  
 مع بيان موضعها - 12 - ب م ب س: ب م ب ن - 14 - ب م ب ر: ب م ب ر - 18 - 19 - ب م ب ر... مثل خط: أثبتنا التلخيص في  
 المباحث مع بيان موضعها.

خطي ل بس ابق وخطي ل ث اق فيطابق مثلث ل بم بس مثلث  
ل ص ت ومثلث ل ص ث مثلث اع ق ومثلث اع ق مثلث ابق بق،  
فيطابق مثلث ل بم بس مثلث ابق بق، فخط ل بس مثل خط ابق وخط  
بس بق مثل خط ال فخط ل بس مواز لخط ابق، وزاوية بم ل بس مثل  
زاوية بق ابق، فخط ابق مواز لخط ل بم. فمجموع قوس بص بش  
وخط بش بت وقوس بل بت وخط بل بن مثل مجموع خطي ابك بك بت  
ونصف دائرة بف لثل ما بينا فيما تقدم.

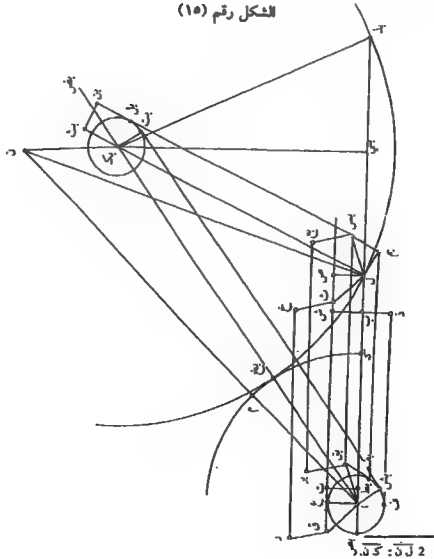
ومجموع خط ف د ونصف دائرة ش وخط ش ت مثل مجموع خطي ا ب  
ب بط ونصف دائرة ع، فمجموع خطي ا بك بك بت ونصف دائرة بف مثل  
مجموع خطي ا ب ب بط ونصف دائرة ع. ونصف دائرة بف مثل نصف دائرة  
ع، فمجموع خطي ا بك بك بت مثل مجموع خطي ا ب ب بط. ولين خط  
ابك دائرة ك م على نقطة بخ، فخط ابع مثل خط اك، فمجموع خطي  
بك بخ بك بت مثل مجموع ب ك ب بط. / ومجموع خطي ب ك ب بط ت. ١٨ - ١٩  
مثل خط ل بط، وخط ل بط مثل خط ص ت، وخط ص ت مثل خط  
١٥ بم بن، وخط بم بن مثل خط ل بت. فمجموع خطي بك بخ بك بت مثل  
خط ل بت، فخط بك بخ مثل خط ل بك. ويجعل خط بي بد مثل خط  
ل بي، ونصل خط بك بد. فلأن خط بك بي قائم على خط ل بد فخط  
بك بد مثل خط ل بك. ونحط حول نقطة بك يبعد ل بك دائرة، فتمر بنقطة  
ل بخ بد. ونخرج خط بك بض على استقامة خط ا بك، ولين دائرة ل على  
نقطة بض، فخط ل بك مثل خط بك بض، فمجموع خطي ا بك ل بك  
٢٠ مثل خط ا بض. وسطح ا بض في ابع مثل سطح ال في ا بد، فسطح  
مجموع خطي ا بك ل بك في ابع مثل سطح ال في ا بد. وكذلك نين أن

4 بس بق: يش بق - 15 ل بت: ل ب بت.

سطح مجموع خطي  $\overline{ان}$  في  $\overline{ام}$  مثل سطح  $\overline{ال}$  في  $\overline{ابد}$ . فسطح مجموع خطي  $\overline{ابك}$   $\overline{ل بك}$  في  $\overline{ابح}$  مثل سطح مجموع خطي  $\overline{ان}$   $\overline{ل ن}$  في  $\overline{ام}$ . وخط  $\overline{ابح}$  مثل خط  $\overline{ام}$ ، فمجموع خطي  $\overline{ابك}$   $\overline{ل بك}$  مثل مجموع خطي  $\overline{ان}$   $\overline{ل ن}$ . وخط  $\overline{ابك}$  أصغر من خط  $\overline{ان}$  لأنه أقرب إلى خط  $\overline{ابي}$  القائم على خط  $\overline{ن بي}$  من خط  $\overline{ان}$ ، فخط  $\overline{ل بك}$  أعظم من خط  $\overline{ل ن}$ ، وهو أقرب إلى خط  $\overline{ل بي}$  من خط  $\overline{ل ن}$ ، وهذا محال. /

ت - ١٨ - ط

الشكل رقم (١٥)



ت - ١٩ - ط







فخطُ  $\overline{\text{بغ}}$   $\overline{\text{جا}}$  يماسُ رَسَمَ  $\overline{\text{ن}}$   $\overline{\text{ب}}$  بظ على نقطة  $\overline{\text{ب}}$ . ولا يماسُ رَسَمَ  $\overline{\text{ن}}$   $\overline{\text{بظ}}$  / على نقطة  $\overline{\text{ب}}$  خطُ مستقيمٍ غيرُ خطِ  $\overline{\text{بغ}}$   $\overline{\text{جا}}$ . لأنه إن ماسه ت - ٢١ - و عليها خطُ مستقيمٍ غيرُهُ فلَيَماسُهُ عليها خط  $\overline{\text{ب جج}}$  بينه وبين خط  $\overline{\text{ل ب}}$ . فلأن زاوية  $\overline{\text{ل ب جا}}$  قائمةٌ، فزاويةُ  $\overline{\text{ل ب جج}}$  حادةٌ. ونخرجُ خطَّ  $\overline{\text{ل جد}}$  قائمًا على خطِ  $\overline{\text{جج ب}}$ ، فلا بد من أن ينتهي من خط  $\overline{\text{ب جج}}$  إلى نقطة  $\overline{\text{ب}}$  5 جزء يكون خارج السطح الذي يحيط به رَسَمَ  $\overline{\text{ن ب}}$  وخط  $\overline{\text{ن بظ}}$ . ونُترِل على هذا الجزء نقطة  $\overline{\text{جج}}$  ونصل خط  $\overline{\text{ل جج}}$ . فلأنه أقربُ إلى خط  $\overline{\text{ل جد}}$  القائم على خط  $\overline{\text{ب جد}}$  من خط  $\overline{\text{ب ل}}$  فخطُ  $\overline{\text{ل جج}}$  أصغرُ من خط  $\overline{\text{ب ل}}$ ، ونُخرجُ خطَّ  $\overline{\text{ا جج}}$  وليلقُ دائرةَ  $\overline{\text{ك}}$  على نقطة  $\overline{\text{ج}}$  ورَسَمَ  $\overline{\text{ن ب}}$  على نقطة  $\overline{\text{جو}}$  10 ونصلُ خط  $\overline{\text{ل جو}}$ ، فخط  $\overline{\text{ج}}$  جو مثل خط  $\overline{\text{ل جو}}$ ، فخط  $\overline{\text{جج ج}}$  أصغرُ من خط  $\overline{\text{ل جج}}$ . وخطُ  $\overline{\text{ل جج}}$  أصغرُ من خط  $\overline{\text{ب ل}}$ ، وخطُ  $\overline{\text{ب ل}}$  مثلُ خط  $\overline{\text{ب ك}}$  فخط  $\overline{\text{جج ج}}$  أصغرُ من خط  $\overline{\text{ب ك}}$ ، وخط  $\overline{\text{ا ج}}$  مثلُ خط  $\overline{\text{ا ك}}$ ، فجميعُ خطي  $\overline{\text{ا جج}}$   $\overline{\text{ل جج}}$  أصغرُ من خط  $\overline{\text{ا ل}}$ ، ولكنه أعظمُ منه، وهذا محال، فليس يماسُ رَسَمَ  $\overline{\text{ن ب}}$  بظ على نقطة  $\overline{\text{ب}}$  خطُ مستقيمٍ غيرُ خط 15  $\overline{\text{بغ}}$   $\overline{\text{جا}}$ .

ونُخرج على خطِ  $\overline{\text{بغ}}$   $\overline{\text{جا}}$  سطحاً مستوياً قائماً على سطح  $\overline{\text{ب ل}}$  ن فهو يماسُ بسيط  $\overline{\text{ب}}$  على نقطة  $\overline{\text{ب}}$  ولا يماسه عليها سطحٌ مستوٍ غيرُهُ لئلا ما يتنا فيما تقدم. ولا يلقى خطُ  $\overline{\text{ا ل}}$  بسيط  $\overline{\text{ب}}$  على نقطة غير نقطة  $\overline{\text{ب}}$  لأنه إن لقيه على غيرهما فسيلقى رَسَمَ  $\overline{\text{ن ب}}$  بظ / على غير نقطة  $\overline{\text{ب}}$ ، فينقسم به خط  $\overline{\text{ك ل}}$  نصفين على ت - ٢١ - ط 20 غير نقطة  $\overline{\text{ب}}$ ، وهذا محال، فلا يلقى خطُ  $\overline{\text{ا ل}}$  بسيط  $\overline{\text{ب}}$  على غير نقطة  $\overline{\text{ب}}$ .

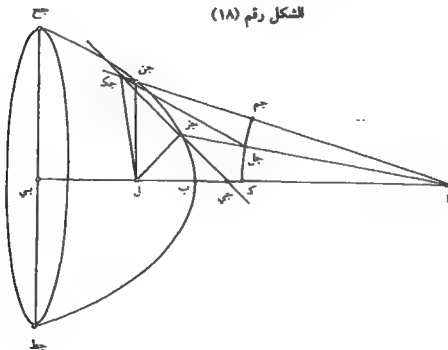
3 ل ب - جاب - 18 نقطة (الأولى): أثبتنا التامخ في اللامش ولكه أنخطأ في الإشارة إلى موضعها.



اجزجی مثل زاویۃ ل جزجی فخط جک جل مثل خط ل جک. ونصل  
خط ا جک، ونجعل خط ا جم منه مثل خط ا جل.

فلان خط ا ج ک أصغر من مجموع خطي ا ج ل ج ک ج ل، فخط ج ک ج م أصغر من خط ج ک ج ل. فخط ج ک ج م أصغر من خط ل ج ک. وليت خط ا ج ک رسم ج ح ب ج ط على نقطة ج ن، ونصل خط ل ج ن، فخط ج م ج ن أصغر من خط ل ج ن، ولكنه مثله، وهذا محال، فخط ج ن ج ک بماس رسم ج ح ب ج ط على نقطة ج ن.

الشكل رقم (١٨)



- ولا يماس رسم جع ب جط على نقطة جر خط مستقيم غير خط جي جك. لأنه إن ماسه عليها خط مستقيم غيره فليكن ذلك الخط جرجس، ونجعل زاوية جس جرجع مثل زاوية ل جرجس وخط جرجع مثل خط ل جر، ونخرج خطوط أجح أجط أجع. وليلق خط جرجس خط أجح على نقطة جف وخط أجط على نقطة جص وخط أجع على نقطة جق. فلا بد من أن ينتهي من خط جرجس إلى نقطة جزء يكون خارج السطح الذي يحيط به رسم جع ب جط وخط جع جط. ونزل على هذا الجزء نقطة تكون بين نقطة جر ونقطة جق وإحدى نقطتي جف جص ولتكن جس. ونصل خطي ل جس جس جع. فلأن خط جرجع مثل خط ل جر 10 ونخط جرجس ضلع مشترك لثلاثي جرجس جع ل جرجس، وزاوية جس جرجع مثل زاوية ل جرجس، فخط جس جع مثل خط ل جس. ونخط حول نقطة آ ببعد خط أجل دائرة جر وحول نقطة جر ببعد خط جرجل دائرة جش. فلأن كل واحد من خطي جرجل جرجع مثل خط ل جر، فخط جرجل مثل خط جرجع، فدائرة جش تمر بنقطتي جل جع، 15 وهي تماس دائرة جر على نقطة / جل. ونصل خط أجس، وليلق دائرة جر على نقطة جر ودائرة جش على نقطة جش، فخط جس جر أعظم من خط جس جش، وخط جس جش أعظم من خط جس جع لأن خط جس جش أقرب إلى خط جر جس المار بمركز دائرة جش من خط جس جع. وخط جس جع مثل خط ل جس، فخط جس جر أعظم من خط ل جس.

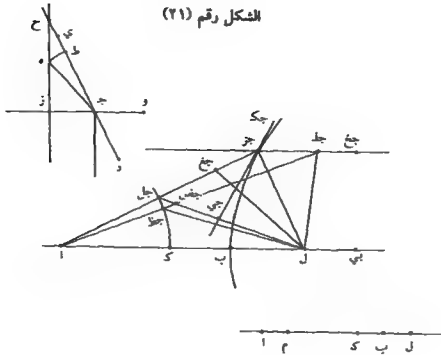
8 وليكن : ولكن - 16 جش : جس - 18 جش : جس.





ب ل، كما أن خط ط ي مثل خط ح ي، فنسبة خط ا جل إلى خط آل  
 كنسبة خط ج ه إلى خط ج ح. فنسبة خط جز جل إلى خط جز جث  
 كنسبة خط ج ه إلى خط ج ح. وليت خط ج جث سطح بي على نقطة  
 جث، فخط جث جث لا يلقى بسيط ب على غير نقطة جز. لأنه إن لقيه على  
 5 غيرها فسيلقي رسم جح ب خط على غيرها، فليلقه على نقطة جد. فلأن خط  
 جز جل مثل خط ل جز، فزاوية ل جل جز مثل زاوية جز ل جل، فزاوية  
 ل جل جز حادة، فزاوية ا جل ل منفرجة. ونصل خط ا جد، وليت خط  
 ل جل على نقطة جض، فخط ا جض أعظم من خط ا جل. ونفصل من  
 خط ا جض خط ا جظ مثل خط ا جل، فلأن خط ا جل مثل خط ا ك،  
 10 فخط ا جظ مثل خط ا ك. ونصل خط ل جد، فخط جد جظ مثل خط  
 ل جد. ونصل خط ل جظ، فلأن نقطة جظ داخل مثلث آل جل، فزاوية  
 ا جظ ل أعظم من زاوية ا جل ل، فزاوية ل جظ جد - وهي مثل زاوية  
 جد ل جظ - أصغر من زاوية ل جل جز، وهي مثل زاوية جز ل جل، فزاوية  
 جد ل جظ أصغر من زاوية جز ل جل، ولكنها أعظم منها، وهذا محال.

الشكل رقم (٢١)



فخط  $\overline{ج ز}$  لا يلقى بسيط  $\overline{ب}$  على غير نقطة  $\overline{ج ز}$ ، وخط  $\overline{ا ج ز}$  لا يلقى بسيط  $\overline{ب}$  على / غير نقطة  $\overline{ج ز}$ . لأنه إن لقيه على غيرها فسيبقى رسم ت - ٢٤ - ط  $\overline{ج ب ج ط}$  على غيرها، فليلقه على نقطة  $\overline{ج ز}$  ونصل خط  $\overline{ل ج ز}$  فخط  $\overline{ج ل ج ز}$  مثل خط  $\overline{ل ج ز}$ ، فخط  $\overline{ج ز ج ل}$  أعظم من خط  $\overline{ل ج ز}$ ، ولكنه مثله، وهذا حال.

فخط  $\overline{ا ج ز}$  لا يلقى بسيط  $\overline{ب}$  على غير نقطة  $\overline{ج ز}$ .  
 فصور الشمس يخرج على استقامة خط  $\overline{ج ز ج ز}$  إلى نقطة  $\overline{ج ز}$  وعلى خط  $\overline{ج ز ج ز}$  إلى نقطة  $\overline{ج ز}$  وعلى خط  $\overline{ا ج ز}$  إلى نقطة  $\overline{ا}$ . وكذلك سائر النقط المترلة على بسيط  $\overline{ب}$  سوى موضع الهدفين فما فوقهما. فصور الشمس ينقذ من جميع

---

3 ونصل خط  $\overline{ل ج ز}$  : أثبتنا التاسع في المثلث مع بيان موضعها.



سطح / بي إلى بسيط ب سوى موضع المحدثين فما فوقها. ومن جميع بسيط ت - ٢٥. و  
ب سواه إلى نقطة آ فيُحرق عندها. وذلك ما أردنا أن نبين.

### 〈العمدة المجدبة الوجهين〉

وإن لم يكن الأضواء الخارجة من نقطة على وجه المضيء إلى جوانب  
٥ الآلة متوازئة في الحس - وعلى ذلك كل ضوء يأتيها من الأماكن المطبقة بها  
- فإننا نحدّ رماً يتبدى من نقطة ب على ما قدّمنا وصفه، وليكن ب م،  
ونُترّل على استقامة خط آ ب نقطتي ن س، ونجعل نسبة خط ن ع إلى خط  
ن س كنسبة خط ج ط إلى خط ج ي، ونخط س ف مثل خط م ع،  
ونحدّ في سطح آل م رماً يتبدى من نقطة س على ما قدّمنا وصفه، وليكن  
١٥ س ص. ونُترّل على رسم ب م نقطة م ونصل خطي إم ل م ونقسم زاوية  
آ م ل نصفين بخط م ق فهو يماس رسم ب م ويلقى خط آ ب على نقطة ق  
ونجعل خط م ر مثل خط ل م، ونصل خط ل ر ويلقى خط م ق على نقطة  
ش، فزاوية ل ش ق قائمة، فزاوية ل ق ش حادة. ونُترّل على رسم س ص  
نقطة ص ونصل خطي ن ص ف ص، ونقسم زاوية ن ص ف نصفين بخط  
١٥ ص ت، فهو يماس رسم س ص، ويلقى خط ن س على نقطة ت، فزاوية  
ف ت ص حادة، فخط م ق يلقي خط ص ت، فليلقه على نقطة ت. فلأن  
رسم ب م لا يلقي خط ق ب على غير نقطة ب ولا خط ق ت على غير نقطة م  
فسيلقى خط ت ت ث فليلقه على نقطة / خ. ولأن رسم س ص لا يلقي خط ت - ٢٥. ٥  
ب ت على غير نقطة س ولا خط ت خ على غير نقطة ص فسيلقى رسم

6 نحدّ - نحدّ - 8 ونحدّ: ونحدّ - 9 آل م: آل.

بَ غَ ، فليلقه على نقطة دَ . ونُثِّبَ خط بَ سَ ونُدِيرَ حوله السطح الذي يحيط به وشبَّاه دَ سَ دَ وخط بَ سَ حتى تقطع نقطة دَ دائرة دَ ضَ ويحدث مجسم بَ دَ سَ ضَ فنخرط مثله من الجوهر الذي اعتبرناه ونجعله . وينبغي أن يكون ضوءه إذا نفذ من جميع بسيط دَ سَ ضَ إلى جميع بسيط دَ بَ ضَ 5 ومن جميع بسيط دَ بَ ضَ إلى نقطة آَ أحرق عندها . ثم نُقَرِّ الجسم المضيء في موضع نقطة نَ .

أقول : إنَّ ضوءَ الجسم ينفذ من جميع بسيط دَ سَ ضَ إلى جميع بسيط دَ بَ ضَ ومن جميع بسيط دَ بَ ضَ إلى نقطة آَ فيُحرق عندها .  
برهان ذلك : أنا نُزَلُّ على بسيط دَ سَ ضَ نقطة ، فإذا أن توافقت نقطة سَ أو لا توافقتها . 10

فإن وافقت النقطة المتزلة نقطة سَ فليلق خط نَ سَ الجسم المضيء على نقطة ظَ . فخط آَ ظَ لا يليق بسيط بَ دَ سَ ضَ على غير نقطتي بَ سَ ؛ فضاء نقطة ظَ يخرج على خط سَ ظَ إلى نقطة سَ وعلى خط بَ سَ إلى نقطة بَ وعلى خط آَ بَ إلى نقطة آَ .

15 وإن لم توافقت النقطة المتزلة نقطة سَ فلتكن غَ ، ونُخرج سطح بَ سَ غَ

وليحدث في مجسم دَ سَ ضَ رسم با سَ ببَ وفي مجسم دَ بَ ضَ رسم با بَ ببَ . ونُخرج خط غَ بجَ موازياً / لخط بَ سَ . فلأن خط غَ بجَ

ت - ٢٦ - و

لا يلقى خط بَ سَ ورسم سَ با على غير نقطة غَ فسيلقى رسم بَ با فليلقه على نقطة بجَ . ونصل خط نَ غَ وليت الجسم المضيء على نقطة بدَ و(نصل) خط

20 أبجَ ، فخطوط غَ بدَ غَ بجَ أبجَ لا تلق بسيط بَ دَ سَ ضَ على غير

نقطتي غَ بجَ . فضاء نقطة بدَ يخرج على خط غَ بدَ إلى نقطة غَ وعلى خط غَ بجَ إلى نقطة بجَ وعلى خط أبجَ إلى نقطة آَ ، وكذلك سائر النقط

13 سَ ظَ : سَ ضَ - 20 تلق : يلقى .



بلغنا المقابلة بالنسخة المنقولة عنها وكانت بخط أحمد بن أحمد  
 ابن جعفر الفُتَيْجَانِي. فرغ من تشكيكه علي بن يحيى بن محمد بن  
 أبي الشكر المغربي يوم الخميس حادي عشر ربيع الآخر سنة  
 تسعين وستائة : وصلى الله على سيدنا محمد وآله أجمعين.

## النص الثاني

## البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء

بسم الله الرحمن الرحيم  
وبه أستعين

ل - ١٣٢ - ط  
١ - ٩٣ - ر  
د - ٨٣ - ط

9

البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء استخرجه أبو  
سعد العلاء بن سهل عند تصفحه كتاب بطليموس في المناظر  
وأراد أن يضمنه جملة التصفح للمقالة الخامسة من هذا  
الكتاب.

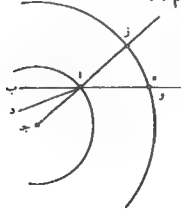
10 قال : ليكن كرة العناصر  $\overline{أ ب}$  ومركزها نقطة  $\overline{ج}$  وسطح الفلك  $\overline{ز ه}$  ، ونخرج  
سطح  $\overline{أ ب ج}$  وليكن الفصل المشترك بينه وبين سطح كرة  $\overline{أ ب}$  دائرة  $\overline{أ ب}$  .  
ونخرج خطي  $\overline{ج أ}$  و  $\overline{ج ب}$  . وليكن نقطة ثابتة في وجه كوكب يخرج ضوءها على  
خط  $\overline{أ ب}$  وهي نقطة  $\overline{و}$  . فنقطه  $\overline{و}$  في جانب خط  $\overline{أ ج}$  الذي فيه نقطة  $\overline{ه}$  لما بينته

سبق أن أشرنا إلى أن نسخة ١٥ يقصها كلت : ه نقطة و ه خط و شئ كل منها ، وإن ثبت هذا في ملاحق  
التحقيق بعد ذلك . - 5-4 ناقص [١] - 7 كتاب : لكتاب [١] د - 9-8 من هذا الكتاب : م [١] -  
10 قال : ناقصة [١] / كرة : كتبها أولاً دائرة ، قيل أن يثبتها فوقها [د] / ومركزها : على مركز [١] - 11 كرة :  
كتبها أولاً دائرة ، قيل أن يثبتها فوقها [د] - 12 ونخرج : مكررة [١] / ج أ ز : ج أ ه [١] ج أ ب [د] -  
13 نقطة ونقطه : ناقصة [١] .



وَعَلَى / خط آو لَو انعطف على خط آد أصنى مما يخرج فيه ضوء نقطة وَعَلَى ج - ٤٨ - ط  
خط آو إذا خرج على خط آب لا يَبْنِيه بطلميوس في المقالة المذكورة. لكن ما  
يخرج فيه ضوء نقطة وَعَلَى خط آو إذا خرج على خط آب هو الفلك. فإ  
يخرج فيه ضوء نقطة وَعَلَى خط آو لَو انعطف على خط آد هو أصنى من  
5 الفلك. وكل صافٍ هو ما في الوهم أصنى منه، فليس هو في غاية الصفاء، كما  
أن كل عظيم أو كبير يفوقه في الوهم أعظم أو أكبر منه، فليس هو في غاية  
العظم والكبر، فالفلك إذاً ليس هو في غاية الصفاء.

الشكل رقم (٢)



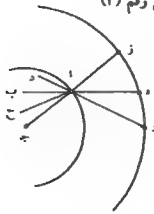
وإن كانت نقطة وَ في جانب خط آه الذي فيه نقطة جَ فإننا نصل خط  
آو ونخرجه على الاستقامة إلى نقطة دَ ونخرج خط آح بين خطي آج آب.  
10 فلأن خط آح أقرب إلى خط آج - وهو العمود الخارج من نقطة آ في  
العناصر على الفصل / المشترك بينها وبين الفلك - من خط آب وهو الذي ج - ٤٩ - و  
ينعطف عليه ضوء نقطة وَ في العناصر، فإذا بقيت العناصر على حالها فما يخرج

4 فيه : ناقصة [أ] / د / أو : ناقصة [أ] د / خط [الثانية] : ذكرها تاسخ [أ] على غير عادته - 5 ما في :  
ترجم في [أ] - كتب تاسخ [أ] كلمة في الملامح يبدو أنها متعلقة بهذه الأخيرة. وأصلها وله هو - 6 يفوقه : يفوق  
[أ] د - 8 فلان نصل : فنصل [أ] - 12 ز : ج [أ] د.

فيه ضوء نقطة وعلى خط آو لو انعطف على خط آح أصنى مما يخرج فيه ضوء نقطة وعلى خط آو إذا انعطف على خط آب لما يئنه بطلميوس في المقالة المذكورة. لكن ما يخرج فيه ضوء نقطة وعلى خط آو إذا انعطف على خط آب هو الفلك، فما يخرج فيه ضوء نقطة وعلى خط آو لو انعطف على خط آح هو أصنى من الفلك، فالفلك إذا ليس هو في غاية الصفاء. فالفلك على الوجه كلها ليس هو في غاية الصفاء. /

ل - ٤٩ - ظ

الشكل رقم (٣)



آخر ما وجدت من هذه المقالة وكتبته من خط القاضي ابن المرخم ببغداد، وذكر في آخره أنه كتبه وقابله من خط أبي علي بن الميثم رحمه الله، والحمد لله رب العالمين وصلواته على سيدنا نبيه محمد وآله أجمعين.

10

1 ضوء (الأولى): صورة [د] / عا: [د] - 2 على (الثانية): محمودة [أ] - 3 لكن: [إ] - 4 لما يخرج: محمودة [أ] - 5 أصنى: أصغر [د، ل] - 6 هو: ناقصة [ل] / الصفاء: يتبينها في [أ] ، تحت الرسالة - 8 ين: لين [د] - 7 - 10 ناقص [أ] ، وتجد في [ل] «فالحمد لله وصلواته (وصلو في المخطوطة) على سيدنا محمد، بلغت للقبلة (الماء في المخطوطة) وصح، فالحمد لله رب العالمين وصلواته (صلوات في المخطوطة) على سيدنا محمد النبي وآله الطاهرين».



النص الثالث

## في خواص القطوع الثلاثة

١٣٩ - ط

بسم الله الرحمن الرحيم  
في خواص القطوع الثلاثة

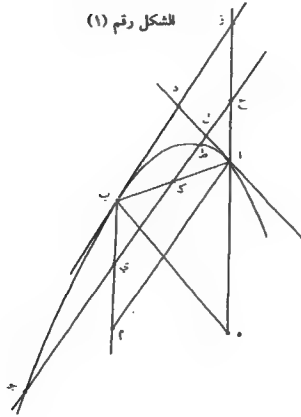
5

استخراج الملاء بن سهل  
أطال الله بقاءه

آ

إذا كان قطع  $\overline{أ ب ج}$  مكافئاً لخط  $\overline{أ د ب د}$  بماسانه فإنني أقول : إنه إن  
 ١٥ أُخرج قطره  $\overline{أ ز}$  وخط  $\overline{د ز}$  على استقامة خط  $\overline{د ب}$  حتى يلتقيا على نقطة  $\overline{ز}$  كان  
 خط  $\overline{ز د}$  مساوياً لخط  $\overline{د ب}$ .  
 برهانه : أنا نخرج خط  $\overline{ب ه}$  موازياً لخط  $\overline{د أ}$  ، فلأنه على ترتيب وخط  
 $\overline{ز ب}$  مماس القطع ، فخط  $\overline{ه أ}$  مساوٍ لخط  $\overline{أ ز}$  . لكن خط  $\overline{أ د}$  موازٍ لخط  
 $\overline{ه ب}$  ، فخط  $\overline{ب د}$  مساوٍ لخط  $\overline{د ز}$  .

الشكل رقم (١)



ب

وأقول : إنه إن وُصل خط  $\overline{أب}$  وأُخرج قطر  $\overline{ب ي}$  وخط  $\overline{ح ل ط ك ي}$  موازياً لخط  $\overline{د ب}$ ، كان مربع  $\overline{ط ي}$  مساوياً لمسطح  $\overline{ح ي}$  في  $\overline{ي ك}$ .  
 برهانه : أنا نخرج خط  $\overline{أ م}$  موازياً لخط  $\overline{ز ب}$ ، فيكون على ترتيب ولباق  
 د قطر  $\overline{ب ي}$  على نقطة  $\overline{م}$ ، فنسبة مربع  $\overline{أ م}$  إلى سطح  $\overline{ح ي}$  في  $\overline{ي ك}$  مؤلفة من  
 نسبة خط  $\overline{أ م}$  إلى خط  $\overline{ح ي}$  ومن نسبة خط  $\overline{أ م}$  - أعني خط  $\overline{ح ي}$  - إلى  
 خط  $\overline{ك ي}$ ، التي هي كنسبة خط  $\overline{أ م}$  إلى خط  $\overline{ك ي}$ ، أعني كنسبة خط  
 $\overline{م ب}$  إلى خط  $\overline{ب ي}$ . فإذا نسبة مربع  $\overline{أ م}$  إلى سطح  $\overline{ح ي}$  في  $\overline{ي ك}$  كنسبة

م ب إلى خط ب ي. وهي كنسبة مربع ا م إلى مربع ط ي ، فنسبة مربع ا م إلى سطح ح ي في ي ك كنسبته إلى مربع ط ي ، فمربع ط ي مساوٍ لسطح ح ي في ي ك.

ج

وأقول : إنه إن أُخرج خط ح ي ليلقى القطع على نقطة ج ، كان سطح ج ل في ل ط مساوياً لمربع ل ك.

برهانه : أن خط ط ج قُسم بنصفين على نقطة ي ، وزيد عليه خط ل ط ، فسطح ج ل في ل ط مع مربع ط ي مساوٍ لمربع ل ي ، كما أن خط ح ك قُسم بنصفين على نقطة ل ، وذلك أنه مواز لخط ب ز المقسوم بنصفين على نقطة د كما تبين في الفصل الأول ، وزيد عليه خط ك ي ، فسطح ح ي في ي ك مع مربع ل ك مساوٍ لمربع ل ي ؛ فإذاً سطح ج ل في ل ط مع مربع ط ي مساوٍ لسطح ح ي في ي ك مع مربع ك ل . لكن مربع ط ي مساوٍ لسطح ح ي في ي ك كما تبين في الفصل الثاني . فسطح ج ل في ل ط مساوٍ لمربع ل ك.

د

15

وأقول : إن نسبة سطح ج ل في ل ط إلى مربع ا ل كنسبة مربع ب د إلى مربع ا د.

2-1- كنسبة مربع ... مربع ط ي : مكررة - 12 ح ي في ي ك : ج ي في ي ل.

برهانه : أن سطح جـ ل في ل ط مساوٍ لمربع ل ك كما تبين في الفصل الثالث، لكن نسبة مربع ك ل إلى مربع آل كنسبة مربع ب د إلى مربع آ د .  
فنسبة سطح جـ ل في ل ط إلى مربع آل كنسبة مربع ب د إلى مربع آ د .

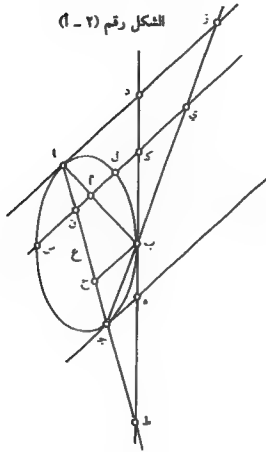
أ

- 5 وإذا كان قطع أب ناقصاً أو دائرة أوزائداً مفرداً أو متقابل الوضع ، وخطا  
آ د ب د بماسانه ، فإني أقول : إنه إن أخرج قطراً جـ و وصل خط جـ ب ولتي  
خط جـ ب خط آ د على نقطة ز ، كان خط آ د مساوياً / لخط ز د . ١١٠ -  
برهانه : أنه ليلقي خط د ب خط آ ج على نقطة ط ، ولنخرج خط جـ ه  
موازياً لخط آ د ، وليلق خط ب د على نقطة ه ، ولنخرج خط ب ح موازياً  
10 لخط آ د حتى يكون على ترتيب ، وليلق قطراً جـ و على نقطة ح . فلأن نسبة  
خط آ ط إلى خط ط ج كنسبة خط آ ح إلى خط ح ج ، لكن نسبة خط  
آ ط إلى خط ط ج كنسبة خط آ د إلى خط جـ ه ، ونسبة خط آ ح إلى خط  
ح ج كنسبة خط ز ب إلى خط ب ج أعني كنسبة خط ز د إلى خط ه ج ،  
فنسبة خط آ د إلى خط ه ج كنسبة خط د ز إليه ، فخطا آ د ز متساويان .

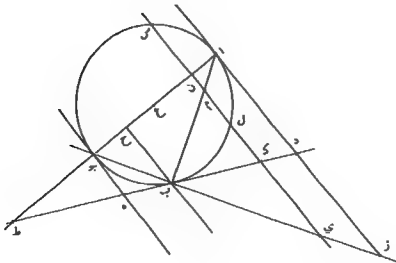
5 لوزائداً : فوق السطر / مفرداً أو متقابل الوضع : فوق السطر - 12 خط (الأول) : أثبتنا في الماشر مع بيان موضعها .

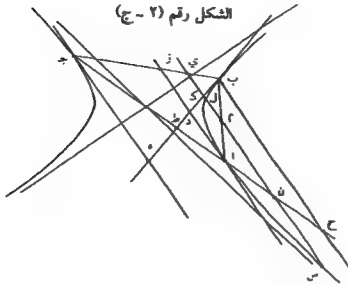
ابن سهل : في خواص القطوع الثلاثة

الشكل رقم (٢ - ١)



الشكل رقم (٢ - ب)





ب

وأقول : إنه إن وصل خط  $\overline{أب}$  وأخرج خط  $\overline{ي ك}$  من  $ن$  موازياً  
 لخط  $\overline{أد}$ ، كان سطح  $\overline{ي ن}$  في  $\overline{ن م}$  مساوياً لمربع  $\overline{ل ن}$ .  
 برهان ذلك : أن نسبة سطح  $\overline{ي ن}$  في  $\overline{ن م}$  إلى سطح  $\overline{آ ن}$  في  $\overline{ن ج}$  مؤلفة  
 5 من نسبة خط  $\overline{ي ن}$  إلى خط  $\overline{ن ج}$  ومن نسبة خط  $\overline{ن م}$  إلى خط  $\overline{ن آ}$ . فأما  
 نسبة خط  $\overline{ي ن}$  إلى  $\langle$ خط  $\rangle \overline{ن ج}$  فكنسبة خط  $\overline{ب ح}$  إلى خط  $\overline{ج ح}$ . وأما  
 نسبة خط  $\overline{ن م}$  إلى خط  $\overline{ن آ}$  فكنسبة خط  $\overline{ب ح}$  إلى خط  $\overline{ح آ}$ ؛ فإذا نسبة  
 سطح  $\overline{ي ن}$  في  $\overline{ن م}$  إلى سطح  $\overline{ج ن}$  في  $\overline{ن آ}$  مؤلفة من نسبة خط  $\overline{ب ح}$  إلى  
 خط  $\overline{ج ح}$  ومن نسبته إلى خط  $\overline{ح آ}$ ، التي هي كنسبة مربع  $\overline{ب ح}$  إلى سطح  
 10  $\overline{ج ح}$  في  $\overline{ح آ}$  (وهي) كنسبة مربع  $\overline{ل ن}$  إلى سطح  $\overline{ج ن}$  في  $\overline{ن آ}$ . فنسبة

2 ي ك ل م ن س : ي ك ل م ن - 10 ح آ : ي ك.

سطح  $ي\bar{ن}$  في  $ن\bar{م}$  إلى سطح  $ج\bar{ن}$  في  $ن\bar{ا}$  كنسبة مربع  $ل\bar{ن}$  إلى سطح  $ج\bar{ن}$  في  $ن\bar{ا}$ . فسطح  $ي\bar{ن}$  في  $ن\bar{م}$  مساوٍ لمربع  $ل\bar{ن}$ .

ج

وأقول : إنه إن أخرج خط  $ي\bar{ن}$  ليلقى القطع على نقطة  $س\bar{ن}$  كان سطح  $س\bar{ك}$  في  $ك\bar{ل}$  مساوياً لمربع  $ك\bar{م}$ .

برهانه : أن خط  $س\bar{ل}$  قُسم بنصفين على نقطة  $ن\bar{ن}$  ، وزيد عليه خط  $ك\bar{ل}$  ، فسطح  $س\bar{ك}$  في  $ك\bar{ل}$  مع مربع  $ل\bar{ن}$  مساوٍ لمربع  $ك\bar{ن}$ . كما أن خط  $ي\bar{م}$  قُسم بنصفين على نقطة  $ك\bar{ك}$  لموازاته لخط  $آز$  ولا تقسام خط  $آز$  بنصفين على نقطة  $د\bar{ك}$  تبين في الفصل الأول. وزيد عليه خط  $م\bar{ن}$ . فسطح  $ي\bar{ن}$  في  $ن\bar{م}$  مع مربع  $م\bar{ك}$  مساوٍ لمربع  $ن\bar{ك}$ . فسطح  $س\bar{ك}$  في  $ك\bar{ل}$  مع مربع  $ل\bar{ن}$  مساوٍ لسطح  $ي\bar{ن}$  في  $ن\bar{م}$  مع مربع  $م\bar{ك}$ . لكن مربع  $ن\bar{ل}$  مساوٍ لسطح  $ي\bar{ن}$  في  $ن\bar{م}$  كما تبين في الفصل الثاني ؛ فسطح  $س\bar{ك}$  في  $ك\bar{ل}$  مساوٍ لمربع  $ك\bar{م}$ .

د

وأقول : إن نسبة سطح  $س\bar{ل}$  في  $ك\bar{ل}$  إلى مربع  $ك\bar{ب}$  كنسبة مربع  $آد$  إلى مربع  $ب\bar{د}$ .

7 س: ك: س: ل.

برهانه : أن سطح  $\overline{س ك}$  في  $\overline{ك ل}$  مساوٍ لمربع  $\overline{ك م}$  كما تبين في الفصل الثالث ، لكن نسبة مربع  $\overline{ك م}$  إلى مربع  $\overline{ك ب}$  كنسبة مربع  $\overline{أ د}$  إلى مربع  $\overline{ب د}$  ، فنسبة سطح  $\overline{س ك}$  في  $\overline{ك ل}$  إلى مربع  $\overline{ك ب}$  كنسبة مربع  $\overline{أ د}$  إلى مربع  $\overline{ب د}$  . /

١٤٠ - ط

---

4- جمع التامخ كل الأشكال المتناسبة في صفحة ١٤٠-ط . وكتب في آخرها وعروض بالأصل .



## النص الرابع

### ﴿شرح كتاب صناعة الأصطrolاب لأبي سهل القوهي﴾

٢٨٢

بسم الله الرحمن الرحيم  
رب يسرّ وأعن

5

وجدت في صدر كتاب الأصطrolاب المنسوب لأبي سهل ويحيى بن رُسْتَم القوهي كلاماً غليظاً يحتاج إلى تفسير، ويتضمن معاني أهمل أبو سهل ذكرها، وسلك فيها طريق العلماء الذين عزمتهم إفهام أكفائهم [في]، فيشتبه لذلك كلامهم على من دونهم، وينتقل على أفهام من لم يبلغ شأوهم؛ فسألت 10 الشيخ أبا سعد العلاء بن سهل إيضاح ذلك بشرح يسبق معناه إلى قلب القارئ له ويفتح به المتخلق من كلامه، فأمل في تفسير فصول منه ما قرنته بآخر هذا الكتاب ليتكامل معناه وترك الاشتباه فيه، ويشترك في المعرفة العالم الماهر والمتعلم والمبتدئ، وبالله التوفيق، وهو حسبنا.

قال أبو سهل: والكرة تستطع على سطوح مختلفة الأجناس من مواضع 15 مختلفة، لكن لا يتحرك أحد السطحين منها على الآخر بحركة الكرة، إلا أن

---

6 الأصطrolاب: يكتبها بالصاد أو بالسين، وكلاهما مستعمل / ويحيى: ونص - 7 أهمل: أجل، ويمكن تركها كما هي. وللقصود أن أبا سهل قد ساق الكلام موجزاً عند ذكره هذه المعاني فلم يفت. والأفضل، أهمل، لأنها تتفق مع السياق، فقد ترك أبو سهل الكثير من هذه المعاني ولم يذكرها، وسيأتي بها ابن سهل - 9 وينتقل على أفهام: كتبت هكذا فوينتقل سبل الانهال، والكلمة الثانية مهمة، ولذا يمكننا أيضاً قراءتها على هذه الصورة: وينتقل بسبل الألفاظ، وهو ينشئ أيضاً مع سياق الكلام إلا أنه لا ينشئ مع عبارات أبي سهل في هذه الفقرة.

يكون على السطوح المخروطية والأسطوانية أو ما أشبهها من ذوات المحور التي محورها محور الكرة، أو المستوية التي يكون محور الكرة عموداً عليها.

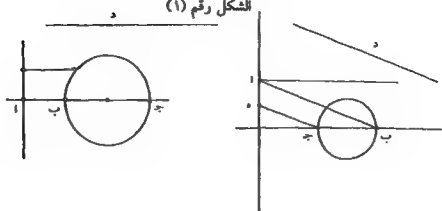
التفسير: كل سطحين متطابقين من سطوح الأسطراب، فإذا أن يكونا من السطوح الحادثة من إدارة خط حول المحور، أو لا يكونا منها.

- 5 فإن كان السطحان المتطابقان من السطوح الحادثة من إدارة خط حول محور - والمعروف من هذه السطوح: السطح المستوي، والسطح الكروي، وجوانب الأسطوانة والمخروط القائم، وسطوح تقويرات المجسمات المكافئة والزائدة والناقصة القائمة - فليكن السطح المتحرك منها  $\overline{أ}$  ومحور الكرة التي يراد تسطيحها / على سطح  $\overline{أ}$  هو  $\overline{ب ج}$ ، فإذا أن يكون محور  $\overline{ب ج}$  مسامتاً لمحور ٢٨٣
- 10 سطح  $\overline{أ}$  أو لا يكون مسامتاً له.

﴿أ﴾ فإن كان محور ﴿ب ج﴾ مسامتاً لمحور سطح  $\overline{أ}$ ، فإذا أن يكون التسطيح على موازاة أو مسامتة خط مستقيم أو يكون على مقابلة نقطة. فإن كان التسطيح على موازاة أو مسامتة خط مستقيم، فإذا أن يكون على موازاة أو مسامتة محور  $\overline{ب ج}$  أو لا يكون على موازاته أو مسامتته. فإن ﴿كان﴾ التسطيح 15 على موازاة أو مسامتة محور  $\overline{ب ج}$ ، أمكن أن يدور سطح  $\overline{أ}$  على السطح الآخر. فليلق محور  $\overline{ب ج}$  سطح  $\overline{أ}$  على نقطة  $\overline{أ}$ . فلأن التسطيح على موازاة أو مسامتة محور  $\overline{ب ج}$  فنقطة  $\overline{أ}$  ساكنة، فيمكن أن يدور سطح  $\overline{أ}$  حول نقطة  $\overline{أ}$  على السطح الآخر، لأنه إن دار حولها فإنما يدور حول محور  $\overline{ب ج}$ ؛ فلزم جملة سطح  $\overline{أ}$  في جميع أوقات دورانه مكانه الأول، وفي هذا المكان يطابق سطح  $\overline{أ}$  20 السطح الآخر، فإذا يطابقه في جميع أوقات دورانه، فذلك يمكن أن يدور عليه.

2 عموداً: عمود - 3 يكونا: يكون - 4 من (الثانية): مكورة - 5 حول: مكورة - 6 يراد: يراد - 9 تسطيحها: مكورة/ هو: وهو - 11 فإذا: مكورة - 12 أو (الأولى): في هذا الاستعمال تبرر عن مطلق الجمع كالراو - 15 السطح: سطح - 18 السطح: سطح - 19 يطابق: تطابق/ آ: الآلف - 20 يطابق: تطابق.

الشكل رقم (١)

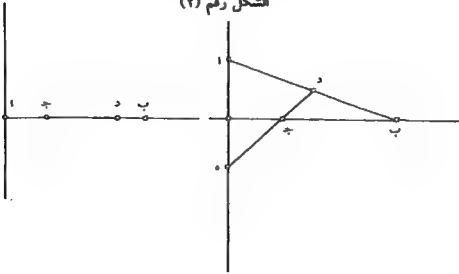


وإذا لم يكن التسطيح على موازاة أو مسامتة محور  $\overline{ب ج}$ ، لم يمكن أن يدور سطح  $\overline{أ}$  على السطح الآخر. فليكن التسطيح على موازاة أو مسامتة خط  $\overline{د}$ ، ونخرج خطي  $\overline{أ ب}$   $\overline{ج ه}$  موازيين لخط  $\overline{د}$ ، ويلقيهما سطح  $\overline{أ}$  على قطبي  $\overline{أ ه}$ ، فنقطة  $\overline{أ}$  تسطیح قطب  $\overline{ب}$ ، ونقطة  $\overline{ه}$  تسطیح قطب  $\overline{ج}$ . وقطبا  $\overline{ب ج}$  ساكنان، فنقطتا  $\overline{أ ه}$  ساكنتان، وهما على سطح  $\overline{أ}$ ، فلا يمكن أن يدور سطح  $\overline{أ}$  على السطح الآخر.

وإن كان تسطيح  $\overline{أ}$  على مقابلة نقطة، فليكن تلك النقطة  $\overline{د}$ . فإما أن تكون نقطة  $\overline{د}$  على محور  $\overline{ب ج}$  ألا تكون عليه. فإن كانت نقطة  $\overline{د}$  على محور  $\overline{ب ج}$ ، أمكن أن يدور سطح  $\overline{أ}$  على السطح الآخر. فليلق محور  $\overline{ب ج}$  سطح  $\overline{أ}$  على نقطة  $\overline{أ}$ . / فلأن نقطة  $\overline{د}$  على محور  $\overline{ب ج}$ ، فنقطة  $\overline{أ}$  تسطیح أحد قطبي  $\overline{ب ج}$  ٢٨١ إن وافقت نقطة  $\overline{د}$  القطب الآخر، وهي تسطيحها جميعاً إن لم توافق نقطة  $\overline{د}$  واحداً منها. وقطبا  $\overline{ب ج}$  ساكنان فنقطة  $\overline{أ}$  ساكنة، فيمكن أن يدور (سطح  $\overline{أ}$ ) على السطح الآخر كما يبين في القسم الأول.

3. ونخرج: ونخرج / خط: مكرراً ويلقي: ويلقي. 4. ونقطة: ونقطة. 5. ساكنان: ساكنان. 6. السطح: سطح. 7. فليكن: فليكن / تكون: يكون. 8. واحد: واحد.

الشكل رقم (٢)

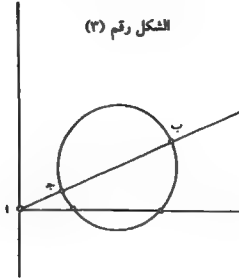


وإن لم يكن نقطة  $\overline{د}$  على محور  $\overline{ب ج}$ ، لم يمكن أن يدور سطح  $\overline{آ}$  على السطح الآخر. وذلك أنا نخرج خطي  $\overline{ب د ج د}$ ، وليقيا سطح  $\overline{آ}$  على نقطتي  $\overline{آ هـ}$ ، فنقطة  $\overline{آ}$  تسطح قطب  $\overline{ب}$ ، ونقطة  $\overline{هـ}$  تسطح قطب  $\overline{ج}$ . وقطبا  $\overline{ب ج}$  ساكتان، فقطنا  $\overline{آ هـ}$  ساكتان، وهما على سطح  $\overline{آ}$ ، فلا يمكن أن يدور سطح  $\overline{آ}$  على السطح الآخر.

5  $\langle \overline{ب} \rangle$  وإن لم يكن محور  $\overline{ب ج}$  مسامتا لمحور سطح  $\overline{آ}$ ، لم يمكن أن يدور سطح  $\overline{آ}$  على السطح الآخر. وذلك أنه إن دار عليه، فإنما يدور بدوران الكرة المستطحة عليه، وهذه الكرة تدور حول محور  $\overline{ب ج}$ ، فسطح  $\overline{آ}$  يدور حول محور  $\overline{ب ج}$ ، وليس محور  $\overline{ب ج}$  يسامت لمحور سطح  $\overline{آ}$ . فلا تلزم جملة سطح  $\overline{آ}$  في جميع أوقات دورانه مكانه الأول، وفي هذا المكان يطابق سطح  $\overline{آ}$  السطح الآخر. فإذا لا يطابقه في جميع أوقات دورانه، فلذلك لا يمكن أن يدور عليه.

2 تقطبي: قطبي - 6 مسامتة لمحور: الأفصح مسامتة محور؛ لأن الفعل يمتد يمتد؛ وإن نشير إلى مثلهما فيما بعد - 9 سطح: تسطح/ جعلته/ حله/ سطح (الأول): سطح - 11 فلذلك: ولذلك.

الشكل رقم (٣)



وإن لم يكن السطحان المتطابقان من السطوح الحادثة من إدارة خط حول محور، لم يمكن أن يدور أحدهما على الآخر. وذلك أنه إن دار عليه، انتقل جزء من الجسم المتحرك إلى مكان جزء من الجسم الساكن، فوجدنا معاً وهذا محال؛ فإذا لا يمكن (أن يدور) أحدهما على الآخر.

5 عبر أبو سعد هذا الفصل إلى هذه الحكاية : وذلك أنه إن دار لم يلزم جملة في جميع أوقات دورانه مكانه الأول، لأنه لم يحدث من إدارة خط حول خط مستقيم؛ وفي مكانه الأول يطابق السطح الآخر. فإذا لا يطابقه في جميع أوقات دورانه، فلذلك لا يمكن أن يدور أحدهما على الآخر.

قال أبو سهل : أما السطوح المخروطية أو الأسطوانية، فإن تمطيح الدوائر التي على الكرة تكون / فصولاً مشتركة للمخروط وللأسطوانة أو للمخروطين أو للأسطوانتين . ٢٨٥

3 الجسم (الأول والثانية) : الجسم - 7 يطاقين : تطاقين - 11 الأسطوانتين : للأسطوانتين.

تفسير : يعني بالفصول المشتركة للمخروط وللأسطوانة أو للمخروطين أو للأسطوانتين الفصول المشتركة لسطح الأسطلاب وللسطوح المازة بدوائر الكرة. ومرورهم بها على وجهين : أحدهما أن يكون على موازاة أو مسامتة خط مستقيم وقد سمّاه الأسطواني ، ويصح ما حكم به عند ذلك على شرط وهو 5 ألا توازي سطوح هذه الدوائر هذا الخط ولا تمرّ به ؛ والآخر أن يكون على مقابلة نقطة وقد سمّاه المخروطي ، ويصح ما حكم به عند ذلك على شرط وهو ألا تمرّ سطوح هذه الدوائر بهذه النقطة. وهذا يبيّن ، وإنما < ترك > ذكره للتساهل. فإذا كان سطح الأسطلاب جوانب مخروط أو جوانب أسطوانة ، والسطوح التي يكون بها التسطيح جوانب أساطين أو جوانب مخروطات ، 10 كان تسطيح دوائر الكرة على الأسطلاب فصولاً مشتركة للمخروط والأسطوانة أو للمخروطين أو للأسطوانتين.

قال أبو سهل : والأسطواني هو الذي يكون من الدوائر التي على الكرة بأساطين متوازية المحاور على السطح الذي تسطح الكرة عليه.

تفسيره : إنما يصح ما حكم به على شرط وهو ألا توازي سطوح هذه 15 الدوائر الخط الذي يكون التسطيح على موازاته أو مسامتته ولا تمرّ به ؛ فإنها إن وازته أو مرتّ به ، كان تسطيح هذه الدوائر بسطوح مستوية ؛ وإنما ترك ذكر ذلك للتساهل.

قال أبو سهل : الخطوط والنقط التي على الكرة < فإن تسطيحها يكون > بسطوح وخطوط موازية لتلك المحاور على ذلك السطح.

20 تفسيره : إنما يصح ما حكم به في الخطوط على شرط وهو ألا يوازي أو يسامت < سطوح > هذه الخطوط الخط الذي يكون التسطيح على موازاته أو

1 وللأسطوانة : والأسطوانة 2 - وللسطوح : ولسطوح - 3 ومرورهم : ومروره - 7 تمرّ : يمر - 13 تسطح : يسطح - 15 تمرّ : يمر - 16 وازته : وازيه - 20 ما : إنما.

مسامتة ؛ فإنها إن وازته أو سامتته كان تسطيحها بمخروط (مستقيمة) ؛ وإنما ترك ذكره للتساهل.

قال أبو سهل : والمخروطي هو الذي يكون عن / الدوائر التي على الكرة ٢٨٦ بمخروطات رؤوسها نقطة واحدة وقواعدها على السطح الذي تسطح الكرة عليه. 5

تفسيره : إنما يصح ما حكم به على شرط وهو ألا تمر سطوح هذه الدوائر بالنقطة التي يكون التسطيح على مقابلتها ، وتركه للتساهل.  
قال أبو سهل : وإذا كان تسطيح الكرة أسطوانياً موازي المحور لمحور الكرة أو مخروطياً رأسه على المحور على غير قطب الكرة ، فإنه ينطبق سطحان من الكرة أحدهما على الآخر في ذلك السطح. 10

تفسيره : هذا صحيح لأنه عند ذلك تمر كل أسطوانة أو مخروط لا بماسان الكرة أو مخروطين متقابلين بدائرتين في جهتين مختلفتين ، ويكون الفصل المشترك لسطح الأسطوانات ولسطح الأسطوانة أو المخروط – اللذين لا يماسان الكرة – أو المخروطين المتقابلين تسطيح الدائرتين جميعاً.

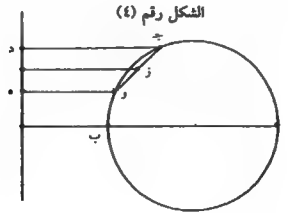
قال أبو سهل : ويكون الدوائر التي على الكرة إلا الدوائر – التي محور الكرة عمود عليها – ليست تقع دوائر في ذلك السطح لكنها قطع المخروط أو غيرها.

تفسيره : إنما يصح ما حكم به إن كان التسطيح أسطوانياً على شرط وهو ألا توازي سطوح هذه الدوائر الخط الذي يكون التسطيح على موازاته أو مسامتته ولا تمر به ؛ وإن كان التسطيح مخروطياً على شرط وهو ألا تمر سطوح

1 - وازته : قارنت / تسطيحها : المقصود هنا تسطيح المخروط ، وتركنا العبارة كما هي عليه - 4 بمخروطات : مخروطات / تسطح : تسطح - 6 ألا : لا - 13 الأسطوانة : الأسطوانات - 16 الكرة : الكرة - 19 السطح : السطح.

هذه الدوائر بالنقطة التي يكون التسطيح على مقابلتها؛ وقد <ترك> ذكره للتساهل.

فإن كان سطح الأسطرلاب مستوياً، كان تسطيح هذه الدوائر قطعاً مخروطاً. وذلك أنا إن جعلنا الكرة  $\overline{أ ب ج}$  ومحورها  $\overline{أ ب}$  وسطح الأسطرلاب  $\overline{د ه}$  وبعض دوائر كرة  $\overline{أ ب ج}$  التي ليس محورها  $\overline{أ ب}$  بعمود على سطوحها، <sup>5</sup> <مثل> دائرة  $\overline{ج و}$ . فإن كان التسطيح على موازاة أو مسامتة لمحور  $\overline{أ ب}$  - فلتكن الأسطوانة المارة بدائرة  $\overline{ج و}$  هي  $\overline{ج د ه و}$ ، والفصل المشترك لها ولسطح  $\overline{د ه}$  قطع  $\overline{د ه}$ ، ومركز دائرة  $\overline{ج و}$  نقطة  $\overline{ز}$  ونخرج سطح  $\overline{أ ب ز}$  ولتحدث عنه في سطح دائرة  $\overline{ج و}$  خط  $\overline{ج و}$  وفي سطح قطع  $\overline{د ه}$  خط  $\overline{د ه}$ ، <sup>10</sup> وفي جوانب أسطوانة  $\overline{ج د ه و}$  خط  $\overline{و ه}$  <خط  $\overline{ج د}$ > / وليس بعمود على  $\overline{سطح ج ز و}$  - فخط  $\overline{ج د}$  عمود على سطح  $\overline{د ه}$  وليس بعمود على سطح  $\overline{ج ز و}$ ، فزاوية  $\overline{ج د ه}$  قائمة، وليست زاوية  $\overline{د ج و}$  بقائمة، وليست زاوية  $\overline{ج د ه}$  مثل زاوية  $\overline{د ج و}$ ، وقطع  $\overline{ج و}$  دائرة، فليس قطع  $\overline{د ه}$  بدائرة، وهو قطع مخروط كما بينه ثابت بن قرة في كتابه في قطع الأسطوانة؛ وذلك ما <sup>15</sup> أردنا أن نبين.

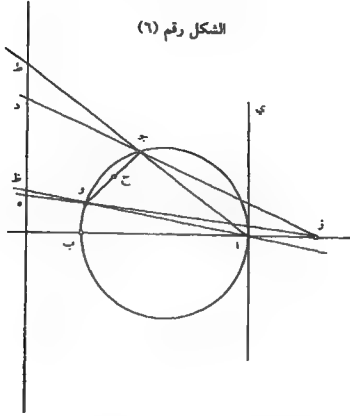


1 - يكون: تكون. 2 - سطح: ص. 3 -  $\overline{أ ب ز}$ :  $\overline{أ و}$ . 4 - وتحدث: /  $\overline{ج ز و}$ :  $\overline{ج د ه}$  و  $\overline{د ه}$  / وليس بعمود على: بعد زيادة خط  $\overline{ج د}$  حتى يتخطى المعنى كان علينا أن نكتب قولنا بعمودين على  $\overline{ه}$  ولكن قرأنا ترك النص كما هو. 12 - وليست (الأولى): ليست.





الشكل رقم (٦)



وإن لم يكن سطح الأسطرلاب مستوياً، لم يكن تسطيح هذه الدوائر  
قطوع مخروط. والكلام في هذا يطول ولذلك تركناه.

قال أبو سهل : وإذا كان التسطيح على غير السطح المستوي الذي محور  
الكرة عمود عليه، فإنه يمكن ألا تسطح كل رسوم الكرة أو شيء منها.

5 تفسيره : هذا صحيح، وذلك أنه إذا كان التسطيح على غير السطح  
المستوي الذي محور الكرة عمود عليه، فإنه يمكن أن يكون التسطيح على  
مقابلة أحد قطبي الكرة، فلا يتسطح ذلك القطب؛ ويمكن أن يكون  
التسطيح على موازية أو مسامتة محور الكرة، ويكون سطح الأسطرلاب جوانب  
أسطوانة يسامت محورها محور الكرة فلا يتسطح شيء من رسوم الكرة.

3 السطح : كتبها التسطح ثم سمعها عليها - 7 سطح : سطح - 9 يامت : تامت.

قال أبو سهل : فإذا كان مخروطياً رأسه على قطب الكرة وتسطيحاً على سطح مستوي ، محور الكرة عمود عليه ، لم يكن له شيء من هذا الأحوال البتة ولم يبق شيء من الكرة لا يتسطح.

تفسيره : يعني « شيء من الكرة » شيئاً من رسوم الكرة. ومعلوم أنه لا يبقى عند ذلك شيء منها لا يتسطح إلا القطب الذي يكون التسطيح على مقابلته. وقد ذكر ذلك في الفصل الثاني ، فتركه هنا للتأهل.

ووجدت في هذا الكتاب أشكالاً عملها أبو سهل على جهة التحليل ، فسألت أبا سعد العلاء بن سهل شرح تركيبها ، ففعله. ومن هذه الأشكال :

« أ » إذا كان في سطح الأسطراب نقطة آ معلومة ، وهي تسطيح نقطة 10 معلومة من الكرة ونقطة ب معلومة وهي قطب الكرة ؛ وأردنا أن نسطح فيه سائر رسوم الكرة ، فإننا نخط في سطح مستوي دائرة - ولتكن ج د ومركزها هـ - ونعلم على محيطها نقطة ولتكن ج ، ونسطح في سطح ج د عن قطب ج د ودائرة ج د النقطة المعلوم من الكرة ؛ وليكن < تسطيحها > نقطة و ، ونصل خطوط ج هـ ج و ا ب ، ونجعل زاوية ا ب ز مثل زاوية و ج هـ ونسبة خط 15 ا ب إلى خط ب ز كنسبة خط ج د إلى خط ج هـ . ونخط حول نقطة ز وبعد ب ز دائرة ولتكن ب ح ، ونسطح في سطح ا ب ز عن قطب ب ودائرة ب ح سائر رسوم الكرة /.

٢٨٩

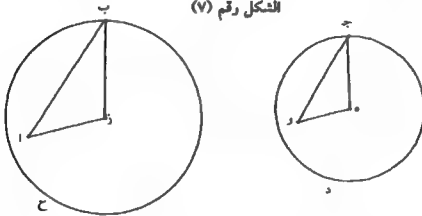
أقول : إن سائر رسوم الأسطراب تسطيح سائر رسوم الكرة عن قطب ب ودائرة ب ح .

20 برهان ذلك : أنا نصل خطي آ ز وهـ . فلأن نسبة خط ا ب إلى خط ب ز كنسبة خط ج د إلى خط ج هـ وزاوية ا ب ز مثل زاوية و ج هـ ، فثلث ا ب ز

3 - ولم : لم - 11 دائرة : طهير - 12 ونسطح : ونسطح - 16 ولتكن : وليكن / ونسطح : ونسطح .

شبيه بمثلث  $\overline{وج ه}$  ؛ فنسبة خط  $\overline{آ ز}$  إلى خط  $\overline{ب ز}$  كنسبة خط  $\overline{وه}$  إلى خط  $\overline{ج ه}$  ؛ فوقع نقطة  $\overline{آ}$  من قطب  $\overline{ب}$  ودائرة  $\overline{ب ح}$  كموقع نقطة  $\overline{و}$  من قطب  $\overline{ج}$  ودائرة  $\overline{ج د}$  . ونقطة  $\overline{آ}$  تسطيح النقطة المعلومه من الكرة عن قطب  $\overline{ج}$  ودائرة  $\overline{ج د}$  ، فنقطة  $\overline{آ}$  تسطيح تلك النقطة عن قطب  $\overline{ب}$  ودائرة  $\overline{ب ح}$  ، فسائر رسوم الأسطرلاب تسطيح سائر رسوم الكرة عن قطب  $\overline{ب}$  ودائرة  $\overline{ب ح}$  ؛ وذلك ما أردنا أن نبين .

الشكل رقم (٧)



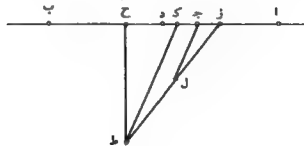
﴿ب﴾ إذا كان على خط  $\overline{آ ب}$  المعلوم الوضع والقدر نقطتا  $\overline{ج د}$  معلومتين ؛ وأردنا أن نحدث على  $\overline{ج د}$  نقطة حتى يكون نسبة ﴿سطح﴾ أحد الخطين المنتهين من نقطتي  $\overline{آ د}$  إلى تلك النقطة في الآخر إلى سطح أحد الخطين 10 المنتهين من نقطتي  $\overline{ب ج}$  إلى تلك النقطة في الآخر كنسبة  $\overline{ه إ}$  إلى  $\overline{و}$  ، فإننا نقسم خط  $\overline{آ د}$  بنصفين على نقطة  $\overline{ز}$  ونخط  $\overline{ب ج}$  بنصفين على نقطة  $\overline{ح}$  ؛ ونخرج خط  $\overline{ح ط}$  عموداً على  $\overline{آ ب}$  ، ونجعل نسبة مربع  $\overline{د ز}$  إلى مربع خط يخرج من نقطة  $\overline{ج}$  وينتهي إلى خط  $\overline{ح ط}$  - وهو خط  $\overline{ج ط}$  - كنسبة  $\overline{ه إ}$  إلى  $\overline{و}$  . ونصل خط  $\overline{ز ط}$  ، ونجعل نسبة مربع  $\overline{ج ز}$  إلى مربع خط يخرج من نقطة  $\overline{ج}$  وينتهي إلى

11 آ : آ ب - 3 تسطيح - 12 عموداً : عمود .

خط ز ط - وهو ج ل - كنسبة ه إلى و. ونخرج خط ط ك موازاً لخط ج ل ، وليلق خط ج د على نقطة ك .  
أقول : إن نسبة سطح ا ك في ك د إلى سطح ب ك في ك ج كنسبة ه إلى و .

5 برهان ذلك : أن خط ط ك مواز لخط ج ل ، فنسبة مربع ز ك إلى مربع ج ل كنسبة ه إلى و ؛ وخط ا د مقسوم بنصفين على ز ويقسمين آخرين على نقطة ك ، فمجموع سطح ا ك في ك ج ومربع ز ك مثل مربع د ز ؛ وخط ب ج (مقسوم) بنصفين على ح ويقسمين آخرين على ك ، فمجموع سطح ب ك في ج ك ومربع ح ك مثل مربع ج ح ؛ ومربع ح ط مشترك ، فمجموع سطح ب ك في ج ك ومربع ح ك ح ط ، وهو مجموع سطح ب ك في ج ك ومربع ط ك ، مثل مجموع مربعي ج ح ح ط ، وهو مربع ج ط .  
ونسبة مربع د ز إلى مربع ج ط كنسبة ه إلى و ، فنسبة مجموع سطح ا ك في ك ج ومربع ز ك إلى مجموع سطح ب ك في ج ك ومربع ط ك كنسبة ه إلى و .  
وكنّا يبيّن أنّ نسبة مربع ز ك إلى مربع ط ك كنسبة ه إلى و . فنسبة سطح ا ك في ك ج الباقي إلى سطح ب ك في ج ك الباقي كنسبة ه إلى و ؛ وذلك ما أردنا أن نبين .

الشكل رقم (٨)



4 و : ولو - 7 ز : ب - 8 ز ك : ب ك - 10 ج ح : ج ح - 11 ب ك (التيه) : 16 ك - ب ك : إلى ك

(جـ) إذا كان على خط  $\overline{أ ب}$  المعلوم القدر والوضع نقطة جـ معلومة؛  
وأردنا أن نحدث على خط جـ ب نقطة حتى تكون نسبة سطح  $\overline{أ ج}$  في الخط  
المنتهي من نقطة جـ إلى تلك النقطة إلى سطح أحد الخطين المنتهين من  
نقطتي  $\overline{أ ب}$  إلى تلك النقطة في الآخر كنسبة  $\overline{د إ هـ}$  ، فإننا نقسم خط  $\overline{أ ب}$   
بنصفين على نقطة كـ ، ونجعل نسبة سطح  $\overline{أ ج}$  في جـ إلى مربع  $\overline{ب ك}$   
كنسبة  $\overline{د إ هـ}$  ، ونسبة خط  $\overline{أ ج}$  إلى خط كـ ز كنسبة  $\overline{د إ ح}$  ، ونسبة مربع  
زط إلى مربع كط كنسبة مجموع  $\overline{ح و ر ع هـ}$  ، إلى ربع  $\overline{هـ}$  ونجعل خط ط ل  
مثل خط كط .

أقول : إن نسبة (سطح)  $\overline{أ ج}$  في جـ إلى سطح  $\overline{أ ل}$  في  $\overline{ب ل}$  كنسبة  $\overline{د إ هـ}$  . 10

برهان ذلك / : أن خط ط ل مثل خط ط ك ، وخط ز ل زيادة ، ٢٩١  
فمجموع سطح كـ ز في ز ل ومربع كط مثل مربع زط . ونسبة مربع زط إلى  
مربع كط كنسبة مجموع  $\overline{ح و ر ع هـ}$  إلى ربع  $\overline{هـ}$  ، وكنسبة مجموع سطح كـ ز في  
ز ل ومربع ط ك إلى مربع كط ، وكنسبة مجموع  $\overline{ح و ر ع هـ}$  إلى ربع  $\overline{هـ}$  . وإذا  
15 فصلنا ، فنسبة سطح كـ ز في ز ل إلى مربع كط كنسبة  $\overline{ح إ ر ع هـ}$  . ومربع  
كط ربع مربع ك ل ، فنسبة سطح كـ ز في ز ل إلى [ربع] مربع ك ل كنسبة  
 $\overline{ح إ هـ}$  ؛ ونسبة سطح  $\overline{أ ج}$  في ز ل إلى سطح كـ ز في ز ل كنسبة  $\overline{أ ج إ}$   
كـ ز ، ونسبة  $\overline{أ ج إ}$  إلى كـ ز كنسبة  $\overline{د إ ح}$  ، فنسبة سطح  $\overline{أ ج}$  في ز ل إلى  
سطح كـ ز في ز ل كنسبة  $\overline{د إ ح}$  . فبالمساواة إذاً نسبة سطح  $\overline{أ ج}$  في ز ل إلى  
20 مربع ك ل كنسبة  $\overline{د إ هـ}$  . ومجموع سطحي  $\overline{أ ج}$  في قسيمي جـ ل مثل  
سطح  $\overline{أ ج}$  في جـ ز ؛ ومجموع سطح  $\overline{أ ل}$  في  $\overline{ب ل}$  ومربع ك ل مثل مربع

1 نقطة : ونقطة - 11 ز ل : ر ك - 12 ز ل : ر ك مثل : مكورة - 14 ز ل : ر ك ط ك : ك ك / وكنسبة : كنسبة /  
مجموع : ألتيها في الهاتش - 15 ز ل : ر ك - 17 ز ل : ر ك / وكنسبة : نسبة - 19 ز ل (الاول) : ر ك - 21  
أ ل : أ ب .

ب ك . ونسبة سطح  $\overline{ا ج}$  في  $\overline{ج ز}$  إلى مربع  $\overline{ب ك}$  كنسبة  $\overline{د ا}$  إلى  $\overline{هـ}$  ، فنسبة مجموع سطحي  $\overline{ا ج}$  في قسيمي  $\overline{ج ل}$   $\overline{ز ل}$  إلى مجموع سطح  $\overline{ا ل}$  في  $\overline{ب ل}$    
 للشكل رقم (٩)

ومربع  $\overline{ك ل}$  كنسبة  $\overline{د ا}$  إلى  $\overline{هـ}$  . وكنا يتنا أن نسبة سطح  $\overline{ا ج}$  في  $\overline{ز ل}$  إلى مربع  $\overline{ك ل}$  كنسبة  $\overline{د ا}$  إلى  $\overline{هـ}$  ، فنسبة سطح  $\overline{ا ج}$  في  $\overline{ج ل}$  الباقي إلى سطح  $\overline{ا ل}$  في  $\overline{ب ل}$  الباقي كنسبة  $\overline{د ا}$  إلى  $\overline{هـ}$  ، وذلك ما أردنا أن نبين .

(د) إذا كانت نقطة  $\overline{ا}$  معلومة ومحيط دائرة  $\overline{ب ج}$  معلوم الوضع ؛ وأردنا أن نخرج من نقطة  $\overline{ا}$  خطين ينتهيان إلى محيط دائرة  $\overline{ب ج}$  ومحيطان بزاوية مثل زاوية  $\overline{د هـ م}$  ويكون نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة خط  $\overline{د هـ}$  إلى خط  $\overline{م هـ}$  ، فإننا نصل خط  $\overline{د هـ}$  ونخرجه إلى نقطة  $\overline{ز}$  ، ونفصل من دائرة  $\overline{ب ج}$  قطعة  $\overline{ح ط ن}$    
 ١٥ حتى تقبل زاوية مثل زاوية  $\overline{م د ز}$  ؛ ونعمل على خط  $\overline{ح ن}$  قطعة دائرة  $\overline{ح ك ن}$  حتى تقبل زاوية مثل زاوية  $\overline{د هـ م}$  ؛ ونحد مركز دائرة  $\overline{ب ج}$  ، وليكن  $\overline{ل}$  ؛ ونخط حول نقطة  $\overline{ل}$  ويبعد  $\overline{ا ل}$  دائرة ؛ ولتلق قوس  $\overline{ح ك ن}$  على نقطة  $\overline{ك}$  . ونصل خطي  $\overline{ح ك ن ك}$  . ولتلق خط  $\langle \overline{ح ك} \rangle$  دائرة  $\overline{ب ج}$  على نقطة  $\overline{ط}$  . ونصل   
 ١٦  $\overline{ا ج ط ل ط ل ب ل}$  ؛ ونجعل زاوية  $\overline{ا ل ب}$  مثل زاوية  $\overline{ك ل ط}$  وزاوية  $\overline{ا ل ج}$  مثل زاوية  $\overline{ك ل ن}$  ، ونصل خطي  $\overline{ا ب ا ج}$  .

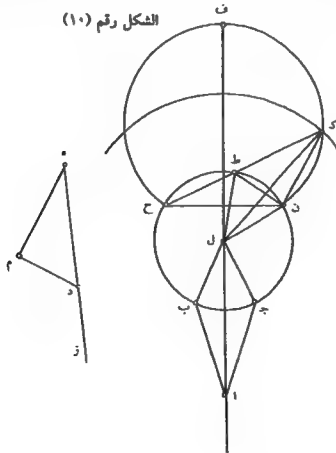
أقول : إن زاوية  $\overline{ب ا ج}$  مثل زاوية  $\overline{د هـ م}$  ، ونسبة خط  $\overline{ا ب}$  إلى خط  $\overline{ا ج}$  كنسبة خط  $\overline{د هـ}$  إلى خط  $\overline{م هـ}$  .

برهان ذلك : أن زاوية  $\overline{ا ل ب}$  مثل زاوية  $\overline{ك ل ط}$  ، ونقطة  $\overline{ل}$  مركز دائرة

6 معلوم : مطومة - 10 تقبل : يقبل / ونعمل : ويحمل - 11 تقبل : يقبل / ونحد : ونحد / ونخط : ونخط - 14 وزاوية : فزاوية .

اكد كما انها مركز دائرة ب ج ، فخط ال مثل خط ك ل . وخط ب ل مثل خط ط ل ، فزاوية ب ا ل مثل زاوية ط ك ل ، وخط ا ب مثل خط ط ك . وكذلك يتبين أن زاوية ج ا ل مثل زاوية ن ك ل وأن خط ا ج مثل خط ن ك . فزاوية ب ا ج مثل زاوية ط ك ن ، ونسبة خط ا ب إلى خط ا ج كنسبة خط ط ك إلى خط ن ك . وزاوية ط ك ن مثل زاوية د ه م ، فزاوية ب ا ج مثل زاوية د ه م . ونصل خط ط ن ، فزاوية ح ط ن مثل زاوية م د ز ، فزاوية ن ط ك مثل زاوية ه د م ، وزاوية ط ك ن مثل زاوية د ه م ، فثلث ط ن ك شبيه بثلث د ه م ، فنسبة خط ط ك إلى خط ن ك

الشكل رقم (١٠)



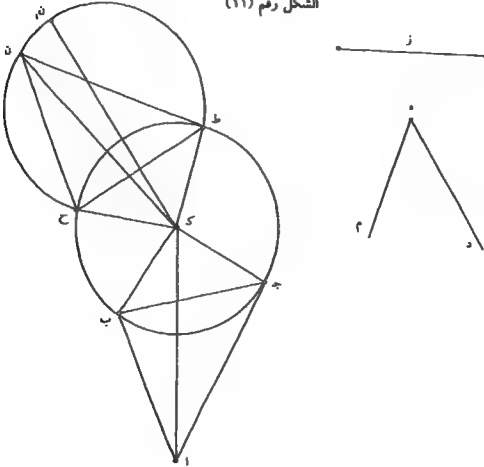
1 ب ج : ا ب ج



كنسبة خط  $\overline{ده}$  إلى خط  $\overline{هـ م}$ . وكُنَّا يَبِينَا أَنَّ نسبة خط  $\overline{آب}$  إلى  $\overline{آج}$  كنسبة خط  $\overline{ط ك}$  إلى خط  $\overline{ن ك}$ ، فنسبة خط  $\overline{آب}$  إلى خط  $\overline{آج}$  كنسبة خط  $\overline{ده}$  إلى خط  $\overline{هـ م}$ ؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

(هـ) إذا كانت نقطة  $\overline{آ}$  معلومة ومحيط دائرة  $\overline{ب ج}$  معلوم الوضع؛ وأردنا  
 د أن نخرج من نقطة  $\overline{آ}$  خطين / ينتهيان إلى محيط دائرة  $\overline{ب ج}$  ومحيطان ٢١٢  
 بزاوية مثل زاوية  $\overline{ده م}$  ويكون وتر القوس التي بينها مثل خط  $\overline{ز}$ ، فلنا

الشكل رقم (١١)



4 معلوم: معلومة.

نخرج في دائرة  $\overline{ب ج}$  ونرأ مثل خط  $\overline{ز}$ ، وليكن  $\overline{ح ط}$ ، ونعمل على خط  $\overline{ح ط}$  قطعة دائرة  $\overline{ح ن ط}$  تقبل زاوية مثل زاوية  $\overline{د ه م}$ . ونحد مركز دائرة  $\overline{ب ج}$ ، وليكن نقطة  $\overline{ك}$ ، ونصل خط  $\overline{أك}$ ، ونخط حول نقطة  $\overline{ك}$  ويبعد خط  $\overline{أك}$  دائرة  $\overline{ح ن ط}$  ولتلق قوس  $\overline{ح ن ط}$  على نقطة  $\overline{ن}$ ، ونصل خطوط  $\overline{ك ن}$  5  $\overline{ك ح ك ط}$ ، ونجعل زاوية  $\overline{أك ب}$  مثل زاوية  $\overline{ن ك ح}$  وزاوية  $\overline{أك ج}$  مثل زاوية  $\overline{ن ك ط}$ ، ونصل خطوط  $\overline{أ ج أ ب ب ج}$ .

أقول : إن زاوية  $\overline{ب أ ج}$  مثل زاوية  $\overline{د ه م}$  ونخط  $\overline{ب ج}$  مثل خط  $\overline{ز}$ .  
برهان ذلك : أنا نصل  $\overline{ح ن ط}$ . فلأن زاوية  $\overline{أك ب}$  مثل زاوية  $\overline{ن ك ح}$  ونخط  $\overline{أك}$  مثل خط  $\overline{ن ك}$  ونخط  $\overline{ب ك}$  مثل خط  $\overline{ح ك}$ ، فزاوية 10  $\overline{ب أك}$  مثل زاوية  $\overline{ح ن ك}$  ونخط  $\overline{أ ب}$  مثل خط  $\overline{ح ن}$ . وكذلك يتبين أن زاوية  $\overline{ج أك}$  مثل زاوية  $\overline{ط ن ك}$  وأن خط  $\overline{أ ج}$  مثل خط  $\overline{ط ن}$ ، فزاوية  $\overline{ب أ ج}$  مثل زاوية  $\overline{ح ن ط}$  ونخط  $\overline{ب ج}$  مثل خط  $\overline{ح ط}$ . لكن زاوية  $\overline{ح ن ط}$  مثل زاوية  $\overline{د ه م}$  ونخط  $\overline{ح ط}$  مثل خط  $\overline{ز}$ ، فزاوية  $\overline{ب أ ج}$  مثل زاوية  $\overline{د ه م}$  ونخط  $\overline{ب ج}$  مثل خط  $\overline{ز}$ ، وذلك ما أردنا أن نبين.

15 والحمد لله رب العالمين وصلى الله > على سيدنا محمد وآله أجمعين  
وحسينا الله ونعم الوكيل.

1. قرأ : قر / وصل : وصل - 2. قطعة : قطعة / ح ط : ح ط - 4. ولتلق : ولتلق / ك ن : ك ن.

## ٢ - ابن الهيثم

النص الخامس

### <كتاب المناظر - المقالة السابعة>

#### <الكاسر الكروي>

5 <آ> وإذا قد تبين ذلك، فليكن البصر نقطة آ، ولتكن نقطة ب في ف - ٧٨ - و

ك - ٦٧ - ط  
مُبْصِرٍ من المبصرات وليكن من وراء جسم مُشَفٍّ أَغْلَظ من الجسم الذي يلي  
البصر، وليكن سطح الجسم المشف الذي يلي نقطة ب سطحاً مستديراً محدَّبه  
يلي البصر.

فنفقنا آ ب يمرّ بها سطح قائم على سطح الجسم المشف، لأنه إن لم يمرّ  
بها سطح قائم على سطح الجسم المشف الذي تنعطف فيه صورة نقطة ب إلى

بصر آ (لم يترك البصر صورة البصر ويكون الفصل المشترك بين هذا

السطح) وبين سطح الجسم المشف دائرة ج د. وليكن مركزها ز، ونصل

أ ج ز ونخرجه على استقامة إلى د؛ فيكون خط ج د عموداً على / سطح ف - ٧٨ - ط

الجسم المشف، ونقطة ب إما أن تكون خارجة عن خط ج د وإما أن تكون

15 على خط ج د.

فإن كانت نقطة ب على خط ج د، فإن بصر آ يترك نقطة ب على

استقامة ومن غير انعطاف، لأن الصورة التي تمتد على خط ج د تمتد على

12 روين: وتبين، وكتب مهمة [ف، ك] - 14-15 - وما ... ج د: ناقصة [ف] ولي [ت] in ipsa  
والفتح: أروا.

استقامتها في الجسم المشف الذي يلي بصر آ، لأن خط د ج عمود على سطح الجسم المشف الذي يلي البصر. فبصر آ يدرك نقطة ب التي على خط <ج د> / في موضعها وعلى استقامة. فأقول: إن صورة نقطة ب التي على خط ج د ك - ٦٨ - ر ليس تعطف إلى بصر آ.

5 برهان ذلك: أن نقطة ب إذا كانت على خط ج د، فهي إما على المركز أو خارجة عن المركز. فإن كانت على المركز، فإن كل خط تمتد عليه صورة نقطة ب إلى محيط دائرة ج د، فإنها تمتد على استقامتها في الجسم المشف الذي يلي البصر، لأن كل خط يخرج من مركز دائرة ج د فهو عمود على سطح الجسم المشف، وليس يخرج من مركز دائرة ج د إلى بصر آ خط مستقيم غير 10 خط ز آ. فليس تعطف صورة نقطة ب التي على / المركز إلى بصر آ من محيط دائرة ج د، فليس تعطف صورة نقطة ب إلى بصر آ إذا كانت نقطة ب على المركز.

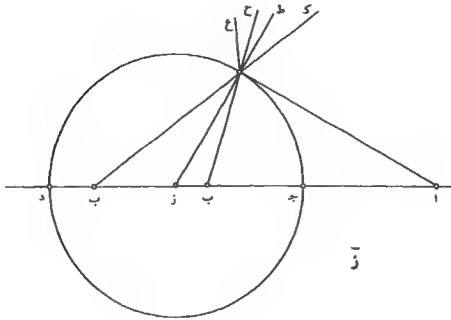
وإن كانت نقطة ب خارجة عن المركز، فهي إما على خط ز ج، وإما على خط ز د. فلنكن أولاً على خط ز ج، فأقول: إنه ليس تعطف صورة 15 نقطة ب إلى بصر آ.

فإن أمكن ذلك، فلنتعطف صورة نقطة ب إلى بصر آ من نقطة ه. ونصل ب ه ونخرجه إلى ح ونصل ز ه ونخرجه إلى ط، فيكون خط ز ه ط عموداً على سطح الجسم المشف الذي يلي البصر. فصورة نقطة ب إذا امتدت على خط ب ه فهي تعطف عند نقطة ه وتبعد عن عمود ط إلى جهة ح التي هي

1 استقامتها: استقامة [ك]. 1 عمود على سطح: يمر به لخروج [ف] وفي [ت] *est perpendicularis super superficiem* عا يفت مع [ك]. 2 التي على خط: ناقصة [ف] وكذلك في [ت]. 5 برهان: قبلها كلمة غير مقرونة ولعلها «لا» من [ك]. 7 ج د: جهز [ك]. 10 ز آ: آ ز [ك]، وكثيراً ما يختلف ترتيب الحروف في المخطوطات وإن ثبت ذلك فيما بعد. 16 ونصل: ونصل به [ف]. 19 ب: أ [ك] و ه [ف] وتبعد: وتكذلك [ف]، [ك]. ط: ط [ف]، [ك].

خلاف جهة العمود. فليس تصل صورة نقطة  $\bar{ب}$  إلى بصر  $\bar{أ}$  بالانعطاف، إذا كانت نقطة  $\bar{ب}$  على خط  $\bar{زج}$ .  
وأيضاً فلتكن نقطة  $\bar{ب}$  على خط  $\bar{دز}$ ، فأقول : إنه ليس تنعطف صورة نقطة  $\bar{ب}$  إلى بصر  $\bar{أ}$ .

للشكل رقم (١)



5 فإن أمكن فلتنعطف / صورة نقطة  $\bar{ب}$  إلى بصر  $\bar{أ}$  من نقطة  $\bar{ه}$ . ونصل  $\bar{ب ه}$  فـ ٧٩ - ط ونخرجه إلى  $\bar{ك}$ ، ونصل  $\bar{ز ه}$  ونخرجه إلى  $\bar{ط}$ ، ولتنعطف صورة نقطة  $\bar{ب}$  إلى بصر  $\bar{أ}$  على خط  $\bar{أ ه}$  فتكون زاوية  $\bar{ك ه أ}$  هي زاوية الانعطاف وزاوية  $\bar{ك ه ط}$  هي الزاوية التي يحيط بها الخط الذي عليه امتدت الصورة والعمود الخارج من موضع الانعطاف. فزاوية  $\bar{ك ه أ}$  أصغر من زاوية  $\bar{ك ه ط}$  وخط  $\bar{ب ز}$  إما

2 ز ج : روح - [ف] 3 - ب : ر [ف] 5 - ونصل : وصل [ف] عادة ما يأخذ ناسخ [ف] بصورة المخاطب للقرء، وان تشير لذلك فيما بعد - 6 ز : و [ف] ولتنعطف : ولانعطف [ف] 7 ك ه : 1 ك [ف] 8.

أصغر من خط زه وإما مساو له، لأن نقطة ب: إما فيما بين نقطتي د ز وإما على نقطة د. فزاوية هـ ب ز: إما أعظم من زاوية ب هـ ز وإما مساوية لها. وزاوية اهـ ك أعظم من زاوية هـ ب ز، فزاوية اهـ ك أعظم من زاوية ب هـ ز، / فزاوية اهـ ك أعظم من زاوية كه ط، وقد كانت أصغر منها، ف - ٨٠ - و. وهذا محال. 5

فليس تنعطف صورة نقطة ب إلى بصر آ من نقطة هـ ولا من غيرها من النقط التي على محيط دائرة ج هـ د ولا من محيط غيرها من الدوائر التي تمثت في سطح الجسم المشف الذي فيه نقطة ب إذا كان كزياً. فقطعة ب إذا كانت على خط ج د، فليس يدركها البصر بالانعطاف، وليس يدركها إلا على استقامة فقط، فليس يدركها إلا نقطة واحدة، وذلك ما أردنا أن نبين. 10

ولتعد الصورة، وليكن نقطة ب خارجة عن خط ج د ونخرج السطح الذي فيه عمود ز آ ونقطة ب، فيكون هذا السطح قائماً على سطح الجسم المشف، وتكون نقطة ب لا تنعطف صورتها إلى بصر آ إلا في هذا السطح، لأنه ليس يمر بنقطتي آ ب سطح قائم على سطح الجسم المشف إلا سطح يمر بمحيط آ د، وليس يخرج من خط آ د سطح يمر بنقطة ب إلا سطح واحد فقط، 11

وليحدث هذا السطح في سطح الجسم المشف دائرة ج هـ د. وليس تنعطف صورة نقطة ب إلى بصر آ إلا من محيط دائرة ج هـ د. ولتنعطف صورة نقطة ب إلى بصر آ من نقطة هـ. فأقول: إنه ليس تنعطف صورة نقطة ب إلى 12 - ٨٠ - بصر آ من نقطة غير نقطة هـ.

1 ز هـ: د هـ [ف] هـ ز [ك] 2 - ب هـ ز: ب هـ [ف] 3 - له: 3 - [ك] 7 - ولا من: ولا من [ف] 8 - إذا كانت: إذا [ف] وفي [ت] نجد *existeret* ما يفتق مع [ك] 10 - أن تبين: ناقصة [ف] 12 - ل آ [ف] آ د [ك] 16 - وليس: فليس [ك] ونجد في [ت] *ergo... non* ما يفتق مع [ك] 17 - ولتنعطف: ولتنعطف [ف] 18 - بصر آ: كرر بعدنا ناسخ [ف] إلا من محيطه وفي [ت] نجد ترجمة العبارة هكذا *refringatur ergo ex e* ما يفتق مع [ك] 19 - آ: ناقصة [ف].

برهان ذلك : أنه لا يمكن . فإن أمكن ، فلتنعطف صورة نقطة  $\overline{ب}$  إلى بصر  
 آ من نقطة أخرى ، فليس تكون النقطة الأخرى إلا على محيط دائرة ج ه د  
 ليما تبين من قبل ؛ فلتكن النقطة الأخرى نقطة م ، ونصل خطوط  $\overline{ب ه}$  و  $\overline{أ}$   
 $\overline{ب م}$  و  $\overline{أ ز ه ز م}$  . وليتقاطع خطاً  $\overline{ز ه ب م}$  على نقطة س . ونخرج  $\overline{ب ه}$  إلى ح  
 و  $\overline{ب م}$  إلى ن و  $\overline{ز ه}$  إلى ط و  $\overline{ز م}$  إلى ل ، فتكون زاوية ح ه ط هي التي يحيط  
 بها الخط الذي امتدت عليه الصورة والعمود الخارج من موضع الانعطف ،  
 وتكون زاوية ح ه أ هي زاوية الانعطف ، وتكون زاوية ن م ل هي / الزاوية ك - ٦٨ - ط  
 التي يحيط بها الخط الذي امتدت عليه الصورة والعمود الخارج من موضع  
 الانعطف ، وتكون زاوية ن م أ هي زاوية الانعطف . وزاوية ح ه ط : إما أن  
 تكون مساوية لزاوية ن م ل وإما أن تكون أصغر من زاوية ن م ل وإما أن  
 تكون أعظم من زاوية ن م ل .

فإن كانت زاوية ح ه ط مساوية / لزاوية ن م ل ، فإن زاوية ح ه أ - د - ٨١ - و  
 التي هي زاوية الانعطف - مساوية لزاوية ن م أ - التي هي زاوية  
 الانعطف ، فتكون زاوية أ م ب مساوية لزاوية أ ه ب ، وهذا محال .  
 ١٥ وإن كانت زاوية ح ه ط أصغر من زاوية ن م ل ، فإن زاوية ح ه أ أصغر  
 من زاوية ن م أ ، فتكون زاوية أ م ب أصغر من زاوية أ ه ب ، وهذا محال .  
 وإن كانت زاوية ح ه ط أعظم من زاوية ن م ل ، فلإننا نخرج خط ه ب  
 في جهة ب إلى ق ، ونخرج م ب إلى ع ، فتكون زاوية ه ب م مساوية  
 للزاوية التي عند محيط الدائرة التي توترها قوسا م ه ق ع . وإذا كانت زاوية

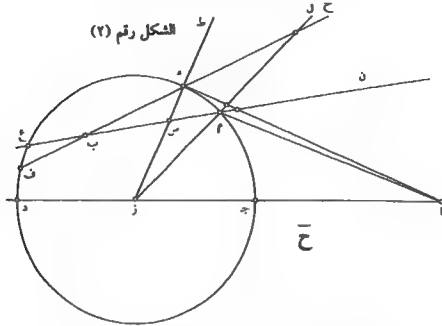
د ز ه : وه ز [ك] - 6 الذي : ناقصة [ك] - 7 ح ه أ : ح أ [ف] / د م ل : حادة ما يكتب تاسخ [ف] ونسج  
 [ك] فنون راء لم زلياً ، ولن تثبت هذا فيما بعد - 12 فلأ : وإن [ف] - 13 د م أ : د م أ [ف] - 16 د م أ : ن م ل  
 [ك] زاوية (الثلاثة) : ناقصة [ف] - 18 ق : و [ك] - 19 وإنا : إنا [ف] .

ح ه ط أعظم من زاوية ن م ل، كانت زاوية ز ه ب أعظم من زاوية ز م ب. فإذا كانت زاوية ز ه ب أعظم من زاوية ز م ب، فإن زاوية م ز ه أعظم من زاوية م ب ه، وتكون زيادة زاوية م ز ه على زاوية م ب ه مساوية لزيادة زاوية ز ه ب على زاوية ز م ب، لأن الزاويتين اللتين عند نقطة س متساويتان. فزاوية م ز ه، إذا كانت عند محيط الدائرة، فإن القوس التي توترها تكون ضعف قوس م ه. فإذا كانت زاوية م ز ه أعظم / من زاوية م ب ه، فإن ضعف قوس م ه أعظم من قوسي م ه ف ع؛ وتكون زيادة ضعف قوس م ه على قوسي م ه ف ع هي زيادة قوس م ه على قوس ف ع، فزيادة زاوية م ز ه على زاوية م ب ه هي <الزاوية> التي توترها عند محيط الدائرة زيادة قوس م ه على قوس ف ع. وزيادة قوس م ه على قوس ف ع هي أصغر من قوسي م ه ف ع. فزيادة زاوية م ز ه على زاوية م ب ه هي أصغر من زاوية م ب ه. فزيادة زاوية ز ه ب على زاوية ز م ب هي أصغر من زاوية م ب ه. فزيادة زاوية ح ه ط على زاوية ن م ل هي أصغر من زاوية م ب ه. فزيادة زاوية ح ه أ - التي هي زاوية الانعطاف - على زاوية ن م أ - التي هي زاوية الانعطاف - أصغر بكثير من زاوية م ب ه. لكن زيادة زاوية ح ه أ على زاوية ن م أ هي زيادة زاوية أ م ب على زاوية أ ه ب، وزيادة زاوية أ م ب على زاوية أ ه ب أصغر من زاوية م ب ه،

2 ثلثا: راجا [ك]. 5 متساويتان: متساويتين [ف]. 7 أعظم: كرر بعدها ناسخ [ف] جزءاً من العبارة السابقة وجزءاً من العبارة اللاحقة مع الخطأ فكتب من زاوية ب ه فإن ضعف قوس م ه أعظم. ونجد في [ت] 8 وتكون... ف ح (الأولى): كرر النسخ هذه العبارة، ولم يسلم من الخطأ، فكتب ما يلي فتكون زيادة ضعف قوس م ه على قوس ف ح [ف]. 9 م ز ه: ر ه [ف]. 14 ح أ: ح ل [ك]. 15 م ب ه: م و م ب ه [ف]. 16 زيادة (الأولى): أثبتتها في الهامش [ك]. 17 وزيادة... أ ه ب: ناقصة [ف]، وهي مثبتة في [ت] ما يتفق مع [ك].



لكن زيادة زاوية  $\overline{امب}$  على زاوية  $\overline{اهب}$  هي زاوية  $\overline{امه}$  ؛ فزاويتا / ف - ٨٢ - و  
 $\overline{امه}$   $\overline{مبه}$  أصغر من زاوية  $\overline{مبه}$  ، وهذا محال .



فليس تنعطف صورة نقطة  $\overline{ب}$  إلى بصراً من نقطة غير نقطة  $\overline{ه}$  ، وذلك ما أردنا أن نبين .

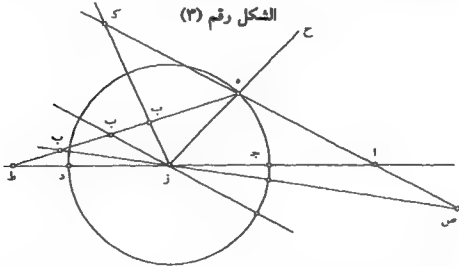
5 وإذا كانت صورة نقطة  $\overline{ب}$  ليس تنعطف إلى بصراً إلا من نقطة واحدة ،  
 فليس يكون لها إلا خيالاً واحد ، إلا أن موضع الخيال يختلف بحسب  
 اختلاف موضع نقطة  $\overline{ب}$  .

وذلك أنا نصل  $\overline{ب ز}$  ، فخط  $\overline{ب ز}$  : إما أن يلقى خط  $\overline{ه أ}$  وإما أن يكون  
 موازياً له . وإذا لقيه : فإما أن يلقاه إذا خرجا في جهة  $\overline{ه ب}$  ، على مثل نقطة ف - ٨٢ - ط  
 10  $\overline{ك}$  ، وإما أن يلقاه إذا خرجا في جهة  $\overline{د أ}$  ، مثل خط  $\overline{ب ز}$   $\overline{ص}$  (على) مثل  
 نقطة  $\overline{ص}$  .

1 لكن : ال [ف] في [ت] sed كما في [ك] /  $\overline{ام ب}$  :  $\overline{ام ب ه}$  [ف] - 8 : أنا : ليشا [ف] في [ت]  
 enim كما في [ك] - 9 : مثل : أثبتا في المثلث [ك] - 10 :  $\overline{د أ}$  : أ [ك] / مثل خط  $\overline{ب ز}$   $\overline{ص}$  : ناقصة [ك]  
 وكذلك في [ت] - 10 - 11 مثل نقطة  $\overline{ص}$  : ناقصة [ف] ونجد في [ت]  $at \sin r$  وهو قريب من [ك] .

وإذا كان  $\overline{ب ز}$  موازياً لخط  $\overline{ه أ}$ ، كان مثل  $\overline{ب ز}$  المتوسط بين خطي  $\overline{ك ب}$   $\overline{ز ب}$   $\overline{ز ص}$ . فإن كان التقاء هذين الخطين على نقطة  $\overline{ك}$ ، كان الخيال قدأم البصر وكانت الصورة يئنه وأدركها البصر على نقطة  $\overline{ك}$ ، وإن كان التقاء الخطين على نقطة  $\overline{ص}$ ، كان الخيال نقطة  $\overline{ص}$ ، وأدرك البصر الصورة مقابلة له، إلا أنها لا تكون في غاية البيان، بل تكون مشتبهة، لأن البصر يدركها في غير موضعها، وقد تبين هذا المعنى عند كلامنا في الانعكاس.

وإن كان خط  $\overline{ب ز}$  موازياً لخط  $\overline{ه أ}$ ، فإن الخيال يكون غير محدود، ويدرك البصر الصورة في موضع الانعطاف، وعلة ذلك شبيهة بالعلة التي ذكرناها في الانعكاس، إذا كان الانعكاس على خط مواز للعمود.



وقد تبين مما يئناه أن المبصر الذي يدركه البصر من وراء جسم مشف أغلظ 10  
من الجسم الذي يلي البصر، فإنه ليس يكون له إلا خيال واحد، / وليس ج - ٨٣ - د  
يدركه البصر إلا واحداً فقط.

2 الفضاء: الفخ [ف] - 4 كان... ص: مكررة [ف] وإشار النسخ إلى هذا في الهامش - 10 - 11 أغلظ من الجسم: ناقصة [ف] وفي [ت] grossius corpore كما في [ك] - 11 البصر: البصر [ف]، لك - 11 - 12 وليس... واحداً: أثبتها في الهامش [ك].  
الشكل ليس في المخطوطين.

وهذا الانعطاف هو عن تغير سطح الجسم المشف الذي يلي البصر المحيط  
بموجب الجسم المشف الذي يلي المبصر، وذلك ما أردنا أن نبين.  
وإن كان الجسم المشف الأغظ يلي البصر، وكان شكلا الجسمين على ما  
هما عليه، وكان الجسم الألف يلي المبصر، فليس يكون للمبصر إلا خيال  
5 واحد، ولا يدرك البصر للمبصر إلا صورة واحدة فقط، وذلك أن البصر، إذا  
كان / في الجسم الأغظ وكان المبصر في الجسم الألف وكان شكلا الجسمين كـ ٦٩ - و  
على ما هما عليه، فإن البصر يكون بمنزلة نقطة بـ والمبصر يكون بمنزلة نقطة آ،  
وإذا انعطفت صورة نقطة آ إلى بصر بـ، فإنها تنعطف في السطح القائم على  
سطح الجسم المشف، ويكون الفصل المشترك بين ذلك السطح وبين سطح  
10 الجسم المشف دائرة بمنزلة دائرة جـ دـ، وتكون نقطة الانعطاف بمنزلة نقطة  
هـ، ويكون الخط المنعطف بمنزلة خط آ هـ بـ، فيلزم / من ذلك أن تكون بـ ٨٣ - ٥  
الصورة التي تمتد على خط آ هـ وتنعطف على خط بـ هـ، إذا امتدت من نقطة  
بـ على خط بـ هـ، انعطفت على خط هـ آ. فإن انعطفت صورة نقطة آ إلى  
نقطة بـ من نقطة أخرى غير نقطة هـ، لزم من ذلك أن تنعطف صورة نقطة  
15 بـ إلى نقطة آ من تلك النقطة الأخرى. وقد تبين أن الصورة، إذا امتدت  
على خط بـ هـ وانعطفت على خط هـ آ، فليس تنعطف من نقطة بـ صورة  
أخرى إلى نقطة آ. فليس تنعطف صورة نقطة آ إلى بصر بـ إلا من نقطة  
واحدة، ولا يكون لها إلا خيال واحد.  
وإن كانت نقطة آ على العمود الخارج من نقطة بـ إلى مركز الكرة فإن

١ وهذا : فهذا [ف] وفي [ت] Vero كما في [ك] / سطح : أثبتا فرق السطح [ك] - 3 : يلي : الذي يلي  
[ك] / الجسمين : ناقصة [ف] في الملامح [ك] - 4 : ما : يتا [ف] وهي مهلة / المبصر : البصر [ك] -  
5 للمبصر : البصر [ك] - 6 شكلا الجسمين : شكل الجسم [ف] شكلا الجسم [ك] - 7 نقطة (الأول) : نقط  
[ف] - 11 : خط : في الملامح [ك] / آ هـ بـ : آ هـ بـ : 13 : آ : 14 : [ك] - 18 : ولا : لا [ف] - 19  
لأن : إلى [ف] وفي [ت] tunc ما يفتق مع [ك].

بصر بَ يدرك نقطة آ على استقامة العمود؛ ويتبين أن صورة نقطة آ لا تعطف إلى بصر بَ، لأنه قد تبين أن صورة نقطة بَ، إذا كانت على العمود، لم تعطف إلى نقطة آ. فإذا كان الجسم الأغظ يلي البصر، وكان الجسم الألف يلي المبصر، فليس يكون للمبصر إلا خيال واحد، ولا يدرك البصر للمبصر إلا صورة واحدة فقط، وذلك / ما أردنا أن نبين. ف - ٨٤ - و

وأيضاً، فلنعد الشكل ز، ونفرض على محيط دائرة ج ه د نقطة مما يلي جهة ج، ولنكن نقطة ه، ونخرج منها خطاً موازياً لخط آ د، وليكن ه ط، ونصل ز ه ونخرجه إلى ح. وليكن نسبة زاوية ز ه ك إلى ضعف زاوية ك ه ط أعظم نسبة تكون للزاوية التي يحيط بها الخط الذي تمتد عليه الصورة والعمود إلى زاوية الانعطاف التي تُوجها تلك الزاوية بالقياس إلى الحس. وذلك أن كل جسمين مشفين مختلفي الشفيف، فإن زوايا الانعطاف التي يحدث بينها الضوء النافذ فيها تختلف، ويكون لاختلافها بالقياس إلى الحس غاية إذا تجاوزها، لم يدرك الحس مقدار الانعطاف، أعني أنه يدرك الحس مركز الضوء النافذ في الجسمين كأنه على استقامة الخط الذي امتد عليه الضوء، أعني عند اعتباره بالآلة. 15

ونجعل زاوية د ز ط مثل زاوية ط ه ك، فتكون زاوية / ز ك ه ضعف ف - ٨٤ - ط زاوية ك ه ط، فتكون نسبة زاوية ز ه ك إلى زاوية ز ك ه هي أعظم نسبة تكون بين الزاوية التي يحيط بها الخط الأول والعمود وبين زاوية الانعطاف.

١ ويتبين: وتبين [ف] - ٣ وكان: قال [ف]، [ك] - 6: ز: ناقصة [ك] د [ف] - 8: نية: ناقصة [ك] ولكنها مثبتة في [ت] - 9 الصورة: الصور [ف] - 11 يحدث: مهمل [ف]، [ك] - 12 الضوء: للضوء [ف]؛ ولها يمكن أن تقرأ فتحدث بينهما للضوء، ولكن قرأنا ما أثبتناه - 15 اعتباره: اعتبه [ف] ابن الهيثم يشير هنا إلى الآلة التي اعتبر بها، فيما سبق من كتبه، انعطاف الضوء - 16 ط ه ك: ك ه ط [ك] - 17 هي: ناقصة [ك].



جـ هـ، وتنعطف إلى نقطة آ. ويكون الخط - الذي عليه تلك النقط -  
 تنعطف صورة جميعه إلى بصر آ من قوس جـ هـ. فإذا كان البصر في جسم  
 مشف، وكان المبصر في جسم مشف أغلظ من الجسم الذي يلي البصر، وكان  
 سطح الجسم المشف الأغلظ - الذي يلي البصر - كروياً محدبه يلي البصر،  
 5 وكان / المبصر خارجاً عن الدائرة - التي حديتها تلي البصر - وأبعد عن البصر ك - ٦٩ - ط  
 من أبعد نقطتي التقاطع بين العمود وبين محيط الدائرة، وكان الجسم المشف  
 الغليظ - الذي يلي البصر - متصلاً إلى الموضع الذي فيه المبصر وغير منقطع / ف - ٨٥ - ط  
 عند الاستدارة التي تلي المبصر، فإنه قد يمكن أن يدرك البصر ذلك المبصر  
 بالانعطاف مع إدراكه له على استقامة. وإذا أدرك البصر المبصر على هذه  
 10 الصفة، فإن خياله يكون مركز البصر.

ثم إذا أثبتنا خط آ ب ج، وأدركنا شكل آ ه ب حول خط آ ب، وكان  
 الجزء من سطح الجسم المشف الذي يلي البصر كروياً، رمت نقطة ه دائرة في  
 السطح المستدير المحدب الذي يلي البصر، وانعطفت صورة نقطة ب إلى بصر  
 آ من جميع محيط الدائرة التي تحدث، إلا أن الخيال يكون عن جميع دائرة  
 1: الانعطاف يكون نقطة واحدة هي مركز البصر. فخيال المبصر الذي بهذه الصفة  
 أيضاً هو نقطة واحدة، إلا أنه يعرض من هذا الموضع أن يكون البصر يدرك  
 صورة المبصر عند موضع الانعطاف، للعلة التي ذكرناها في الانعكاس عن  
 المرايا إذا كان الانعكاس عن محيط دائرة في كرة وكان الخيال مركز البصر.  
 فالمبصر الذي بهذه الصفة، يدرك البصر صورته مستديرة عند دائرة

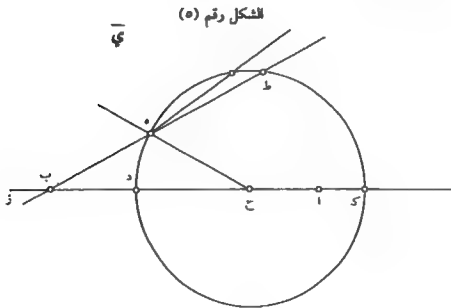
1 النقط : النقطة [ك] - 2 جميعه : جميعها [ك] ويحد في [ت] totius lineae لا يفتي مع [ف] -  
 3 أغلظ : أغلظ من شفيف [ك] وكلمة «شفيف» زائدة، وجد في [ت] ما يؤكد هذا : alio diaphano  
 grossiore - 3 - 4 وكان... البصر (الثانية) : كروها نسخ [ك] وأشار إلى ذلك - 5 البصر : البصر [ك] -  
 7 للبصر (الأولى) : البصر [ك]، وكذلك في [ت] videri - 11 آ ب : ز د [ك].

الانعطاف، ويدرك صورته أبدأً على استقامة العمود المارّ بالبصر والبصر معاً، وذلك ما أردنا / أن نبيّن.

ف - ٨٦ - و

﴿ب﴾ وأيضاً، فليكن البصر نقطة آ، ولتكن نقطة ب في مبصر من المبصرات، وليكن من وراء جسم مشف أغلظ من الجسم المشف الذي يلي البصر، وليكن سطح الجسم المشف الذي يلي البصر سطحاً مستديراً مقعراً، تقعيره يلي البصر، فأقول: إن نقطة ب ليس يكون لها إلا خيال واحد، وليس يكون لها «عند» بصر آ إلا صورة واحدة فقط.

وليكن مركز التقيير نقطة ح، ونصل آح ونخرجه على استقامة إلى ز، فيكون خط آز عموداً على السطح المقعر ونقطة ب: إما أن تكون على خط آز أو تكون خارجة عن خط آز.



١ والبصر: والبصر [ك] - 3 البصر: ناقصة [ك] - 4 ي: في الماش [ك] - 5 البصر (الثانية): ناقصة [ف] البصر [ك] وهي مثبتة في [ت] - 8 آح: آج [ك] وكثيراً ما يكتب الحاء جيداً وبالعكس، ولا نشير هنا إلا عند توضيح الاختلاف والأهمية.

فلتكن أولاً على خط  $\bar{آز}$ ، فبصر  $\bar{آ}$  يدرك نقطة  $\bar{ب}$  على استقامة خط  $\bar{آب}$ ، لأن  $\bar{آب}$  عمود على السطح المقعر. فأقول: إن بصر  $\bar{آ}$  لا يدرك نقطة  $\bar{ب}$  بالانعطاف.

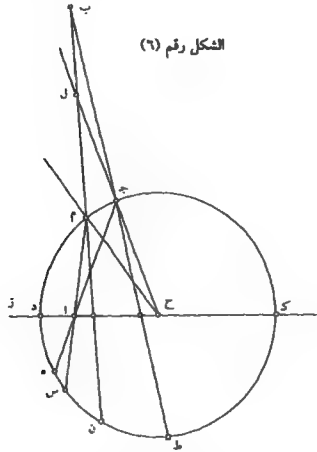
فإن أمكن، فلتنعطف صورة نقطة  $\bar{ب}$  إلى بصر  $\bar{آ}$  من نقطة  $\bar{هـ}$ ، ونصل  $\bar{ب هـ ح هـ}$ ، ونخرج  $\bar{ب هـ}$  إلى  $\bar{ط}$ ، فيكون زاوية  $\bar{ط هـ ح}$  هي التي يحيط بها الخط - الذي امتدت عليه الصورة - والعمود الخارج من موضع الانعطاف. ولأن الجسم الذي يلي نقطة  $\bar{آ}$  ألطف من الجسم / الذي يلي نقطة  $\bar{ب}$ ، يكون الانعطاف إلى خلاف جهة العمود الذي هو خط  $\bar{هـ ح}$ . فخط  $\bar{هـ ط}$  إذا انعطف، يبتعد عن خط  $\bar{هـ ح}$ ، وخط  $\bar{هـ ط}$  لا يلي خط  $\bar{ب آ}$ ، فخط  $\bar{هـ ط}$  إذا انعطف، لم يلي خط  $\bar{ب آ}$  على تصاريף الأحوال. فليس تنعطف صورة نقطة  $\bar{ب}$  إلى بصر  $\bar{آ}$ ، فليس يدرك بصر  $\bar{آ}$  نقطة  $\bar{ب}$  بالانعطاف، وهو يدركها على استقامة، فليس يدرك بصر  $\bar{آ}$  لنقطة  $\bar{ب}$  إلا صورة واحدة فقط، وذلك ما أردنا أن نبين.

ولعد الصورة، وليكن نقطة  $\bar{ب}$  خارجة عن خط  $\bar{آز}$ ، ونخرج السطح الذي فيه خط  $\bar{آز}$  ونقطة  $\bar{ب}$ . فيكون هذا السطح قائماً على السطح / المقعر، ولا تنعطف صورة نقطة  $\bar{ب}$  إلى بصر  $\bar{آ}$  إلا في هذا السطح، لأنه ليس يقوم على السطح المقعر سطح مستو يمر بنقطة  $\bar{آ}$  إلا سطح يمر بخط  $\bar{آز}$ . وليس يمر بخط  $\bar{آز}$  ونقطة  $\bar{ب}$  إلا سطح واحد فقط، فليس تنعطف صورة نقطة  $\bar{ب}$  إلى بصر  $\bar{آ}$  إلا في السطح المار بخط  $\bar{آز}$  ونقطة  $\bar{ب}$ . وليكن الفصل المشترك بين هذا السطح وبين السطح المقعر قوس  $\bar{ج د هـ}$ ، ولتنعطف صورة نقطة  $\bar{ب}$  إلى بصر

5 ط هـ ح: ط هـ ج [د] - 9 يتأخذ من: عن بُعد [د] وفي [ت] *le renvoyer* لا يتفرع مع [د] - 16 ب: في الهامش [د] - 17 يمز: ثم [د] ونجد في [ت] *le ramène par a* لا يتفرع مع [د] - 18 ب: ر [د] - 19 ونقطة: فيعط [د] - 20 ولتنعطف: ولتنعطف [د] وهي مهمة.



أ من نقطة ج ؛ فأقول : إنه ليس تنعطف / صورة نقطة ب إلى بصر أ من ك - ٧٠ - و .  
نقطة أخرى غير نقطة ج .



فإن أمكن، فلتنعطف من نقطة أخرى، وليكن نقطة م. ونصل خطوط  
اج ب د ح ج ا م ب م ح د، ونخرج ب ج على استقامة إلى ط وب م  
د على استقامة إلى ن، ونخرج ح ج على استقامة إلى ل وح م على استقامة إلى

3 ونصل: ونصل [د] - 4 ا ج ب... أ م ب: أ ح ب ج ح ا م ب م [د] وهذا أيضاً ما نجد في  
[د] / م ح د: م ح د، ثم كتب الدال فوق اللام [د] ح م د [د] ب ج: ب ح [د] - 5 إلى ٧٥ إلى:  
نقطة [د] ح ج: ج ح [د].  
الشكل ليس في المخطوطين.

ع ، ونتمم دائرة ج د ه ، ولتقطع خط آ ح على نقطة ك . فقطعة آ : إما أن تكون على خط ك د أو خارجة عن خط ك د في جهة ك .  
فإن كانت نقطة آ على خط ك د ، فهي : إما على نقطة ح أو على أحد خطي د ح ح ك .

5 فإن كانت نقطة آ على ح ، فليس تنعطف / إليها صورة نقطة ب ، لأن ف - ٨٧ - ط  
الخطوط التي تصل بين الجسم المستدير وبين نقطة ح هي أعمدة على سطح الجسم المشف الذي يلي نقطة آ والانعطف ليس يكون على العمود نفسه بل إنما يكون (خارجاً) عن العمود ، فليس تنعطف صورة نقطة ب إلى بصر آ ، إذا كان بصر آ على نقطة ح .

10 وإن كانت نقطة آ على خط ح د ، فإن خط ج ط يكون فيما بين خطي ج آ ج ح وكذلك خط م ن يكون فيما بين خطي م آ م ح ، لأن الانعطف هو إلى خلاف جهة العمود لأن الجسم المشف الذي يلي البصر ألفت من الجسم الذي يلي البصر . وإذا كان خط ج ط فيما بين خطي ج آ ج ح وكانت نقطة آ على خط ح د ، فإن زاوية ب ج آ تكون مما يلي نقطة د ، وكذلك زاوية ب م آ تكون مما يلي نقطة د ، وتكون نقطة ب من وراء خط ح ج ل ، أعني مما يلي نقطة ك عن خط ح ج ل . وتكون زاوية ط ج ح هي الزاوية التي يحيط بها المخط الذي امتدت عليه الصورة والعمود الخارج من موضع الانعطف ، وكذلك زاوية ن م ح ، وتكون زاوية / ط ج آ هي زاوية ف - ٨٨ - د الانعطف ، وكذلك زاوية ن م آ . وزاوية ن م ح : إما أن تكون مساوية لزاوية ط ج ح وإما أن تكون أعظم منها وإما أن تكون أصغر منها .

1. ح : غين [د] . 2. ك د (الأول) : ك ز [د] . د ح : ز ح [د] . 8. < خارجاً > : ونجد في [ت] extra 10.  
ج ط : ح ط [ف] . 11. وكذلك : ولذلك [د] وهذا ما نجده في [ت] idem 13. ج ح : د ح [ف] . 14. تكون :  
تكون زاوية [د] . 15. 16. خط ح ج ل : نقطة ج د ل [ف] . 16. خط : أيتها في الهامش [د] ح ج ل : ح د ل  
[ف] . 18. م ح : ن م آ [ف] . وتكون زاوية ط ج آ هي ز : مكررة في الهامش [د] ٨٨ - و ، ويبدو أنها  
بخط آخر .

وإن كانت زاوية  $\overline{ن م ح}$  مساوية لزاوية  $\overline{ط ج ح}$  ، فإن زاوية  $\overline{أ م ن}$  مساوية لزاوية  $\overline{أ ج ط}$  ، فتكون زاوية  $\overline{ب م أ}$  مساوية لزاوية  $\overline{ب ج أ}$  ، وهذا محال .

وإن كانت زاوية  $\overline{ن م ح}$  أعظم من زاوية  $\overline{ط ج ح}$  ، فإن زاوية  $\overline{أ م ن}$  5 أعظم من زاوية  $\overline{أ ج ط}$  ، فتكون زاوية  $\overline{ب م أ}$  أصغر من زاوية  $\overline{ب ج أ}$  ، وهذا محال .

وإن كانت زاوية  $\overline{ن م ح}$  أصغر من زاوية  $\overline{ط ج ح}$  ، فإن زاوية  $\overline{أ م ن}$  أصغر من زاوية  $\overline{أ ج ط}$  ، ويكون جميع زاوية  $\overline{أ م ح}$  أصغر من جميع زاوية  $\overline{أ ج ح}$  ، ويكون نقصان زاوية  $\overline{أ م ن}$  عن زاوية  $\overline{أ ج ط}$  أقل من نقصان زاوية  $\overline{أ م ح}$  عن زاوية  $\overline{أ ج ح}$  . ونقصان زاوية  $\overline{أ م ح}$  عن زاوية  $\overline{أ ج ح}$  هو نقصان زاوية  $\overline{ج ح م}$  عن زاوية  $\overline{ج أ م}$  لأن الزاويتين اللتين عند تقاطع خطي  $\overline{أ ج م}$

$\overline{م ح}$  متساويتان ؛ فنقصان زاوية  $\overline{أ م ن}$  عن زاوية  $\overline{أ ج ط}$  هو أصغر من ٨٨ - ٥ ط نقصان زاوية  $\overline{ج ح م}$  عن زاوية  $\overline{ج أ م}$  . ونخرج خطي  $\overline{ج أ م}$  إلى نقطتي ه س . فتكون زاوية  $\overline{ج أ م}$  هي الزاوية التي يوترها عند محيط الدائرة قوسا  $\overline{ج م}$  15 ه س ، وزاوية  $\overline{ج ح م}$  هي التي يوترها عند محيط الدائرة ضعف قوس  $\overline{ج م}$  . وإذا كانت زاوية  $\overline{ج ح م}$  أصغر من زاوية  $\overline{ج أ م}$  ، فإن ضعف قوس  $\overline{ج م}$  أصغر من قوسي  $\overline{ج أ م}$  ه س ، ويكون نقصان قوس  $\overline{ج م}$  عن قوسي  $\overline{ج أ م}$  ه س هو نقصان قوس  $\overline{ج م}$  عن قوس ه س . فنقصان زاوية  $\overline{أ م ن}$  عن

١ وإن : فإن [ك] - 4 أم ن : أ ح ر [ك] - 8 جميع : أثبتنا في للمارش [ك] / جميع : نقصة [ك] وهي مبنية في [ت] - 9 ويكون : و [ك] / أ ج ط : أ ح ط [ف] - 11 ج أ م : ح أ م [ف] / أ ج : أ ح [ك] - 12 متساويتان : متساويان [ك] / من : عن نقصان [ك] - 14-15 قوسا ج م ه س : قوس محيط [ك] ، والبلارة صحيحة في [ت] - 15 الدائرة : للدائرة [ف] / ضعف : نقصة [ك] وهي مبنية في [ت] - 17 ه س : طس [ك] - 17-18 ويكون ... قوس ه س : نقصة [ك] وهي مبنية في [ت] .

زاوية  $\overline{ا ج ط}$  أصغر من الزاوية التي يوترها عند محيط الدائرة نقصان قوس  $\overline{ج د م}$  عن قوس  $\overline{ه س}$ ، فهو أصغر من زاوية  $\overline{ج ا م}$ . فزيادة زاوية  $\overline{ب م ا}$  على زاوية  $\overline{ب ج ا}$  هي أصغر من زاوية  $\overline{ج ا م}$ . لكن زيادة زاوية  $\overline{ب م ا}$  على زاوية  $\overline{ب ج ا}$  هي زاويتا  $\overline{ج ا م ج ب م}$ ، فزاويتا  $\overline{ج ا م ج ب م}$  أصغر من زاوية  $\overline{ج ا م}$ ، وهذا محال.

- وإن كانت نقطة  $\overline{آ}$  على خط  $\overline{ح ك}$ ، فإن خط  $\overline{ج ط}$  يكون فيما بين خطي  $\overline{ج ح ج ا}$ ، وكذلك خط  $\overline{م ن}$  يكون فيما بين خطي  $\overline{م ح م ا}$ ، فتكون زاوية  $\overline{ب ج ا}$  مما يلي نقطة  $\overline{ك}$ ، وكذلك زاوية  $\overline{ب م ا}$  تكون مما يلي نقطة  $\overline{ك}$  وتكون  $\overline{ك}$  - ٨٩ - و نقطة  $\overline{ب}$  تحت خط  $\overline{ح م ع}$ ، أعني مما يلي نقطة  $\overline{د}$  عن خط  $\overline{ح م ع}$ ، وتكون  $\overline{ك}$  كل واحدة من زاويتي  $\overline{ط ج ح ن م ح}$  هي الزاوية التي يحيط بها الخط الذي امتدت عليه الصورة والعمود الخارج من موضع الانعطاف، وتكون كل واحدة من زاويتي  $\overline{ط ج ا ن م ا}$  هي زاوية الانعطاف. فإن كانت زاوية  $\overline{ط ج ح}$  مساوية لزاوية  $\overline{ن م ح}$ ، فإن زاوية  $\overline{ط ج ا}$  مساوية لزاوية  $\overline{ن م ا}$ ، فتكون زاوية  $\overline{ب ج ا}$  مساوية لزاوية  $\overline{ب م ا}$ ، وهذا محال.
- وإن كانت زاوية  $\overline{ط ج ح}$  أعظم من زاوية  $\overline{ن م ح}$ ، فإن زاوية  $\overline{ط ج ا}$   $\overline{ا عظم}$  من زاوية  $\overline{ن م ا}$ ، فتكون زاوية  $\overline{ب ج ا}$  أصغر من زاوية  $\overline{ب م ا}$ ، وهذا محال.

3 هي: [رو، ف، ك] - 4 هي: [رو، ف] - 6 خطي: كتبها هـ خطي، ثم صححها عليها [ك] - 9 أعني ... ح م ع: ناقصة [ك] وهي مثبتة [ت] - 10 واحدة: واحد [ف] - 13 مساوية ...  $\overline{ط ج ا}$ : في المثلث [ك].



زاوية  $\overline{ب ج ا}$  على زاوية  $\overline{ب م ا}$  هي زاوية  $\overline{ج ا م}$   $\overline{ج ب م}$  ، فزاوية  $\overline{ج ا م}$   $\overline{ج ب م}$  أصغر من زاوية  $\overline{ج ا م}$  ، وهذا محال .

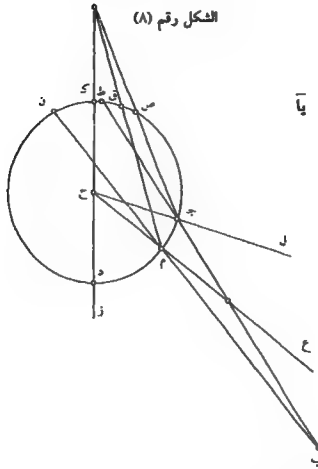
وإن كانت نقطة  $\overline{أ}$  خارجة عن خط  $\overline{ك د}$  إلى ما يلي نقطة  $\overline{ك}$  ، وكان الجسم المشف الذي فيه بصر  $\overline{أ}$  متصلاً إلى موضع نقطة  $\overline{أ}$  ، فإننا نصل خطي  $\overline{أ ج}$   $\overline{أ م}$  ، فهما يقطعان محيط دائرة  $\overline{ج ك د}$  ، فليقطعاها على نقطتي  $\overline{ص ق}$  . وإن كانت زاوية  $\overline{ط ج ح}$  مساوية لزاوية  $\overline{ن م ح}$  ، فإن زاوية  $\overline{ب ج ا}$  مساوية لزاوية  $\overline{ب م ا}$  ، وهذا محال .

وإن كانت زاوية  $\overline{ط ج ح}$  أعظم من زاوية  $\overline{ن م ح}$  ، فإن زاوية  $\overline{ط ج ا}$  أعظم من زاوية  $\overline{ن م ا}$  ، فتكون زاوية  $\overline{ب ج ا}$  أصغر من زاوية  $\overline{ب م ا}$  ، وهذا محال .

وإن كانت زاوية  $\overline{ط ج ح}$  أصغر من زاوية  $\overline{ن م ح}$  ، فإن زاوية  $\overline{ط ج ا}$  / د - ٩٠ - و أصغر من زاوية  $\overline{ن م ا}$  ، وجميع زاوية  $\overline{ح ج ا}$  أصغر من جميع زاوية  $\overline{ح م ا}$  ، فتكون زاوية  $\overline{ح ج م}$  أصغر من زاوية  $\overline{ج ا م}$  . لكن زاوية  $\overline{ج ح م}$  هي التي يوترها عند محيط الدائرة ضعف قوس  $\overline{ج م}$  وزاوية  $\overline{ج ا م}$  (هي) التي يوترها ١٥ عند محيط الدائرة زيادة قوس  $\overline{ج م}$  على قوس  $\overline{ص ق}$  . / فضعف قوس  $\overline{ج م}$  د - ٩٠ - ط أصغر من زيادة قوس  $\overline{ج م}$  على قوس  $\overline{ص ق}$  ، وهذا محال .

١ زاوية  $\overline{ب ج ا}$  على زاوية  $\overline{ب م ا}$  : ثالثة [ك] ثالثة في [ت] أيضاً / هي : هو [ف] ، [ك] /  $\overline{ج ب م}$  :  $\overline{ج ب ا}$  [ك] - 3 -  $\overline{ج ك د}$  :  $\overline{ك ز}$  [ك] - 4 -  $\overline{أ ج}$  :  $\overline{أ ج}$  - 5 -  $\overline{ج ك د}$  :  $\overline{ج ك ز}$  [ك] / فليقطعاها : فليقطعاها [ف] - 6 -  $\overline{ط ج ح}$  :  $\overline{ط ج ح}$  [ك] - 8 -  $\overline{ط ج ا}$  :  $\overline{ط ج ا}$  [ف] ، [ك] - 9 -  $\overline{ب ج ا}$  :  $\overline{ب ج ا}$  [ف] - 11  $\overline{ط ج ا}$  :  $\overline{ط ج ا}$  [ك] - 12  $\overline{ح ج ا}$  :  $\overline{ح د ا}$  [ك] - 13  $\overline{ج ح م}$  (الثانية) :  $\overline{ج م ح}$  [ف] /  $\overline{م ج ح}$  [ك] .

الشكل رقم (٨)



وإذا كانت نقطة  $\overline{ب}$  خارجة عن خط  $\overline{أح}$ ، فليس تنعطف صورتها إلى بصر  $\overline{أ}$  إلا من نقطة واحدة فقط. وإذا لم تنعطف صورتها إلا من نقطة واحدة، فليس يكون لها إلا خيال واحد، ويكون خيالها : إما قدام البصر وإما من وراء البصر وإما في موضع الانعطاف كما تبين فيما تقدم، وذلك ما أردنا أن تبين.

2 واحدة: واحد [ك]. 3 واحد: واحد ققط [د].

وإن كان الجسم المشف الأغظ يلي البصر، وكان الجسم الألف يلي  
 المبصر، وكان شكلهما على ما هما عليه، أعني إذا كانت نقطة بـ هي  
 المبصر، فليس يكون للمبصر أيضاً إلا خيال واحد، وبرهان ذلك مثل ما بيناه  
 في عكس الشكل الثامن.

---

3 للمبصر: المبصر [ف] / خيال واحد: خيالاً واحداً [ف، ك] - 4 نجد في [ت] وعكس الشكل  
 السابع ١.



## النص السادس

### 〈كتاب المناظر - المقالة السابعة〉

#### 〈العدسة الكرية〉

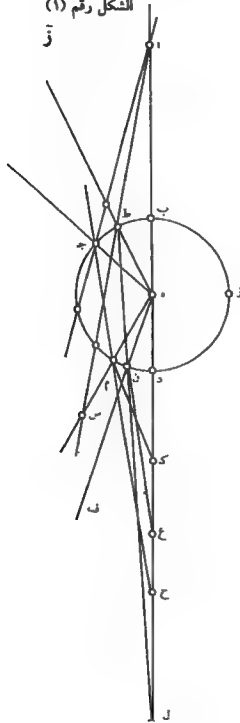
- 5      إلا أنه قد يكون في المبصرات المألوفة ما يُرى من وراء جسم مشف كروي  
أغظ من الهواء ويكون محدبه يلي البصر إذا كان المبصر من وراء كرة من البلور  
أو الزجاج أو ما يجري مجراها وكان ذلك المبصر في الهواء لا في داخل الكرة.  
وأوضاع المبصرات التي بهذه الصفة أيضاً كثيرة وكثيرة الفنون، إلا أن هذه  
المبصرات قلما يدركها البصر، وإذا أدركها قلما يتأملها ويميز اختلاف صورها.  
10 فليس في ذكر جميع فنونها كثيرُ حظ، إلا أننا نقتصر على وضع واحد  
مختص من أوضاعها، وهو أن يكون البصر والمبصر على عمود واحد قائم على  
سطح الجسم الكروي.

---

6 كرة: [ف] - 7 لا: [ف] - 11 من: [د].

ابن الهيثم : العسة الكرية

الشكل رقم (١)



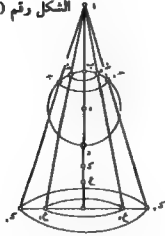
- فليكن البصر نقطة  $\bar{آ}$  ، وليكن الجسم الكروي الذي محله  $\bar{بلي}$  البصر جسم  $\bar{ب ج دز}$  ، وليكن مركزه نقطة  $\bar{هـ}$  . ونصل  $\bar{آ هـ}$  ونخرجه على استقامة ، ولقطع سطح الكرة على نقطتي  $\bar{ب د}$  ، ونخرجه في جهة  $\bar{د}$  إلى نقطة  $\bar{ح}$  . ونخرج من خط  $\bar{آ ح}$  سطحاً مستوياً يقطع الكرة ، فهو يحدث في سطح الكرة دائرة ،
- 5 فليكن / دائرة  $\bar{ب ج دز}$  . وقد تبين في الشكل التاسع من أشكال فصل ١٢٢ - ١٠ الخيال أن خط  $\bar{د ح}$  عليه نقط كثيرة تنعطف صورها إلى بصر  $\bar{آ}$  من محيط دائرة  $\bar{ب ج دز}$  ، وأن الخط الذي عليه تلك النقط تنعطف صورة جميعه إلى بصر  $\bar{آ}$  إذا كان  $\bar{ب ج دز}$  متصلاً وغير منقطع في جهة  $\bar{د}$  . فليكن خط  $\bar{ح ل}$  تنعطف صورته إلى بصر  $\bar{آ}$  من محيط دائرة  $\bar{ب ج دز}$  . وإذا كان الجسم المشف 10 متصلاً في جهة  $\bar{د}$  ، فلتكن النقطة التي تنعطف منها صورة نقطة  $\bar{ح}$  إلى بصر  $\bar{آ}$  نقطة  $\bar{ج}$  والنقطة التي تنعطف منها صورة نقطة  $\bar{ل}$  إلى بصر  $\bar{آ}$  نقطة  $\bar{ط}$  . فتكون صورة خط  $\bar{ح ل}$  تنعطف إلى بصر  $\bar{آ}$  من قوس  $\bar{ج ط}$  . ونصل خطوط  $\bar{ح م ج ح آ ل ن ط آ}$  (  $\bar{ج آ}$  ) ، فصورة نقطة  $\bar{ح}$  تمتد على خط  $\bar{ح ج}$  وتنعطف على خط  $\bar{ج آ}$  وصورة نقطة  $\bar{ل}$  تمتد على خط  $\bar{ل ط}$  وتنعطف على خط  $\bar{ط آ}$  . 15 ونصل خطوط  $\bar{هـ ج هـ ط هـ م هـ ن}$  ، ونخرج  $\bar{هـ م}$  إلى  $\bar{س}$  ونخرج  $\bar{هـ ن}$  إلى  $\bar{ق}$  . فالصورة التي تمتد على خط  $\bar{آ ج}$  تنعطف على خط  $\bar{ج ح}$  وتنتهي إلى نقطة  $\bar{ح}$  ، والصورة / التي تمتد على خط  $\bar{آ ط}$  تنعطف على خط  $\bar{ط ل}$  وتنتهي إلى ١٢٢ - ١١ ط نقطة  $\bar{ل}$  ؛ هذا إذا كان الجسم المشف متصلاً إلى نقطة  $\bar{ح}$  . فإذا كان جسم الكرة منفصلاً عند السطح الكروي ، فإن الصورة التي تمتد على خط  $\bar{آ ج}$

1 الذي : الذي على [ك] - 2  $\bar{ب ج دز}$  :  $\bar{ب ح دز}$  [ك] وهنا يخطئ النسخ عادة بين الجيم والحاء وإن نشر هذا مرة أخرى - 3 في : من [ك] - 4 خط : كتب : سطح ، ثم كتب فرقها وخط ، [ك] - 7 النقط : النقطة [ك] ، لا - 8 فليكن : وليكن [ك] - 10 فلتكن : وليكن [ك] ، لا - 11 النقطة : ناقصة [ك] / صورة : ناقصة [ك] / إلى بصر  $\bar{آ}$  : ناقصة [ك] وهي مثبتة في [ت] /  $\bar{ط هـ}$  : [ك] - 12 صورة : صورته [ك] /  $\bar{ج ط}$  :  $\bar{ح ط}$  [ك] .

- تتعطف على خط ج م ، فيكون انعطافها إلى جهة العمود الذي هو ه ج .  
 وإذا انتهت الصورة إلى نقطة م ، انعطفت انعطافاً ثانياً إلى خلاف جهة  
 العمود الذي هو خط ه م س ، فلتتعطف إلى نقطة ك . وكذلك الصورة التي  
 تمتد على خط آ ط تعطف على خط ط ن وإذا انتهت إلى نقطة ن  
 5 < انعطفت > انعطافاً ثانياً إلى خلاف جهة العمود الذي هو خط ه ن ف .  
 فليكن انعطاف الصورة التي تنتهي إلى نقطة ن على خط ن ع ، فصورة نقطة  
 ك تمتد على خط ك م وتعطف على خط م ج ثم تعطف انعطافاً ثانياً على  
 خط ج آ ، وكذلك صورة نقطة ع تمتد على خط ع ن وتعطف على خط  
 ن ط ثم تعطف انعطافاً ثانياً على خط ط آ . فصورة جميع خط ك ع تعطف  
 10 إلى بصر آ من قوس ج ط . وإذا أثبتنا خط آ ك وتوهمنا شكل / آ ج م ك د - ١٢٣ - و  
 مستديراً حول خط آ ك ، حدث من قوس ج ط شكلٌ مستديرٌ كالحلقة .  
 فتكون صورة خط ك ع منعكسة من جميعه إلى بصر آ ، ويكون خيال خط  
 ك ع هو مركز البصر الذي هو نقطة آ ، فترى صورة ك ع في جميع السطح  
 المستدير الذي هو موضع الانعطاف الذي على استقامة خطوط الشعاع الذي  
 15 هو على شكل الحلقة . فتكون صورة خط ك ع أعظم منه ، ويكون شكل  
 الصورة مخالفاً لشكل خط ك ع الذي هو البصر .

١ فيكون: ويكون [ك]. ٣ لتتعطف إلى نقطة ك: ناقصة [ف]. وكذلك: ولذلك [ف، ك]. ٤ انتهت: تعطف  
 [ك] وفي [ت] cum fuerit refracta - ك ن ل: ه ن ك [ف]. ١١ حول: مكررة [ك] شكل مستدير: شكلاً مستديراً [ف].  
 12 فتكون: تكون [ك] منعكسة: مقلنا، والمقصود منعكسة [ف، ك] وفي [ت] refringetur - 15 حل: ناقصة  
 [ك]. 16 غلقاً: خالقة [ف، ك].

الشكل رقم (٢)



- وإذا اعتبر هذا المعنى وجد على ما ذكرناه. فإذا أراد المعتبر أن يعتبر هذا المعنى، فليعتمد كرة من البلور أو الزجاج النقي، وليكن صحيحة الاستدارة بغاية ما يمكن، وليكن جزء من الشمع يسيراً، وليكن في قدر الحصة، فإن الاعتبار بالجسم الصغير يكون أبين، وليسوده بسواد، فإن السواد الصغير في الجسم المشف يكون أظهر؛ وليقتل القطعة الشمع حتى تستدير وتصير على / ف - ١٢٣ - ظ شكل الكرة، ثم يغرز هذا الشمع على رأس إبرة، ثم يجعل الكرة المشفة مقابلة لإحدى عينيه ويغمض العين الأخرى، ويرفع الإبرة ويجعلها من وراء الكرة المشفة وينظر إلى وسط / الكرة المشفة، ويجعل القطعة الشمع مقابلة لوسط ك - ٨٦ - ظ الكرة حتى تصير القطعة الشمع والبصر ومركز الكرة المشفة على خط واحد
- ١٠ مستقيم بالقياس إلى الجسم، وينظر إلى سطح الكرة المشفة فإنه يرى في سطحها صواداً مستديراً على شكل الحلقة. / فإن لم يره، فليقدم القطعة ف - ١٢٤ - و

١ أن : بأن [ك] - 2 صحبة : صحيح [ك] - 3 بناية : لتأية [ك] / جزء : جزاء [ف] ، ك - 5 تظهر : تافسة [ك] / القطعة : النقطة [ك] / القطعة الشمع : وردت هكذا [ف] ، ك [ك] والأصح : قطعة الشمع ، - 6 يغرز ... إبرة : غرز الإبرة في الشيء. وأخطأه ، وبالتالي لا يصح القول : غرز الشمع وإن فهم للمنى. الشكل ليس في المخطوطتين.

الشمع ويؤخرها إلى أن يرى السواد المستدير. فإذا رأى السواد المستدير، فليحط الشمع فإنه ييطل ذلك السواد المستدير، ثم يرد الشمع إلى موضعه فإنه يرى ذلك السواد المستدير.

فيتبين من هذا الاعتبار أن المبصر إذا كان من وراء جسم كروي مشف د أغلظ من الهواء، وكان البصر وذلك المبصر ومركز الجسم الكروي على خط واحد مستقيم، فإن البصر يدرك ذلك المبصر على شكل الحلقة.

وإن كانت ب ج د ز في جسم أسطواني أيضاً، وكان شفيف ذلك الجسم أغلظ من شفيف الهواء، فإن صورة خط ك ع ترى عند قوس ج ط وعلى القوس المساوية لها النظيرة لها التي من قوس ب ز. ولكن ليس تكون هذه الصورة مستديرة، لأن شكل ا ج م ك إذا دار حول خط ا ك فليس يمر قوس ج ط بجميع سطح الأسطوانة، ولكن ربما انعطفت الصورة من بعض قطوع الأسطوانة، إلا أنها لا تكون متصلة على استقامة، لأن السطح الذي يخرج من خط ا ك ويمر بسهم الأسطوانة يحدث في سطح الأسطوانة / الذي يلي بصر آ ف - 124 - ط

خطاً مستقيماً يمر بنقطة ب ممتداً في طول الأسطوانة. ولانتعطف صورة خط ك ع من ذلك الخط المستقيم، لأن خط ك ب يكون عموداً على ذلك الخط المستقيم. فليس تكون الصورة مستديرة إذا كان الجسم أسطوانياً، بل تكون صورتين، منقطعة إحداهما عن الأخرى. فيرى خط ك ع اثنتين، وكل واحد من الاثنتين أعظم من خط ك ع، وتكون كل واحدة من الصورتين مخالفة لصورة ك ع، ومع ذلك فإن الصورتين تكونان نقطة واحدة هي مركز البصر.

10 يمر : ثم [ف] يمر به [ك] - 12 - لا : ناقصة [ك] وكذلك في [ت] / لأن : أثبتنا في الهامش [ف] - 14 - ب : ق، مهمله [ف] - 15 - ك ب : ك ز [ك] - 17 - منقطعة : منعطفة [ف، ك] / من : حل [ك] وفي [ت] refringitur super alteram - 19 - تكونان : تكون [ف، ك].

## النصر السابع

### رسالة في الكرة المحرقة

بسم الله الرحمن الرحيم - رب يسرّ وتمم بالخير والسعادة      ٧٤ - ط

- 5 شعاع الشمس يخرج من الشمس على خطوط مستقيمة؛ وينفذ في كلّ جسم مشف مقابل للشمس. فإذا نفذ في جسم مشف، ثم لقي جسمًا آخر مشفًا مخالف الشفيف لشفيف الجسم الذي هو فيه ولم يكن قائمًا على سطح الجسم الثاني على زوايا قائمة، انعطف ولم ينفذ على استقامته.
- وإذا كان قائمًا على سطح الجسم الثاني امتدّ على استقامة ولم ينعطف. وإذا كان الجسم الثاني أغلظ من الجسم الأول، كان انعطاف الشعاع إلى جهة العمود القائم على سطح الجسم الثاني. وإن كان الجسم الثاني ألطف من الجسم الأول، كان انعطاف الشعاع إلى خلاف جهة العمود القائم على سطح الجسم الثاني، وقد بينّا هذا المعنى في المقالة السابعة من كتابنا في المناظر وأوضحنا الطريق إلى سبره واعتباره. وتبين هذا المعنى أيضاً في المقالة الخامسة من كتاب بطليموس في المناظر.
- 15

والزجاج والبلور والماء وما جرى مجراها أغلظ من الهواء. فإذا امتدّ شعاع الشمس في الهواء وانتهى إلى جسم من الزجاج أو البلور أو الماء أو ما جرى مجرى ذلك، ولم يكن قائمًا على سطحه على زوايا قائمة، فإنه ينعطف ولا يمتدّ

14 سبره: أثبتنا التاسع مرة فنرى في الشمس.

على استقامة، ويكون انعطافه إلى جهة العمود القائم على سطح ذلك الجسم، ثم ينفذ في الجسم الثاني الذي هو الزجاج وما يجري مجراه على استقامة الخط الذي انعطف عليه. فإذا انتهى إلى آخره وكان من ورائه هواء، فإنه ينعطف أيضاً ويكون انعطافه إلى خلاف جهة العمود القائم على سطح الهواء المحيط بذلك الجسم. وإذا انعطف الشعاع من الهواء إلى الزجاج، كانت زاوية انعطافه أقل من نصف الزاوية التي يحيط بها الشعاع مع العمود وأكثر من ربعها. وقد / بين ذلك بطليموس في المقالة الخامسة من كتابه في المناظر. ٧٥- و.

وإن الزاوية التي يحيط بها الشعاع مع العمود كلما عظمت عظمت زاوية الانعطاف، وكانت نسبة زاوية الانعطاف إلى الزاوية التي يحيط بها الشعاع مع العمود قبل الانعطاف أعظم. وإذا كانت زوايا الشعاع والعمود متساوية، كانت زوايا الانعطاف متساوية.

وكل قوسين مختلفتين تقسمان على نسبة واحدة، فإن نسبة جيب الجزء الأعظم من القوس الصغرى إلى جيب الجزء الأصغر منها أعظم من نسبة جيب الجزء الأعظم من القوس العظمى إلى جيب الجزء الأصغر منها، وهذا المعنى قد بيناه في كتابنا في خطوط الساعات. وكل شعاع من شعاعات الشمس إذا حصل في نقطة من النقط، فإنه يحدث عند تلك النقطة حرارة ما؛ فإذا انعطف إلى نقطة واحدة شعاعات كثيرة، حصل في تلك النقطة حرارات كثيرة. وإذا كثرت الحرارة عند نقطة من النقط وتضاعفت، حدث عند تلك النقطة إحراق لفرط الحرارة.

&lt;١&gt;

20

وإذا قد قدمنا هذه المقدمات، فإننا نقول : إن كل كرة من الزجاج أو البلور

21 فها : كروها في الشمس.



أو ما يجري مجراها إذا قوبل بها جرم الشمس . فإنَّ شعاع الشمس منعطف على محيط دائرة في الكرة إلى نقطة واحدة .

فلتبيِّن ذلك بالبرهان : وليكن كرة من الزجاج أو ما يجري مجراه عليها  $\overline{أ ب ج}$  . فهذه الكرة إذا قوبل بها الشمس وأشرق عليها ضوء الشمس ، فإنَّ بين مركز الكرة وبين مركز الشمس خطَّ متخيَّل على جميع الأحوال . فإذا تُوهِم سطح يخرج من ذلك الخطَّ ويقطع جرم الشمس ، فإنه يحدث في الكرة دائرة ويحدث في جرم الشمس دائرة .

فلتكن الدائرة التي في الكرة دائرة  $\overline{أ ب ج}$  ، ولتكن الدائرة التي في الشمس دائرة  $\overline{ه ز ح}$  ، وليكن مركز الكرة نقطة  $\overline{د}$  ، ومركز الشمس نقطة  $\overline{ط}$  ، وليكن الخط الذي يمرُّ بمركزها - الذي فيه خرج السطح - خط  $\overline{ط ز ا د ج}$  / وليغذ على استقامة إلى  $\overline{ك}$  . وتوهِم نقطة على محيط دائرة  $\overline{ه ز ح}$   $\overline{ط}$   $\overline{أ ب ج}$  قريبة من نقطة  $\overline{آ}$  ولتكن نقطة  $\overline{م}$  ، وتوهِم خطاً يخرج من نقطة  $\overline{م}$  في سطح دائرة  $\overline{أ ب ج}$  ، ويكون موازياً لخط  $\overline{آ ط}$  ، ونقله في الجهتين ، فهو ينهي إلى محيط دائرة  $\overline{ه ز ح}$  ، فليته إلى نقطة  $\overline{ح}$  ، وليته في الجهة الأخرى إلى محيط دائرة  $\overline{أ ب ج}$  ، فليته إلى نقطة  $\overline{ن}$  ، فيصير هذا الخطُ خطَّ  $\overline{ح م ن}$  . ونصل  $\overline{د م}$  ونقله إلى  $\overline{ف}$  ، فيكون  $\overline{د م}$  عموداً على سطح كرة  $\overline{أ ب ج}$  التي من الزجاج أو البلور ، وتكون زاوية  $\overline{ح م ف}$  مثل زاوية  $\overline{ن م د}$  .

وشعاع الشمس يمتدُّ (من كلِّ نقطة) منها [شعاع] على كلِّ خطٍّ يخرج من تلك النقطة في كلِّ جسم مشفٍ مقابل لتلك النقطة .

20 وإذا حصل الشعاع عند نقطة  $\overline{م}$  ، انعطف إلى جهة خطِّ  $\overline{د م}$  . لأنَّ  $\overline{د م}$  هو العمود القائم على سطح الكرة ، وجسم الكرة أغلظ وأقلَّ شفافاً من جسم الهواء ، ويكون انعطافه بحسب مقدار زاوية  $\overline{ح م ف}$  ، لما تبَيَّن في المقدمات .

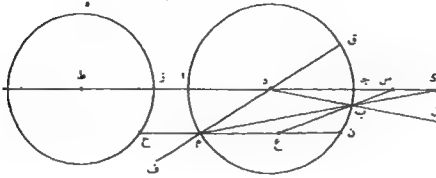
18 شعاع : شعاع ، يستعمل للثبوت كلمة شعاع هنا كاستبدي على أنها جمع .

- فإن كانت زاوية  $\overline{ح م ف}$  عظيمة المقدار، كان الانعطاف كثيراً، وإن كانت هذه الزاوية صغيرة المقدار، كان الانعطاف يسيراً. وزاوية  $\overline{ح م ف}$  مساوية لزاوية  $\overline{أ د م}$ ، وزاوية  $\overline{أ د م}$  بحسب قوس  $\overline{أ م}$ . فالشعاعات التي تخرج من الشمس إلى النقط القريبة من نقطة  $\overline{أ}$  يكون انعطافها يسيراً، والشعاعات التي تخرج إلى النقط البعيدة من نقطة  $\overline{أ}$  يكون انعطافها كثيراً. ومقدار الانعطاف يكون أبداً أقل من نصف الزاوية النظرية لزاوية  $\overline{ح م ف}$  وأكثر من ربعها، وكلما كانت الزاوية النظرية لزاوية  $\overline{ح م ف}$  أعظم، كانت زاوية الانعطاف أعظم نسبة إليها. فشعاع  $\overline{ح م ن}$  ينعطف عند نقطة  $\overline{م}$  ويكون انعطافه إلى جهة عمود  $\overline{د م}$ ، فلينعطف على خط  $\overline{م ب}$ ، فتكون زاوية  $\overline{د م ب}$  أقل من نصف زاوية  $\overline{ح م ف}$  وأكثر من ربعها. ونخرج  $\overline{م د}$  إلى  $\overline{ق}$ ، فيكون قوس  $\overline{ق ج}$  مثل قوس  $\overline{ج ن}$ ، لأن كل واحدة منها مساوية / لقوس  $\overline{و ج}$ .  $\overline{أ م}$ ، فقوس  $\overline{ن ب}$  أصغر من قوس  $\overline{ب ق}$ ، فنقطة  $\overline{ب}$  فيما بين نقطتي  $\overline{ج ن}$ . ونخرج  $\overline{م ب}$  فهو يلقى خط  $\overline{ج ك}$ ، فليلقه على نقطة  $\overline{ك}$ ، ونصل  $\overline{د ب}$  وننقله إلى  $\overline{ل}$ . فلأن نقطة  $\overline{ب}$  عند نهاية الكرة، يكون خط  $\overline{ب ك}$  في الهواء؛ ولأن الشعاع ينتهي إلى نقطة  $\overline{ب}$ ، وليس هو عموداً على سطح الكرة، لأن العمود الذي يخرج من نقطة  $\overline{ب}$  هو خط  $\overline{د ب}$ ،  $\overline{ل}$ ، يكون الشعاع ينعطف عند نقطة  $\overline{ب}$ ، ويكون انعطافه إلى خلاف جهة العمود القائم على سطح الهواء المحيط بالكرة الذي هو خط  $\overline{ب ل}$ ، فلينعطف الشعاع على خط  $\overline{ب س}$ . فالشعاع الذي يمتد على خط  $\overline{ح م}$  ينعطف على خط  $\overline{م ب}$ ، ثم ينعطف على خط  $\overline{ب س}$  وينتهي إلى نقطة  $\overline{س}$ .
- 20 وإذا توهمنا خط  $\overline{ك ط}$  ثابتاً. وتوهمنا سطح  $\overline{س ب م ح}$  دائراً حول خط  $\overline{ط ك}$ . أحدثت نقطة  $\overline{ب}$  دائرة في كرة  $\overline{أ ب ج}$ ، وأحدثت نقطة  $\overline{م}$  دائرة في

13 م ب : من ب.

كرة  $\overline{اب ج}$  . وأحدثت نقطة  $\overline{ح}$  دائرة في كرة الشمس . وتكون كل نقطة من الدائرة التي في كرة الشمس يخرج منها شعاع إلى نقطة من الدائرة التي ترسمها نقطة  $\overline{م}$  ، وتعطف إلى نقطة من الدائرة التي ترسمها نقطة  $\overline{ب}$  . وتعطف إلى نقطة  $\overline{س}$  .

الشكل رقم (١)



5 فكل كرة من الزجاج أو البلور إذا قوبل بها الشمس ، فإنه ينعطف شعاع الشمس من محيط دائرة منها إلى نقطة واحدة على سهمها ، وذلك ما أردنا أن نبين .

﴿ب﴾

ولتعد دائرة  $\overline{اب ج}$  والخطوط / التي فيها ، فأقول : إنّ زاوية  $\overline{د س ب}$  ٧٦ - ط  
10 هي ضعف زاوية الانعطاف.



وزاوية  $\overline{م ب م ع}$  هي زاوية الانعطاف، وزاوية  $\overline{س ع ن}$  مثل زاوية  $\overline{د س ب}$  لأن خطي  $\overline{د س م}$  متوازيان، فزاوية  $\overline{د س ب}$  ضعف زاوية الانعطاف، وذلك ما أردنا أن نبين.

### ﴿ج﴾

- 5 ولتعد الصورة، فأقول : إنه ليس ينعطف إلى نقطة  $\overline{س}$  شعاع آخر من الشعاعات الموازية لخط  $\overline{أ د ج}$  التي في سطح دائرة  $\overline{أ ب ج}$ .
- برهان ذلك : أنه لا يمكن، فإن أمكن، فلينعطف إليها شعاع آخر، وليكن شعاع  $\overline{ه ن ع س}$ ، فتكون زاوية  $\overline{ع س د}$  ضعف زاوية الانعطاف التي <sup>٧٧</sup> عند نقطة  $\overline{ن}$ . ونصل  $\overline{د ن د ع}$  ونخرج  $\overline{ن د}$  إلى  $\overline{ص}$ ، فتكون زاوية  $\overline{ص د ع}$  ضعف زاوية  $\overline{د ن ع}$  التي هي الباقي بعد زاوية الانعطاف. وزاوية  $\overline{ص د ج}$  مساوية لزاوية  $\overline{أ د ن}$  المساوية للزاوية التي يحيط بها شعاع  $\overline{ه ن}$  مع عمود  $\overline{د ن}$ ، إذا خرج  $\overline{د ن}$  في جهة  $\overline{ن}$ . فزاوية  $\overline{ج د ع}$  هي زيادة ضعف الزاوية الباقية بعد الانعطاف على الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود. وكذلك زاوية  $\overline{ج د ب}$  هي زيادة ضعف الزاوية الباقية بعد الانعطاف على الزاوية التي يحيط بها <sup>١٥</sup> الشعاع والعمود. وقد تبين في المقدمات أن الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود كلها عظمت عظمت زاوية الانعطاف، وكانت نسبة زاوية الانعطاف إلى الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود أعظم؛ وأن زاوية الانعطاف تكون أبداً أقل من نصف الزاوية التي يحيط بها الشعاع <sup>١٧</sup> (والعمود) وأكثر من ربعها.
- وقد تبين في الشكل الذي قبل هذا الشكل أن زاوية  $\overline{أ د م}$  مساوية للزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود، وكذلك زاوية  $\overline{أ د ن}$ ؛ فنسبة زاوية الانعطاف

$$\frac{8 \text{ ه ن ع س} : 10 \text{ د ن ع} - 19 \text{ أ د م} : 20 \text{ أ د ن} : \text{أ د م}}{}$$

- التي عند نقطة  $\bar{ن}$  إلى زاوية  $\bar{أ د ن}$  أعظم من نسبة زاوية الانعطاف التي عند نقطة  $\bar{م}$  إلى زاوية  $\bar{أ د م}$ . فنسبة زاوية الانعطاف التي عند نقطة  $\bar{ن}$  إلى نصف زاوية  $\bar{أ د ن}$  أعظم من نسبة زاوية الانعطاف التي عند نقطة  $\bar{م}$  إلى نصف زاوية  $\bar{أ د م}$ . فبالفصل تكون نسبة زاوية الانعطاف التي عند نقطة  $\bar{ن}$  إلى تمام النصف أعظم من نسبة زاوية الانعطاف التي عند نقطة  $\bar{م}$  إلى تمام النصف. 5 وتتمام النصف هو زيادة الباقي بعد الانعطاف على النصف. فنسبة زاوية الانعطاف التي عند نقطة  $\bar{ن}$  إلى زيادة الباقي بعد الانعطاف على النصف،  $\langle \text{بل} \rangle$ ، نسبة ضعف زاوية الانعطاف التي عند نقطة  $\bar{ن}$  إلى ضعف زيادة الباقي بعد الانعطاف على نصف زاوية  $\bar{أ د ن}$  / أعظم من نسبة ضعف زاوية 10 الانعطاف التي عند نقطة  $\bar{م}$  إلى ضعف زيادة الباقي بعد الانعطاف على نصف زاوية  $\bar{أ د م}$ . وضعف زيادة الباقي بعد الانعطاف على نصف زاوية  $\bar{أ د ن}$  هو زيادة ضعف الباقي بعد الانعطاف على زاوية  $\bar{أ د ن}$ . وكذلك ضعف الباقي بعد الانعطاف على نصف زاوية  $\bar{أ د م}$  هو زيادة ضعف الباقي بعد الانعطاف على زاوية  $\bar{أ د م}$ . وزاوية  $\bar{ع س د}$  هي ضعف زاوية الانعطاف التي 15 عند نقطة  $\bar{ن}$ ، وزاوية  $\bar{ب س د}$  هي ضعف زاوية الانعطاف التي عند نقطة  $\bar{م}$ . وزاوية  $\bar{ع د ج}$  هي زيادة ضعف الباقي بعد الانعطاف على زاوية  $\bar{أ د ن}$ ، وزاوية  $\bar{ج د ب}$  هي زيادة ضعف  $\langle \text{الباقي} \rangle$  بعد الانعطاف على زاوية  $\bar{أ د م}$ . فنسبة زاوية  $\bar{ع س د}$  إلى زاوية  $\bar{ع د س}$  أعظم من نسبة زاوية  $\bar{ب س د}$  إلى زاوية  $\bar{ب د س}$ . وبالتبديل تكون نسبة زاوية  $\bar{ع س د}$  إلى زاوية  $\bar{ب س د}$  20 أعظم من نسبة زاوية  $\bar{ع د ج}$  إلى زاوية  $\bar{ب د ج}$ . وزاوية الانعطاف أقل من

4 بالفصل: بالفصل - 11 وضعف: وضعت، ثم اقترح الصواب في الملامح مشيراً إليه بـ ٥ ط: أي «والظاهر» - 14 ع س د: أثبت الشيخ ج في الملامح لتحل محل د ٥ وهي نفس الزاوية - 15 ب س د: ف.س.

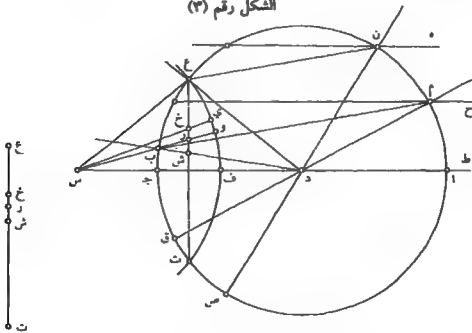
نصف الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود. وأكثر من ربعها، فزاوية الانعطاف أعظم من تمام النصف، فضعف زاوية الانعطاف أعظم من ضعف تمام النصف، فزاوية  $\overline{ع س د}$  أعظم من زاوية  $\overline{ع د ج}$ ، وكذلك زاوية  $\overline{ب س د}$  أعظم من زاوية  $\overline{ب د ج}$ .

- 5 ونجعل نقطة  $\overline{س}$  مركزاً، وندير يبعد  $\overline{س ع}$  قوساً من دائرة، وليكن قوس  $\overline{ع ف ت}$ ، وليكن نقطة  $\overline{ف}$  على خط  $\overline{د س}$ ، ونقطه  $\overline{ت}$  على محيط الدائرة؛ فيكون قوس  $\overline{ع ف}$  مثل قوس  $\overline{ف ت}$ ، لأن الخط الذي يخرج من نقطة  $\overline{س}$  إلى نقطة  $\overline{ت}$  يكون مساوياً لخط  $\overline{س ع}$ ، والخط الذي يخرج من نقطة  $\overline{د}$  إلى نقطة  $\overline{ت}$  يكون مساوياً لخط  $\overline{د ع}$ . ونصل  $\overline{ت ع}$ ، فيكون عموداً على خط  $\overline{د س}$ ، ويُقسم بنصفين على خط  $\overline{د س}$ ، ويكون قوس  $\overline{ت ج}$  مثل قوس  $\overline{ج ع}$ . ونخرج  $\overline{س ب}$  على استقامة في جهة  $\overline{ب}$ ، فهو يقطع خط  $\overline{ت ع}$  ويلقى ٧٨ - و قوس  $\overline{ع ف ت}$ . فليقطع خط  $\overline{ت ع}$  على نقطة  $\overline{ر}$  ويلقى القوس على نقطة  $\overline{و}$ ، فتكون نسبة قوس  $\overline{ع ف}$  إلى قوس  $\overline{ف ت}$  كنسبة زاوية  $\overline{ع س د}$  إلى زاوية  $\overline{د س ب}$ ، ونسبة قوس  $\overline{ج ع}$  إلى قوس  $\overline{ج ب}$  كنسبة زاوية  $\overline{ع د ج}$  إلى زاوية  $\overline{ج د ب}$ . وقد تبين أن نسبة زاوية  $\overline{ع س د}$  إلى زاوية  $\overline{د س ب}$  أعظم من نسبة زاوية  $\overline{ع د ج}$  إلى زاوية  $\overline{ج د ب}$ ، فنسبة قوس  $\overline{ع ف}$  إلى قوس  $\overline{ف ت}$  وأعظم من نسبة قوس  $\overline{ج ع}$  إلى قوس  $\overline{ج ب}$ ؛ فنسبة قوس  $\overline{و ع}$  إلى قوس  $\overline{ع ف}$  أعظم من نسبة قوس  $\overline{ب ع}$  إلى قوس  $\overline{ع ج}$ ، فنسبة قوس  $\overline{و ع}$  إلى قوس  $\overline{ع ت}$  أعظم من نسبة قوس  $\overline{ب ع}$  إلى قوس  $\overline{ع ت}$ ؛ فنسبة قوس  $\overline{و ي}$  إلى قوس  $\overline{وت}$  أعظم من نسبة قوس  $\overline{ب ع}$  إلى قوس  $\overline{ب ت}$ . فلتكن نسبة قوس  $\overline{ع ي}$  إلى قوس  $\overline{ي ت}$  كنسبة قوس  $\overline{ب ع}$  إلى قوس  $\overline{ب ت}$ ؛ فتكون نسبة قوس  $\overline{ت ي}$  إلى

3 وكذلك : وذلك - 6  $\overline{ع ف ت}$  كنسبة  $\overline{و ف}$  وليت الصحيح في الماش - 7  $\overline{ف ت}$  : كنسبة  $\overline{و ف}$  وليت الصحيح في الماش.

قوس  $\overline{ي ع}$  كنسبة  $\langle$  قوس  $\rangle$   $\overline{ت ب}$  إلى قوس  $\overline{ب ع}$ . ونصل  $\overline{س ي}$ ، فهو يقطع  
خط  $\overline{ت ع}$ ، فليقطعه على نقطة  $\overline{خ}$ . وخط  $\overline{د ب}$  يقطع خط  $\overline{ت ع}$ ، فليقطعه  
على نقطة  $\overline{ش}$ ، فتكون نسبة جيب قوس  $\overline{ت ب}$  إلى جيب قوس  $\overline{ب ع}$  كنسبة  
 $\overline{ت ش}$  إلى  $\overline{ش ع}$ ، ونسبة جيب قوس  $\overline{ت ي}$  إلى جيب قوس  $\overline{ي ع}$  كنسبة  
 $\overline{ت خ}$  إلى  $\overline{خ ع}$ . وقوس  $\overline{ف ع}$  أعظم من الشبهة بقوس  $\overline{ج ع}$ ، لأن زاوية  
 $\overline{ع س د}$  أعظم من زاوية  $\overline{ع د ج}$ ، فقوس  $\overline{ت ف ع}$  أعظم من الشبهة بقوس  
 $\overline{ت ج ع}$ . ونسبة قوس  $\overline{ت ي}$  إلى قوس  $\overline{ي ع}$  كنسبة قوس  $\overline{ت ب}$  إلى قوس  
 $\overline{ب ع}$ ، فنسبة  $\overline{ت ش}$  إلى  $\overline{ش ع}$  أعظم / من نسبة  $\overline{ت خ}$  إلى  $\overline{خ ع}$  لما تبين في ٧٨ - ط  
المقدمات، وهذا محال.

الشكل رقم (٣)



١٠ فليس نسبة قوس  $\overline{ع و}$  إلى  $\langle$  قوس  $\rangle$   $\overline{وت}$  أعظم من نسبة قوس  $\overline{ع ب}$  إلى  
قوس  $\overline{ب ت}$ ، فليس نسبة زاوية  $\overline{ع س د}$  إلى زاوية  $\overline{د س ب}$  أعظم من نسبة

3 ش: مهمة. وإن نشير إليها مرة أخرى - 6 ع س د: أثبت في الملامح ع س ج - 10 طيس: طيس.



زاوية  $\overline{ع د ج}$  إلى زاوية  $\overline{ج د ب}$ . لكنه قد تبين أن نسبة زاوية  $\overline{ع س د}$  إلى زاوية  $\overline{د س ب}$  أعظم من نسبة زاوية  $\overline{ع د ج}$  إلى زاوية  $\overline{ج د ب}$ ، وهذا محال. فليس ينطفئ إلى نقطة  $\overline{س}$  شعاع من الشعاعات الموازية لخط  $\overline{أ ج}$  غير شعاع واحد، وذلك ما أردنا أن نبين.

(د)

5

وإذ قد تبين ذلك، فإننا نقول: إن الشعاع الذي ينطفئ من نقطة  $\overline{ع}$  ينتهي إلى نقطة من خط  $\overline{ج س}$  فيما بين نقطتي  $\overline{ج س}$ ، ولا ينتهي إلى نقطة من وراء نقطة  $\overline{س}$ .

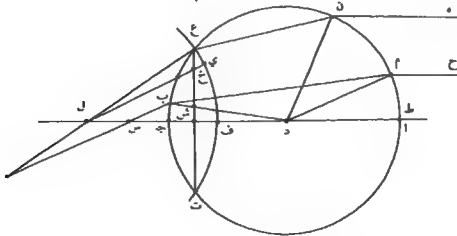
وإن أمكن، فلينطفئ الشعاع من نقطة  $\overline{ع}$  إلى نقطة من وراء نقطة  $\overline{س}$ .  
 10 ولتعد الصورة، وليكن الشعاع مثل شعاع  $\overline{ع ل}$ ، فتكون زاوية  $\overline{ل ع س}$  ضعف زاوية الانعطاف، وتكون أعظم من زاوية  $\overline{س}$ ، وتكون نسبتها إلى زاوية  $\overline{س}$  أعظم من نسبة زاوية  $\overline{ع د ج}$  إلى زاوية  $\overline{ب د ج}$ . وتكون نسبة زاوية  $\overline{ع ل د}$  إلى زاوية  $\overline{د ل ي}$  كنسبة زاوية  $\overline{ع د ج}$  إلى زاوية  $\overline{ب د ج}$ . وتكون نقطة  $\overline{ي}$  على قوس  $\overline{ت ف ع}$ ، فتكون زاوية  $\overline{ي ل د}$  أعظم من زاوية  $\overline{ب س د}$ ، فخط  $\overline{ي ل}$   
 15 يلقى خط  $\overline{ب س}$  من وراء نقطة  $\overline{س}$ ، فخط  $\overline{ل ي}$  فيما بين خطي  $\overline{س ب}$  و  $\overline{ل ع}$ ، فهو يقطع خط  $\overline{ت ع}$ ، فليقطعه على نقطة  $\overline{خ}$ ، مثل خط  $\overline{ل خ ي}$ . فتكون نسبة قوس  $\overline{ع ف}$  إلى قوس  $\overline{ف ي}$  كنسبة زاوية  $\overline{ع ل د}$  إلى زاوية  $\overline{ي ل د}$ ، التي هي نسبة زاوية  $\overline{ع د ج}$  إلى زاوية  $\overline{ب د ج}$ ؛ فنسبة قوس  $\overline{ع ف}$  إلى قوس  $\overline{ف ي}$  كنسبة قوس  $\overline{ع ج}$  إلى قوس  $\overline{ج ب}$ ، فنسبة قوس  $\overline{ت ف ع}$  إلى قوس  $\overline{ع ي}$   
 20 كنسبة قوس  $\overline{ج ع}$  إلى قوس  $\overline{ع ب}$ ، فنسبة قوس  $\overline{ت ف ع}$  إلى قوس  $\overline{ع ي}$  كنسبة قوس  $\overline{ت ج ع}$  إلى قوس  $\overline{ع ب}$ ، فنسبة قوس  $\overline{ت ف ي}$  إلى قوس  $\overline{ي ع}$

16 ت ع : ز ع / ع : مهمة، وإن تشير إليها مرة أخرى.

كنسبة قوس  $\overline{ب ج ت}$  إلى قوس  $\overline{ب ع}$  . فنسبة جيب قوس  $\overline{ت ج ب}$  إلى جيب قوس  $\overline{ب ع}$  أعظم / من نسبة جيب قوس  $\overline{ت ف ي}$  إلى جيب قوس  $\overline{ف ي ع}$  . فنسبة  $\overline{ت ش}$  إلى  $\overline{ش ع}$  أعظم من نسبة  $\overline{ت خ}$  إلى  $\overline{خ ع}$  . وهذا محال . فليس ينعطف الشعاع من نقطة  $\overline{ع}$  إلى نقطة من وراء نقطة  $\overline{س}$  ، وقد تبين 5 أنه ليس ينعطف إلى نقطة  $\overline{س}$  ، فالشعاع الذي ينعطف من نقطة  $\overline{ع}$  ينعطف إلى نقطة فيما بين نقطتي  $\overline{س ج}$  . وإن كان الشعاع الذي ينعطف من نقطة  $\overline{ن}$  يصل إلى نقطة  $\overline{ب}$  ، أو إلى نقطة فيما بين نقطتي  $\overline{ب ع}$  ، فهو بين أنه ينعطف إلى نقطة فيما بين نقطتي  $\overline{س ج}$  ، لأنه يحيط مع خط  $\overline{اس}$  بزاوية أعظم من زاوية  $\overline{اس ب}$  .

10 فقد تبين مما بيناه أن كل شعاع يصل إلى نقطة من كرة  $\overline{اب ج}$  ويكون موازياً لخط  $\overline{ا ج}$  ، فإنه ينعطف إلى نقطة من خط  $\overline{ا ج}$  ومن وراء نقطة  $\overline{ج}$  ، وأن كل شعاع أبعد عن نقطة  $\overline{ا}$  ينعطف إلى نقطة أقرب إلى نقطة  $\overline{ج}$  ، وذلك ما أردنا أن نبين .

الشكل رقم (٤)



١ ت ج ب : أثبت المثلث لثبات ج ت - ع : ج .

- وقد تبين من هذا البيان أنه ليس ينعطف إلى نقطة واحدة من القط .  
 التي على قطر  $\overline{أج}$  ، التي تحت نقطة  $\overline{ج}$  ، إلا شعاع واحد . فقط من  
 الشعاعات الموازية التي في سطح دائرة  $\overline{أبج}$  .
- وقد تبين في الشكل الأول أن كل نقطة من محيط دائرة  $\overline{أبج}$  . إذا  
 5 انعطفت منها شعاع إلى نقطة من الخط المتصل بخط  $\overline{أج}$  . فإنه ينعطف إلى  
 تلك النقطة شعاعات متصلة من محيط الدائرة التي في الكرة التي نرسمها  
 النقطة التي على محيط الدائرة عند حركة دائرة  $\overline{أبج}$  حول قطرها .
- فيبين من جميع ذلك أنه ليس ينعطف شعاع الشمس المشرق على الكرة  
 إلى نقطة واحدة من القط التي على استقامة قطر واحد / بعينه من أقطار الكرة ٧٩ - ط  
 10 إلا من محيط دائرة واحدة من الدوائر التي في تلك الكرة .

### ﴿٥﴾

وقد بقي أن نحدد نهاية الدوائر التي في الكرة التي ينعطف منها الشعاع إلى  
 خط واحد بعينه من الخطوط التي على استقامة أقطار الكرة ، ونحدد نهاية الخط  
 الذي عليه تكون جميع النقاط التي تنعطف إليها الشعاعات ليتبين موضع  
 15 الإحراق .

فلنعد دائرة  $\overline{أبج}$  ، ونخرج  $\overline{ب ط}$  موازياً لخط  $\overline{أج}$  ، فالشعاع الذي  
 يخرج على خط  $\overline{ه ب}$  ينعطف إلى قوس  $\overline{ط ج}$  ، كما تبين من قبل . فلينعطف  
 الشعاع على خط  $\overline{ب ك}$  ، وينعطف إلى نقطة  $\overline{ن}$  ، ونصل  $\overline{د ب}$  وننقله إلى  $\overline{ح}$   
 وإلى  $\overline{ز}$  .

14 موضع : بوضع ، ثم الترح الصواب في فلكه مشيراً إليه بـ  $\overline{ط ه}$  ، أي «والظاهر» - 18 ن : ت -  
 19 ز : ت .

وقد بين بطليموس في المقالة الخامسة من كتابه في المناظر أنَّ الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود إذا كانت أربعين جزءاً من الأجزاء التي بها الزاوية القائمة تسعين جزءاً، فإن الزاوية التي تبقى بعد الانعطاف تكون خمسة وعشرين جزءاً بهذه الأجزاء. وإذا كانت الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود 5 خمسين جزءاً، كانت الزاوية الباقية بعد الانعطاف ثلاثين جزءاً. فبتبين من ذلك أنَّ انعطاف الأربعين جزءاً هو خمسة عشر جزءاً، وانعطاف الخمسين جزءاً هو عشرون جزءاً. فبتبين من ذلك أنَّ زيادة انعطاف الخمسين على انعطاف الأربعين هو نصف زيادة الزاوية، التي يحيط بها الشعاع والعمود، على الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود.

10 ثم بين بطليموس أنَّ زيادة الانعطاف على الانعطاف من بعد الخمسين الجزء تكون أعظم من نصف زيادة الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود على الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود. فإذا كانت قوس  $\overline{AB}$  أربعين جزءاً بالأجزاء التي بها يحيط الدائرة ثلاثمائة وستين جزءاً، كانت زاوية  $\overline{ADB}$  أربعين جزءاً بالأجزاء التي بها زاوية قائمة تسعين جزءاً، وكانت زاوية  $\overline{BAC}$  15 أربعين جزءاً، وكانت زاوية  $\overline{DAB}$  خمسة وعشرين جزءاً، فتكون زاوية  $\overline{RDA}$  خمسين جزءاً / فتكون زاوية  $\overline{JDA}$  عشرة أجزاء.

٨٠ - و

وإذا كانت قوس  $\overline{AB}$  خمسين جزءاً، كانت زاوية  $\overline{BAC}$  خمسين جزءاً، وكانت زاوية  $\overline{ADB}$  خمسين جزءاً، وكانت زاوية  $\overline{DAB}$  ثلاثين جزءاً، وكانت زاوية  $\overline{RDA}$  ستين جزءاً، فكانت زاوية  $\overline{JDA}$  عشرة أجزاء. 20 فالشعاع الذي يصل إلى طرف القوس، التي بعدها عن نقطة  $\overline{A}$  أربعين جزءاً، ينطفئ إلى نقطة بعدها عن نقطة  $\overline{J}$  عشرة أجزاء. فالشعاع الذي

3 تسعين: منصوبة على تقدير أنها جلة مهمة أي: من الأجزاء التي كلٌّ من الزاوية القائمة، وإن تشير إلى ذلك مرة أخرى - 7 عشرين: عشرين - 16 ردك: ردك - 19 فكانت: وكانت - 20 أربعين: أربعين.

يصل إلى طرف القوس، التي بُعدها عن نقطة أ خمسون جزءاً، ينعطف أيضاً إلى النقطة التي بُعدها عن نقطة جَ عشرة أجزاء، ويلتقي الشعاعان على نقطة واحدة مما يلي نقطة جَ، وينعطفان إلى نقطتين مختلفتين من النقط التي تحت نقطة جَ، لأنها يحيطان مع الخطّ المتصل بخطّ أ جَ بزائوتين مختلفتين.

5 فإذا كانت قوس أ ب خمسين جزءاً، فإننا نقول: إن كل شعاع يصل إلى نقطة من وراء نقطة بَ، فإنه ينعطف إلى نقطة من قوس جَ كَ فيما بين نقطتي جَ كَ. ولنخرج شعاعاً على خطّ قَ عَ، ولننقله إلى قَ، فنقول: إن شعاع قَ عَ ينعطف إلى نقطة من قوس جَ كَ فيما بين نقطتي جَ كَ؛ وذلك أن زيادة قوس أ عَ على قوس أ بَ هي زيادة زاوية أ دَ عَ على زاوية أ دَ بَ، التي هي زاوية بَ دَ عَ، فزيادة انعطاف شعاع قَ عَ على انعطاف شعاع هَ بَ هو أكثر من نصف زاوية بَ دَ عَ. فالزاوية التي هي زيادة الانعطاف هي (التي) تفصل من قوس بَ عَ أكثر من نصفها. وإذا كانت زاوية الانعطاف على محيط الدائرة، فهي تفصل قوساً أعظم من قوس بَ عَ. وقوس بَ عَ مثل قوس قَ طَ، فزيادة انعطاف شعاع قَ عَ على انعطاف شعاع هَ بَ هي 15 قوس أعظم من قوس قَ طَ. وانعطاف شعاع هَ بَ هو قوس طَ كَ، فانعطاف شعاع قَ عَ هو أعظم من قوس قَ كَ.

فقد تبين في الشكل الأول أن كل شعاع ينعطف من قوس بَ جَ، فإنه يلتقي محيط الدائرة على نقطة دون نقطة كَ، فشعاع قَ عَ إذا / انعطف، فهو ٨٠ - ط يتهي إلى نقطة فيما بين نقطتي كَ جَ. فلينعطف الشعاع على خطّ عَ صَ؛ وقد تبين في الشكل الرابع أن الشعاع الذي ينعطف من نقطة من وراء النقطة 20

١ خمسون: محسن - 4 لأنها: 8 - ج: 5 - 17 الشكل الأول: يعني للمادة الأولى من هذا الشكل نفسه / ب: ج: أ ب ج - 18: ك: ج.

النظيرة لنقطة  $\bar{ب}$  وينتهي إلى نقطة  $\langle$  من وراء نقطة  $\rangle$  نظيرة لنقطة  $\bar{ط}$  . فإنه ينعطف إلى نقطة فيما بين نقطتي  $\bar{ج}$   $\bar{ن}$  .

فقد تبين من هذا البيان أن كل شعاع يصل إلى الكرة ويكون موازياً لقطر الكرة الذي ينتهي إلى الشمس ، ويكون بعده من طرف القطر أكثر من خمسين جزءاً من الأجزاء التي بها الدائرة ثلاثمائة وستين جزءاً ، فإنه ينعطف إلى نقطة فيما بين النقطة التي ينعطف إليها الشعاع من طرف القوس ، التي هي خمسون جزءاً ، وبين طرف القطر ، الذي على الأرض من الكرة ، النظير لنقطة  $\bar{ج}$  ، ثم ينعطف إلى نقطة من الخط المتصل بالقطر النظير لخط  $\bar{ج}$   $\bar{ن}$  فيما بين نقطتي  $\bar{ج}$   $\bar{ن}$  . فالنقطة النظيرة لنقطة  $\bar{ك}$  هي التي تحد نهاية الشعاعات المنعطفة ، والنقطة النظيرة لنقطة  $\bar{ن}$  هي التي تحد جميع القوس التي تنعطف إليها الشعاعات التي من وراء الخمسين الجزء . وكل نقطة على قوس  $\bar{ك}$   $\bar{ج}$  تحدث في الكرة دائرة إذا حركت دائرة  $\bar{أ ب ج}$  حول قطر  $\bar{أ ج}$  ، فالدائرة التي ترسمها نقطة  $\bar{ك}$  هي التي تحد جميع الدوائر التي تنعطف منها الشعاعات إلى خط  $\bar{ج ن}$  وما يتصل به .

15 ونخرج خط  $\bar{ن ك}$  إلى محيط الدائرة ، وليلق الدائرة على نقطة  $\bar{ل}$  ، وليقطع خط  $\bar{ب ط}$  على نقطة  $\bar{م}$  ، فتكون زاوية  $\bar{ب ك م}$  مثل زاوية  $\bar{ك ب م}$  ، كما تبين في الشكل الثاني ، فتكون قوس  $\bar{ب ل}$  مثل قوس  $\bar{ط ك}$  ، وإذا كانت قوس  $\bar{أ ب}$  خمسين جزءاً ، فقوس  $\bar{ط ك}$  أربعون جزءاً ، وقوس  $\bar{ب ل}$  أربعون جزءاً ، فقوس  $\bar{أ ل}$  تسعون جزءاً .

20 فإذا أخرج قطر الدائرة النظير لقطر  $\bar{أ ج}$  ، وقسمه قوس  $\bar{أ ب ج}$  بنصفين على نقطة  $\bar{ل}$  ، وجعل قوس  $\bar{ج ك}$  عشرة أجزاء ، ووصل  $\bar{ل ك}$  وأخرج على

1 ط : من - 7 خمسون : خمسين / النظير : النظيرة - 18 أربعون : أربعين / أربعون : أربعين -  
19 تسعون : تسعين - 20 نصفين : الأصبع : نصفين ، ولن نشر إليها مرة أخرى .

استقامة إلى أن يلقى خطَّ  $\overline{أ ج}$  . كان المخطَّ الذي ينفصل بين خطَّ  $\overline{ل ك}$  وبين نقطة  $\overline{ج}$  - الذي هو خطَّ  $\overline{ن ج}$  - هو الذي يحيط بجميع نقط الانعطاف ٨١ - و التي تعطف إليها الشعاعات من قوس  $\overline{ب ل}$  . والشعاعات التي تصل إلى القوس ، التي هي أربعين جزءاً . تعطف إلى قوس  $\overline{ك ج}$  . ثم تعطف إلى نقطة من وراء نقطة  $\overline{ن}$  . لأن قوس  $\overline{أ ب}$  إذا كانت أربعين جزءاً ، كان شعاع  $\overline{ب ط}$  من وراء كل شعاع يصل إلى قوس  $\overline{أ ب}$  . فإذا وصل شعاع إلى نقطة من قوس  $\overline{أ ب}$  : مثل نقطة  $\overline{و}$  . كانت زيادة انعطاف قوس  $\overline{أ ب}$  على انعطاف قوس  $\overline{أ ق ل}$  من نصف قوس  $\overline{ب و}$  ، إذا كانت زاوية زيادة الانعطاف على المركز ، وإذا كانت على المحيط ، كان الذي يوترها أقل من قوس  $\overline{ب و}$  . ونخرج و ١٠ موازيًا لخطَّ  $\overline{ب ط}$  ، فلينعطف شعاع  $\overline{ق و}$  على خطَّ  $\overline{وي}$  ، فتكون زيادة قوس  $\overline{ط ك}$  على قوس  $\overline{ذي}$  أقل من قوس  $\overline{ط ذ}$  ، فنقطة  $\overline{ك}$  فيما بين نقطتي  $\overline{ذ ي}$  ، فنقطة  $\overline{ي}$  فيما بين نقطتي  $\overline{ك ج}$  ؛ فتكون نقطة  $\overline{ك}$  من وراء النقطة التي ينتهي إليها الشعاع المنعطف من نقطة  $\overline{و}$  ، فتكون نقطة  $\overline{ن}$  أقرب إلى نقطة  $\overline{ج}$  من النقطة التي ينتهي إليها الشعاع المنعطف من نقطة  $\overline{ي}$  ، كما تبين في الشكل الرابع . ١٥

فالشعاعات التي تمتد إلى القوس ، التي هي أربعون جزءاً ، تعطف جميعها إلى الخطَّ المتصل بخطَّ  $\overline{ج ن}$  ، وتكون نقطة الانعطاف أبعد عن نقطة  $\overline{ج}$  من نقطة  $\overline{ن}$  . وكل شعاع ينعطف إلى خطَّ  $\overline{ج ن}$  وما يتصل به ، فإنه يحدث زاوية - عند النقطة التي ينتهي إليها - هي ضعف زاوية الانعطاف ، كما تبين ٢٠ في الشكل الثاني . وكل خطَّ يخرج من نقطة  $\overline{د}$  إلى نقطة الانعطاف ، التي على

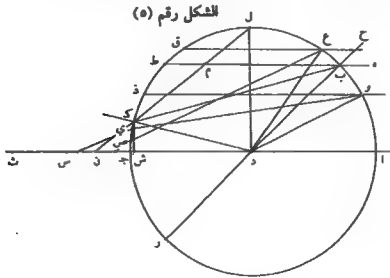
2 ذ ج - د ج - 4 هي : قد قرأ : بين - 6 ب ط : ب ك - 9 و ذ : ور . ويجه عام يكسب التامخ اللال  
راء . ولن نشير إليها بعد ذلك . - 10 ق و : ق / و ي - ور - 13 ن : و - 16 لرمون : لرمين - 19 ك : ل .

- محيط الدائرة. فهو يحيط مع خط  $\overline{د ج}$  بزواية هي زيادة ضعف الباقي بعد الانعطاف على الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود، التي قد تبين أنها أصغر من ضعف زاوية الانعطاف. فالزاوية التي تحدث على خط  $\overline{ج ن}$  وما يتصل به تكون أبداً أعظم من الزاوية التي تكون عند نقطة  $\overline{د}$ ، فنصف قطر الدائرة
- 5 يكون أبداً أعظم من خط / الانعطاف الذي ينتهي إلى خط  $\overline{ج ن}$  وما يتصل 81 - ط به. وخط الانعطاف أعظم من الخط الذي بين النقطة التي ينتهي إليها خط الانعطاف وبين نقطة  $\overline{ج}$ ، فجميع الخط المتصل بخط  $\overline{أ ج}$  - الذي ينتهي إليه جميع الشعاعات المنعطفة - هو أصغر من نصف قطر الدائرة، فتكون جميع النقط التي تنتهي إليها الشعاعات المنعطفة أقرب إلى نقطة  $\overline{ج}$  من
- 10 نقطة  $\overline{ث}$ . والشعاعات التي تصل إلى القوس - التي هي أربعون جزءاً - هي التي تكون أقرب إلى نقطة  $\overline{آ}$  وتنعطف إلى خط  $\overline{ن ث}$ . فأما الشعاعات التي من وراء الأربعين الجزء، فإن ما يصل منها إلى قوس  $\overline{ك ج}$  ينعطف إلى خط  $\overline{ج ن}$ ، وهي الشعاعات التي من وراء الخمسين، وما يصل منها إلى نقطة من وراء نقطة  $\overline{ك}$  ينعطف أيضاً إلى خط  $\overline{ج ن}$ ، لما تبين في الشكل الرابع.
- 15 فالشعاعات التي تنعطف من القوس التي هي <وراء> خمسين جزءاً التي هي قوس  $\overline{ب ل}$ ، تنعطف إلى خط  $\overline{ج ن}$ . والشعاعات التي تنعطف من القوس، التي هي أربعون جزءاً، التي تلي نقطة  $\overline{آ}$ ، تنعطف إلى خط  $\overline{ن ث}$ . فالشعاعات التي تنعطف إلى خط  $\overline{ج ن}$  أكثر من الشعاعات التي تنعطف إلى خط  $\overline{ن ث}$ .
- 20 ونصل  $\overline{د ل}$  فيكون عموداً على قطرها  $\overline{د ج}$ ، لأن قوس  $\overline{أ ب ل ر ج}$  دائرة،

10 ث : ي، أدخلت لتبين اليقين / أربعين : أربعين - 11 د : ث - 12 ي : ينطف : فيصل - 13 يعل : يصل - 16 من : إلى - 17 أربعين : أربعين - د : ث : وي. وأثبت في الملمش د - ي. 19 د : ث : ري. وأثبت في الملمش ن - ي.



وهو ستون جزءاً بالأجزاء التي بها القطر مائة وعشرين جزءاً. ونخرج عمود  
 لـ ك ش، فيكون عشرة أجزاء ونصفاً بالتقريب، لأنه جيب قوس لـ جـ التي هي  
 عشرة أجزاء. ونسبة لـ د إلى ك ش كنسبة دـ ن إلى ن ش، فنسبة دـ ن إلى  
 ن ش هي نسبة ستين إلى عشرة أجزاء ونصف. ونخطّ شـ جـ أكثر من نصف  
 5 جزء، فنخطّ نـ جـ أقل من (اثني) عشرة أجزاء، فهو أقل من سدس خطّ  
 نـ د، فنخطّ نـ جـ أقل من خمس خطّ جـ د. ونقسم ثـ جـ بنصفين على  
 نقطة س، فتكون الشعاعات التي تنعطف إلى خطّ سـ جـ أكثر بكثير من  
 الشعاعات التي تنعطف إلى خطّ سـ ث؛ ونخطّ سـ جـ أقرب إلى نقطة  
 الانعطاف من خطّ سـ ث، فالحرارة التي تكون عند / خطّ سـ جـ أكثر من ٨٢. و  
 10 الحرارة التي تكون عند خطّ سـ ث، فالإحراق إنما يكون على خطّ جـ س،  
 الذي هو أقل من ربع قطر الدائرة، وذلك ما أردنا أن نبين.



١ مائة وعشرين: على تقدير الكائن بها القطر والأجزاء المربع - 2 لـ ك ش: لـ ك، بدلتا الواو حتى لا تختلط بما قبلها، فلقد استعمل هذا الحرف من قبل، ولن نشير إليها فيما بعد / ونصفاً: نصف - 5 نـ جـ: رجب - 6 ثـ جـ: نـ جـ - 8 سـ ث: شـ ن / سـ جـ: شـ جـ - 9 سـ ث: شـ ن / سـ جـ: شـ جـ - 10 سـ ث: شـ ن / سـ جـ: شـ جـ.

## ﴿ تكملة ﴾

وكل نقطة من الكرة، فإنه يخرج إليها شعاع من جميع سطح جرم الشمس المقابل لتلك النقطة. والشعاع الموازي لقطر الكرة - الذي قدمنا ذكره - هو أحد الشعاعات التي نخرج إلى تلك النقطة. إلا أن كل شعاع<sup>5</sup> يخرج إلى تلك النقطة، فإنه يحيط مع الشعاع الموازي للقطر بزواوية هي في غاية الضيق ليس لها قدر بالقياس إلى الحس، فإذا انعطف الشعاع الموازي للقطر انعطفت الشعاعات الباقية معه وهي محيطة به؛ والزوايا التي بينها وبينه في غاية الضيق، فإذا انعطفت جميعها فهي تصير إلى النقطة التي ينتهي إليها الشعاع الموازي [كان] للقطر، وتكون محيطة بتلك النقطة. فيصير الموضع<sup>10</sup> الذي يحصل فيه جميع الشعاعات المنعطفة جزءاً من جسم الهواء له قدر، وليس بمقتدر المقدار لضيق رأس المخروط وقرب المسافة التي انتهى إليها المخروط، إلا أنه ليس هو نقطة متوهمة؛ ومن أجل أن هذا الموضع ذو مقدار، صارت فيه حرارة. ولو كانت نقطة متوهمة، لما حصل فيها حرارة. وكذلك النقطة - التي ينتهي إليها الشعاع - التي في السطح الأعلى من الكرة ليست<sup>15</sup> هي نقطة متوهمة، بل إنما هي جزء صغير من سطح الكرة، إلا أنه أصغر من الجزء الذي ينعطف إليه الشعاع، لأن الشعاع / - الذي يخرج من جميع<sup>17</sup> سطح الشمس إلى جزء صغير من سطح الكرة يكون مخروطاً ويكون ذلك الجزء الصغير رأس المخروط إلا أنه يكون ضيق الرأس؛ فإذا انعطف كان من بعد الانعطاف منخروطاً إلى السعة إلا أنه من أجل أن الموضع الذي ينعطف<sup>20</sup> إليه قريب من رأسه، فليس يتسع اتساعاً له قدر، بل يكون في غاية الضيق،

---

13-14 ليست هي : ليس هو - 15 هي : هو.

إلا أنه يكون أوسع من رأس المخروط الذي هو الجزء الذي نفذ منه الشعاع إلى داخل الكرة.

وكل نقطة على خط جـ س ينطف إليها شعاع يحيط بها جزء من الهواء له قدر يسير بالقياس إلى الحسن. فمن أجل ذلك يحصل على خط جـ س أجزاء كثيرة من الهواء كل واحد منها له قدر بالقياس إلى الحسن، وفي كل واحد منها حرارة قد وصلت إليه من جميع جرم الشمس؛ فلذلك إذا اجتمعت هذه الحرارة عند خط جـ س - الذي هو جزء يسير - حدث منها الإحراق. فكل كرة من الزجاج أو البلور أو ما جرى مجراها، إذا كانت صحيحة الكرية وكانت شديدة الشفيف، إذا قوبل بها جرم الشمس وأشرق عليها ضوء الشمس، فإنه يحدث منها إحراق في الجهة المقابلة لجهة الشمس، ويكون بُعد موضع الإحراق عن سطح الكرة أقل من ربع قطر الكرة.

وكذلك القارورة، إذا كانت من زجاج نقي، وكانت كرية الشكل وصحيحة الكرية ومثلت ماء صافياً، فإنه يكون منها إحراق كما يكون من الزجاج والبلور؛ وذلك أن الزجاج النقي الشديد الشفيف ليس بين شفيفه وشفيف الماء اختلاف له قدر وجسم القارورة أيضاً قليل السمك، والشعاع الذي يصل إلى القارورة وينطف في جسم القارورة، إذا وصل إلى الماء، امتد على استقامة ولم ينطف، لأن الانعطاف إنما يكون إذا كان بين شغفي الجسمين اختلاف له قدر يؤثر في الشعاع، وإذا امتد / الشعاع على استقامة، ٨٣ - ر نفذ في جسم الماء ووصل على استقامته إلى سطح ظاهر القارورة، ثم ينطف في الهواء، لأن بين شفيف الهواء وبين شفيف الزجاج اختلاف متفاوت، فلذلك ينطف، فيكون انعطاف الشعاع في القارورة المملوءة ماءً على مثل انعطاف الشعاع في الكرة من الزجاج أو البلور.

فأما لِمَ لا يحدث من القارورة إحراق، إذا لم تكن مملوءة ماءً، فإن ذلك لأنَّ القارورة، إذا كانت فارغة، كان في داخلها هواء. وبين شفيف الهواء وشفيف الزجاج اختلاف متفاوت؛ فإذا وصل الشعاع إلى ظاهر القارورة، انعطف من أجل أنَّ الزجاج أغلظ من الهواء المحيط بالقارورة. ثم إذا انعطف، 5 نفذ في جسم الزجاج الذي هو سُمك جسم القارورة. فإذا انتهى الشعاع إلى أن ينفذ (من سمك جسم) القارورة، انعطف أيضاً، لأنَّ الهواء ألطف من الزجاج. ثم إذا انعطف، امتدَّ في الهواء الذي في داخل القارورة إلى أن يصل إلى الزجاج. فإذا وصل إلى الزجاج، انعطف أيضاً، من أجل أنَّ الزجاج أغلظ من الهواء الذي هو فيه، ثم ينفذ في سُمك جسم القارورة؛ فإذا انتهى 10 إلى سطحها المحدث، انعطف أيضاً، من أجل أنَّ الهواء ألطف من الزجاج الذي هو فيه. فإذا خرج إلى الهواء، يكون قد انعطف أربع مرات. والشعاع إذا انعطف، ضعف. وقد بيَّنا هذا المعنى في كتابنا في المناظر، أعني أنَّ الشعاع إذا انعطف ضعف. فالعلة التي من أجلها ليس يحدث من القارورة إحراق، إذا كانت القارورة فارغة، هو أنَّ الشعاع - الذي يصل إليها وينفذ فيها - 15 ليس يخرج من الجهة الأخرى إلا بعد أن ينعطف أربع مرات. والشعاع كلما انعطف ضعف، فإذا انعطف أربع مرات، لم يبق فيه من الحرارة ما يحدث منه إحراق.

وهذا حين نَحْتَم هذه المقالة.

تمت، والحمد لله رب العالمين، والصلاة على رسوله محمد وآله أجمعين.

## النص الثامن

ابن الهيثم  
رسالة في الكرة المحرقة  
تحرير كمال الدين الفارسي

ث - ٢٣١ - و  
ل - ٢٧٧ - و  
٥٥٥ - ا  
س - ١٨٠ - ط  
ك - ٢٧٢ - و

## الفصل الأول : في أمر الكرة المحرقة

هذا الفصل هو تحرير رسالة لابن الهيثم رحمه الله في الكرة المحرقة ، وهي خمسة أشكال . وقد صدرها بمقدمات ذكرت في المناظر فلا يحتاج إلى إعادتها . وبأخرى تختص بتلك الرسالة فتوردها . فها أن زاوية الانعطاف في الزجاج أصغر من نصف العطية / وأعظم من ربعها . وأحال ذلك على ما بين ك - ٢٧٢ - ط 10 بطليموس في المقالة الخامسة من كتابه في المناظر .

ومنها أن كل قوسين مختلفتين من دائرة تقسمان على نسبة واحدة فإن نسبة جيب أعظم قسمي الصغرى إلى جيب أصغرهما أعظم من نسبة جيب أعظم قسمي العظمى إلى جيب أصغرهما . وأحال ذلك على كتابه في خطوط / س - ١٨١ - و

6 هنا : وهذا [ك] / رحمه الله : رحمه الله عليه [ك] - 74 وهي خمسة أشكال : ناقصة [س] -  
7 بمقدمات : مقدمات [س] / يُحتاج : يحتاج [ح] - 8 تختص : يختص بالفكر أو بالمرث حسب القاعدة  
الحرية وإن تشير إلى ذلك فها بعد التصاقاً للكفة . ولأن مثل هذه الأخطاء التي ارتكبها النساخ لم تساعدنا عند  
التأريخ لخطوط نص الفارسي ١. ث ، ل . ك / فتوردها : ناقصة [س] - 11 كل : كان [س] / قوسين :  
قوس [ت] / مختلفتين : مختلفتين [ت] ، س ، ل . ك / واحدة : واحد [١] - 12 جيب : يكتبها كل من نسخ  
[ت] ولا [س] ، حيث ، ولن تشير لذلك مرة أخرى / قسبي : قسي [ك] / الصغرى : ناقصة [ا] ، ث ، ك / أثبتا  
في الماشر [خ] - 13 قسبي : قسي [ك] / على : فوقه السطر [خ] .

الساعات. وقد وجدت ذلك الكتاب وأصبحت منه هذه الدعوى، وكانت الشكل الثالث من الكتاب، بهذه العبارة: إذا فصل من دائرة قوسان مختلفتان، وقسم القوسان على نسبة واحدة، وكان القسم الأعظم من القوس العظمى ليس بأعظم من ربع دائرة، فإن نسبة جيب القسم الأعظم من القوس الصغرى إلى جيب القسم الأصغر منها أعظم من نسبة جيب القسم الأعظم من القوس العظمى إلى جيب القسم الأصغر منها. وأعاد الدعوى أخيراً بهذه العبارة: فكل قوسين مختلفتين من دائرة تكون أعظمها أصغر من ربع دائرة، فإن نسبة جيب أعظمها إلى جيب أصغرهما أعظم من نسبة جيب كل قوس أعظم من الشبهة بأعظم القوسين - إذا لم يكن أعظم من ربع دائرة - إلى جيب القوس النظرية لأصغر القوسين، إذا كانتا من دائرة واحدة ومناسبتين للقوسين الأولين، العظمى للعظمى والصغرى للصغرى. وهذه هي المحتاج إليها في هذه المقالة.

ثم لما كانت / النسخة سقيمة جداً، لم أقدر على حلها، فاكفيت بإيراد ج - ٢٧٨. و الدعوى. وإن اتفق حلها بعد، أضيفها محررة إلى هذا المقام، إن شاء الله تعالى. ومن تأمل جدول الجيب وجد أن حركة القسي في الازدياد إلى الربع متشابهة وحركة جيوبها غير متشابهة، بل مسرعة في الأوائل مبطئة على التدرج إلى الأواخر. وعند ذلك يتحقق الحكم وفيه مقنع.

١ الساعات: الساعات (أ)، ح، س، ل/ الكتاب: فوق السطر [خ] حله: ناقصة [س] وكانت: وكان [ج] - ٢ الثالث: الثالث (أ) - ٣ مختلفتان: مختلفان (أ)، ت، كآ - ٤ ربع: ربع (أ) / فإن: وإن [ك] - ٥ القسم (الثاني): القوس [س] - ٥ - ٦ أعظم: ... الأصغر منها: ناقصة [ت]، خ، كآ - ٦ القسم: ناقصة [س] / الدعوى: الدعوى [ك] دعوى [خ] - ٧ أخيراً: أخيراً (أ)، ت، س، كآ أخيراً [ج] آخر [خ] / مختلفتين: مختلفتين [س] / أعظمها: أعظمها (أ) من: في [س] - ٨ جيب (الثالث): حيث (أ) ناقصة [س] - ٩ أعظم (الأول): ناقصة (أ) من: في [س] / بأعظم: أعظم [س] - ١١ مناسبتين: مناسبتين (أ) / خ / الأولين: الأولين (أ)، كآ - ١٢ كانت: كان [ك] سقيمة: سهو [س] - ١٤ بعد: ناقصة [س] / أضيفها: أضيفها [س]، كآ / هنا: هذه [ت] / إن شاء: إنشاء (أ)، ت، كآ - ١٥ تعالى: ناقصة (أ) تع (ل) / جدول: جدول [س] / وجد: وجب [س] / القسي: القسيحة (أ) - ١٦ وحركة جيوبها غير متشابهة: ناقصة (أ)، ت، خ، كآ / الأوائل: الأول تل [خ] الأول بل [كآ].



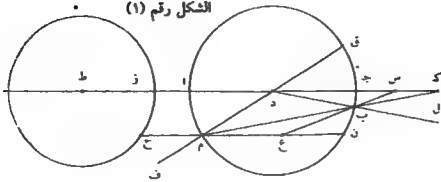
أد م ، وأعظم من ريعها . ونخرج م د إلى ق ، قوس ق ج مثل ج ن ، لأن  
كلًا منها مثل أ م . قوس ن ب أقل من نصف قوس ن ج ق ، فنقطه ب فيها  
بين ن ج . فإذا أخرجنا م ب لاقى ج ك ، وليكن على ك ، ونصل د ب ،  
وننقله إلى ل . فلأن نقطة ب عند سطح الكرة ، يكون ب ك في الهواء . ولأن  
شعاع م ب غير عمود ، إذ العمود د ب ل ، فليس ينفذ خارجاً على  
استقامته ، بل ينعطف إلى خلاف جهة العمود ، لكون الهواء ألطف . فلينعطف  
على مثل ب س .

وإذا توهمنا خط ك ط ثابتاً / وسطح م س ب م ح دائراً دورة تامة ، ل - ٢٧٨ - ط  
أحدث م مبدأ انعطاف أول في القطعة المقابلة (لشمس) وب مبدأ ثانياً في  
القطعة الأخرى ، وح دائرة في كرة الشمس . فيمتد من كل نقطة من الدائرة  
التي على الشمس شعاعاً إلى المبدأ الأول / مواز للواصل بين المركزين ، س - ١٨١ - ط  
وينعطف في الكرة إلى المبدأ الثاني ، ثم ينعطف في الهواء إلى س . وكذلك  
جميع الأشعة الخارجة من الشمس إلى الكرة على موازاة ط ك بشرط ألا  
تماس الكرة ، فإن الجميع ينعطف ثانياً إلى نقطة على خط ج ك ، وذلك ما  
أردناه . ١٥

١ وأعظم : فأعظم [١] / ق : د [١] / ق ج : د ج [١] - ٢ د ج ق : د ج د [١] - ٣ م : من  
[خ] - ٤ استقامته : استقامة [ح] - ٥ ثانياً : ثانياً [١] / دائراً : دائرة [ث] ، ك [ ] / دورة : ناقصة [ك] -  
١٠ كرة : مركزة [س] ، أبطأ غير واضح - ١١ مواز ... المركزين : ناقصة [س] - ١٢ وكذلك : وذلك [ل] ،  
كتبها ناسخ [ك] « وكذا » ، وإن تشير إليها فيما بعد .



الشكل رقم (١)



ب

ولنعد دائرة  $\overline{أ ب ج}$  ونخطوطها، فنقول: إن زاوية  $\overline{د س ب}$  ضعف زاوية الانعطاف، أعني التي عند  $\overline{م}$ .

وذلك لأننا نخرج  $\overline{س ب}$ ، وليلق خط  $\overline{م ن}$  على  $\overline{ع}$ ، فلانعطاف شعاع

5  $\overline{م ب}$  على  $\overline{ب س}$  يكون انعطاف  $\overline{س ب}$  أيضاً على  $\overline{ب م}$ ، / فيكون زاوية ١ - ٥٥٧

$\overline{د ب م}$  الباقية مثل  $\overline{د م ب}$  الباقية الأولى، فانعطافية  $\overline{ب}$  - أعني  $\overline{ك ب س}$  بل

$\overline{ع ب م}$  - كانعطافية  $\overline{م}$  - أعني  $\overline{ن م ب}$  لتشابه شقيف الكرة والهواء، فزاويتا

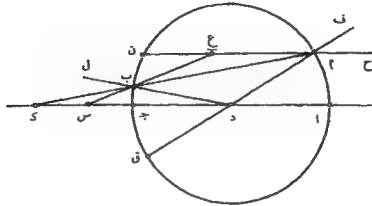
$\overline{ع ب م}$  و  $\overline{م ب م}$  متساويتان، فزاوية  $\overline{س ع ن}$  - أعني  $\overline{ع س د}$  - ضعف

زاوية  $\overline{ب م ع}$ ، وذلك ما أردناه.

١ ب: ناقصة [د]، ت: 2 - وخطوطها مع خطوطها [ك] 3 أعني: معنى [د] تين [س] يعني [ت]،  
ل: كآ - 4 ولين: وليكن [س] م د: د، خ، كآ - 6 مثل د م ب الباقية: ناقصة [س] ك ب س:  
د ب س [ح] 7 - ع ب م: ع م ب [س] كعطافية... د م ب: ناقصة [س] ن م ب: د [د] ن م  
[ت]، خ، كآ - 8 ع ب م: ع ب [ت] ع م ب: م ب [ت] ب م ع [كآ] ع س د: س ع د [د]، ل:  
ع س ك - 9 ب م ع: ف م ح [ك] أردناه: بعدما أردناه [خ]، كآ.

أقول: وقد بان من ذلك أن لكل شعاع انعطافين، وانعطافيتاهما أبداً متساويتان.

الشكل رقم (٢)



جـ

قال: ولنعد الصورة الأولى، فأقول: إنه لا ينعطف إلى نقطة  $\overline{س}$  شعاع  $\overline{ن-٢٣٢}$  و آخر من التي توازي  $\overline{آ د ج}$  في سطح دائرة  $\overline{آ ب ج}$ .  
أقول: سوى نظير  $\overline{م}$  في الجهة الأخرى لـ  $\overline{آ ج}$ .

قال: وإذا فلينعطف إليها شعاع  $\overline{ه ن ع س}$ ، فيكون زاوية  $\overline{ع س د}$  ضعف انعطافية  $\overline{ن}$ ، ونصل  $\overline{د م د ن د ع}$ ، ونخرج  $\overline{م د}$  إلى  $\overline{ق}$  ون  $\overline{د}$  إلى  $\overline{ص}$ ، فزاوية  $\overline{ص د ع}$  ضعف  $\overline{د ن ع}$ ، أعني باقية  $\overline{ن}$ ، وزاوية  $\overline{ص د ج}$  مساوية لـ  $\overline{ل ع طية ن}$ ، فزاوية  $\overline{ج د ع}$  هي زيادة ضعف باقية  $\overline{ن}$  على عطفتها. وكذلك

١ أن: ناقصة  $\overline{ع/ح}$  شعاع: الشعاع  $\overline{د/د}$  وانعطافيتاهما: وأن انعطافيتهما  $\overline{س}$ ،  $\overline{ك}$  -  $\overline{ج}$ : ناقصة  $\overline{ل}$ ،  $\overline{ت}$  -  $\overline{٤}$  الأولى: الأولى  $\overline{ل/د}$  نقطة: ناقصة  $\overline{س/س}$  شعاع: ناقصة  $\overline{د/د}$  -  $\overline{ج م}$ :  $\overline{ك/ك}$  في: من  $\overline{ل}$ ،  $\overline{ت}$ ،  $\overline{س}$ ،  $\overline{خ}$ ،  $\overline{ك/ل}$  لـ  $\overline{آ ج}$ : لـ  $\overline{ج}$  -  $\overline{د ن}$ :  $\overline{د ن د ح}$   $\overline{ل/ل}$   $\overline{د د}$ :  $\overline{و د}$   $\overline{ك/ك}$  -  $\overline{١٠}$  عطفتها: عطفتها  $\overline{ت}$ .

- ج د ب زيادة ضعف باقية م على عطفيتها. ونسبة انعطافية ن إلى عطفيتها -  
 أعني ا د ن - بل إلى نصفها أعظم من نسبة انعطافية م إلى عطفيتها - أعني  
 ا د م - بل إلى نصفها. فبالفصل : نسبة انعطافية ن إلى تمامها من نصف  
 عطفيتها / أعظم من نسبة انعطافية م إلى تمامها من نصف عطفيتها. وتام ٥ - ٢٧٣ - ظ  
 5 الانعطافية من نصف المطفية هو زيادة الباقية على نصف العطفية. فنسبة  
 انعطافية ن إلى زيادة باقيتها على نصف عطفيتها، بل ضعف / الأولى - أعني ٥ - ٢٧٩ - و  
 ع س د - إلى ضعف الثانية أعظم من نسبة انعطافية م إلى زيادة باقيتها على  
 نصف عطفيتها، بل ضعف الأولى - أعني ب س د - إلى ضعف الثانية.  
 وضعف زيادة الباقية ن على نصف عطفيتها هو زيادة ضعف الباقية على  
 10 المطفية، وكذلك م. فنسبة زاوية ع س د إلى ع د س أعظم من ب س د  
 إلى ب د س. وبالإبدال ع س د إلى ب س د أعظم من ع د ج إلى  
 ب د ج. والانعطافية أعظم من / تمامها من نصف المطفية، لأنها أعظم من ١ - ٥٥٨  
 ربعها؛ فنصف الانعطافية أعظم من ضعف تمامها من النصف، أعني زيادة  
 ضعف الباقية على المطفية؛ فزاوية ع س د أعظم من ع د ج. وكذلك  
 15 ب س د أعظم من ب د ج.
- ونجعل س مركزاً، ويبعد ع س <نرسم> قوس ع ف ت؛ وليكن ف على  
 د س وت على محيط ا ب ج؛ فقوس ع ف مثل ف ت. ونصل ت ع،

١ عطفيتها (الأول) : انتهت بخطورة [ع] عند هذا الموضع / ونسبة : وكذا نسبة [ك] إلى : ناقصة [ك] - 12 ا د ن :  
 ١ د [ك] - 2 - 3 أعظم ... نصفها : مكررة [ت] م إلى ... ن إلى : ناقصة [ك] - 3 بالفصل : فيالمقبل [١]  
 فيالمقبل [ت] - 4 : ناقصة [١] - 4 - 6 أعظم ... عطفيتها : ناقصة [ك] - 7 ع س د : ب س د [ج] ع د س [س]  
 8 أعني : ناقصة [ك] ب س د : ع س د [ك] الثانية : الثانية أعظم [ك] - 9 الباقية : باقية [ا]، ت، ح، س، ك  
 على : إلى [ك] الباقية : الثانية [ك] - 10 م : في م [ا]، ت، م، ك ف م [ج] ح م [ل] ا إلى ع د س : ناقصة [س] -  
 13 نصف : فخصف [ا]، ت، س، ل - 14 وكذلك [س] - 16 ويبعد : ويبعد [ج] ع س : ع [ا]، ت،  
 ح، س، ل، ك.

- فيكون عموداً على دس ويتصف به، ويكون قوس ت ج مثل ج ع .  
 فنخرج س ب إلى أن يلتقي وترت ع على ر وقومه على و؛ فنسبة قوس ع ف  
 إلى ف و كنسبة زاوية ع س د إلى زاوية ب س د؛ ونسبة قوس ع ج إلى  
 قوس ج ب كنسبة زاوية ع د ج إلى زاوية ب د ج . وقد تبين أن نسبة زاوية  
 ع س د إلى زاوية ب س د أعظم من نسبة زاوية ع د ج إلى ب د ج .  
 فقوس ع ف إلى ف وأعظم من قوس ع ج إلى ج ب . فبالفصل: نسبة  
 قوس وع إلى ع ف أعظم من قوس ب ع إلى ع ج؛ فنسبة / قوس وع إلى ط  
 ع ف ت أعظم من قوس ب ع إلى ع ب ت؛ فبالفصل قوس ع وإلى وت  
 أعظم من قوس ع ب إلى ب ت . فلتكن قوس ع ي إلى ي ت كنسبة قوس  
 ع ب إلى ب ت؛ فبالعكس قوس ت ي إلى ي ع كقوس ت ب إلى ب ع .  
 ونصل س ي، وليقطع ت ع على خ، وليقطعه أيضاً د ب على ش، فنسبة  
 جيب قوس ب ت إلى جيب ب ع كنسبة ت ش إلى ش ع؛ ونسبة / جيب س - ١٨٢ و  
 قوس ت ي إلى جيب <قوس> ي ع كنسبة ت خ إلى خ ع . وقوس ف وع / ل - ٢٧٩ ط  
 أعظم من الشبهة بقوس ج ب ع لأن زاوية ع س د أعظم من زاوية  
 ع د ج، فقوس ت ف ع أعظم من الشبهة بقوس ت ج ع . ونسبة قوس

١ فيكون: ناقصة [س] / يتصف به: يتصف م [ح] - 2 فنخرج: فيخرج [ث] / س ب: س ت  
 [س] - 3 ب س د: ع س د إلى زاوية [ث] / ونية: نسبة [ث] / ع ج: ب ج [ك] - 6-3 كنسبة ...  
 قو: ناقصة [ك] - 4 كنسبة: ناقصة [ل] / تبين: بين [ل] - 5 إلى زاوية ب س د: مكررة [ل] -  
 8 أعظم من قوس ب ع إلى ع ب ت: أعظم من قوس ب ع إلى ع ب أعظم من قوس ب ع إلى ع ب  
 [ك] / ع ب ت: يقرأني [ل] بدلها؛ فبالفصل وع وإلى ع وأعظم من قوس ب ع إلى ع ج فنسبة قوس وع  
 إلى ع ف ت أعظم من قوس ب ع إلى ع ب ت، وهذا تكرار من الخطأ أيضاً ما سبق / فبالفصل:  
 [س] / ع و: وع [ك] / وت: رب [ح] - 9 ع ي: ع ب [ك] / ي ت: ي ب [ح] ع ب [ك] -  
 10-9 فلتكن ... إلى ب ت: ناقصة [ل] - 10 ع ب: ع ب ت: رب [ح] / ي ع: ع ي [ك]  
 ع [ل] - 11 ت ع: ت [ث] / أيضاً: ناقصة [ح] / د ب: د ب [ك] / ش: س [ك] - 12 ب ت:  
 رت [ح] ت ب [ث]، س، ل / ب ع: د ع [ك] / ت ش إلى ش ع: ت س إلى س ع [ك] -  
 13 ت ف ع: وف ع [ح] - 14 بقوس: قوس [ك] / زاوية: زاوية [ك] - 15 ت ف ع: ت ف [ك] /  
 بقوس: قوس [ك].



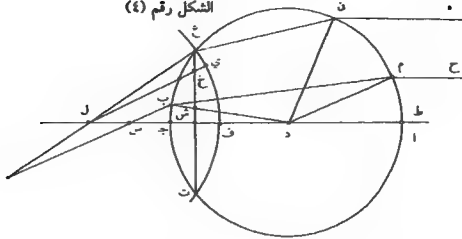


خ مثل ل خ ي / فنسبة قوس ع ف إلى في كنسبة زاوية ع ل د إلى ت - ٢٣٣ - و  
ي ل د وكنسبة زاوية ع د ج إلى ب د ج ؛ فنسبة قوس ع ف إلى في  
كنسبة قوس ع ج إلى ج ب ؛ فنسبة قوس ف ع إلى ع ي كنسبة قوس ع ج  
إلى ع ب ؛ فنسبة قوس ت ف ع إلى <قوس> ع ي كنسبة قوس ت ج ع  
٥ إلى قوس ب ع ؛ فنسبة قوس ف ي إلى قوس ي ع كنسبة قوس ج ب إلى  
ب ع ؛ فنسبة جيب قوس ج ب إلى جيب قوس ب ع أعظم من نسبة جيب  
قوس ف ي إلى <جيب> قوس ي ع ؛ فنسبة جيب قوس ب ج ت إلى  
جيب قوس ب ع أعظم من نسبة جيب قوس ت ف ي إلى <جيب> قوس  
ي ع ؛ فنسبة ت ش إلى ش ع أعظم / من نسبة ت خ إلى خ ع للمقدمة ل - ٢٨٠ - و  
١٥ الموضوعه ، وذلك محال.

فليس ينعطف الشعاع من نقطة ع إلى نقطة من وراء س ، وتبين أنه  
لا ينعطف إلى س ، فتعين المطلوب.

١ ع ل د : ب د ل [ك] ٢ ي ل د : ي د [ك] وكنسبة : كنسبة [ل] ع د ج : ج د [ل] ع ج د [ك] [ل] ب د ج :  
ناقصه [ت] ٢ - ٤ فنسبة ... إلى ع ب : ناقصه [ك] ٢ - ٤ فنسبة قوس ل ح ... إلى ع ب : ناقصه [س] ٣ -  
ف ع إلى ع ي كنسبة قوس : ناقصه [ت] ف ع ... كنسبة قوس : ناقصه [ل] ٤ ح ي : ي ع [ك] ٥ قوس :  
ناقصه [ك] ب ع : ج ب [ل] ع ت [س] ف ي : ت ف ي [ت] س ، ل [ل] ب ف ي [ك] قوس  
(الكه) : ناقصه [ك] ج ب : ت ج ب [ل] ، ت ، ح ، س [ب] ج [ك] ب ج ب [ل] ٦ ج ب : ت ج ب [ل] ، ت ،  
س ، ل [ل] ي ج ب [ك] ٦ - ٧ فنسبة جيب ... ي ع : ناقصه [س] ٧ - ٩ فنسبة ... قوس ي ع : ناقصه [ل] ، ل ،  
ك ٧ ف ي : ب ف ي [ك] ت ف ي [ت] ح ، س ، ل [ل] ب ج ت : ت ج ب [س] ٩ ت ش : ت س [ك]  
ش ع : س [ك] للمقدمة الموضوعه : ناقصه [ل] ، ت ، ح ، س ، ك ١٥ وذلك محال : يعلما كرونا ص ١٤١  
١٤١ ، ص ٣ ، بقوله من القول ١٢ : تبين [ك].

الشكل رقم (٤)



الحاصل : فقد تبين أن كل شعاع مواز لـ  $\overline{اج}$  فإنه إذا وصل من الشمس إلى / كرة  $\overline{اب ج}$  فإنه ينعطف إلى نقطة من  $\overline{اج}$  من وراء  $\overline{ج}$  ، وأن كل شعاع ١ - ٥٦٠ منها يكون أبعد من  $\overline{ا}$  ينعطف إلى نقطة أقرب من  $\overline{ج}$  ، وأنه لا ينعطف إلى نقطة واحدة وراء  $\overline{ج}$  إلا شعاع واحد من الأشعة الموازية لـ  $\overline{اج}$  التي في سطح دائرة  $\overline{اب ج}$  ، وأن الأشعة المنتهية إلى مبدأ مبدأ تنعطف جميعاً إلى نقطة نقطة / ك - ٢٧٤ - ط من خط  $\overline{اج}$  وراء نقطة  $\overline{ج}$  .

أقول : وأنا أسمي تلك التقاط نهايات ، فيكون لكل مبدأ منتهى .

قال : وقد بقي أن نحدد نهاية الخط الذي عليه جميع النهايات ليتعين موضع الإحراق .

١ الحاصل : ناقصة [س] ، ك - ٢ : فإنه : ناقصة [د] ما [ك] - ٣ : أقرب : ا ج ب [ك] - ٤ : وراء : ورا [د] ج - د ج [ح] / إلا : لا [ك] - ٥ :  $\overline{اب ج}$  : ا ب [ا] ، ت ، ح ، م ، ل ، ك / إلى : ناقصة [د] مبدأ مبدأ : لهذا لهذا [ح] / نقطة نقطة : نقطة [ح] - ٦ : بقي : بقي [ا] [س] : نحد : نحد [ا] ، ت ، ك / ليتبين : ليتبين [ك] .



٥

فلنعد دائرة  $\overline{أ ب ج}$  ونخرج  $\overline{ه ب ط}$  موازياً لـ  $\overline{أ ج}$  . فشعاع  $\overline{ه ب}$  ينعطف إلى قوس  $\overline{ط ج}$  ، فليكن على  $\overline{ب ك}$  . ثم إلى  $\overline{د}$  . ونصل  $\overline{د ب}$  وننقله إلى  $\overline{ح و}$  .

٥ وقد بين بطليموس في المقالة الخامسة من كتابه في المناظر أن العطفية إذا كانت أربعين على أن / القائمة تسعون . فإن الباقية تكون خمسة وعشرين ، س - ١٨٢ - ط وإذا كانت العطفية خمسين ، كانت الباقية ثلاثين .

أقول : ويعني أنه في كرة زجاج على ما يشعر به كلامه في صدر المقالة . قال : فتبين من ذلك أن انعطافية الأربعين جزءاً هي خمسة عشر جزءاً ١٥ وانعطافية الخمسين عشرون . فتبين أن زيادة انعطافية الخمسين على الأربعين نصف زيادة العطفية الأولى على العطفية الثانية .

ثم بين بطليموس أن زيادة الانعطافية على الانعطافية من بعد الخمسين يكون أعظم من نصف تفاضل العطفيتين . فإذا كانت قوس  $\overline{أ ب}$  أربعين على / ١٨١ - ر أن المحيط ثلاثمائة وستون ، كانت زاوية  $\overline{أ د ب}$  أربعين وكذلك  $\overline{ه ب ح}$  ، ١٣ وزاوية  $\overline{د ب ك}$  خمسة وعشرين ، فزاوية  $\overline{ر د ك}$  خمسون ، فزاوية  $\overline{ج د ك}$  عشرة . وإذا كانت قوس  $\overline{أ ب}$  خمسين جزءاً وكذلك زاوية  $\overline{ه ب ح}$  وزاوية  $\overline{أ د ب}$  ، كانت باقية  $\overline{د ب ك}$  ثلاثين و  $\overline{ر د ك}$  ستين ف  $\overline{ج د ك}$  أيضاً عشرة .

١ : ثلاثة [أ] ، ت ، ل ، ٥ - ٥ : وقد قد [ك] بين : تين [ل] ، ٥ / المناظر : المناظر [ك] - 6 : حة : حـ [س] 7 : العطفية : الثلثين ، وكتب النسخ فوقها هذه الاختصار لكلمة «القائمة» [ك] ثلاثين : ثنتين [ك] - 8 : يعني : ومعنى [ك] 9 : فتين : فتين [ك] انعطافية : انعطاف [ك] 9 - 10 : جزءاً (التي) ... الأربعين : ناقصة [ك] - 10 : فتين : فتين [ك] الخمسين على الأربعين : الأربعين على الخمسين [ح] - 13 : المثلثين : المثلثين سـ [ك] فلذا : فلذا [ك] 14 : د ب ك : أ ب د [ك] 16 : ولذا : ولذا [ل] ، ٥ / ه ب ح : ب ح [ك] 17 : ثلاثين و ر د ك : ناقصة [ك] ف ج د ك : و د ك [ت] .

فالشعاعان الموازيان لـ  $\overline{أ ج}$  المنتهيان إلى نقطتين، بعدهما عن  $\overline{أ}$  أربعون وخمسون، كلاهما ينعطفان إلى نقطة  $\overline{ك}$  التي بعدها عن  $\overline{ج}$  عشرة أجزاء؛ ثم لا بد أن ينعطفا من بعد إلى نهايتين مختلفتين من  $\overline{خط ج س}$  لما تقدم في د. ت - ٢٣٣. ط

فإن كانت قوس  $\overline{أ ب}$  خمسين، فكل شعاع مواز يصل إلى نقطة من وراء  $\overline{ب}$  فإنه ينعطف إلى نقطة فيما بين  $\overline{ج ك}$ ، وذلك لأن زيادة قوس  $\overline{أ ع}$  على قوس  $\overline{أ ب}$  هي زيادة زاوية  $\overline{أ د ع}$  على  $\overline{أ د ب}$  - أعني عطفيتي  $\overline{ع ب}$  - وهي زاوية  $\overline{ب د ع}$ . فزيادة انعطافية  $\overline{ع}$  على انعطافية  $\overline{ب}$  أكثر من نصف  $\overline{ب د ع}$ ، وهذه الزيادة تفصل من قوس  $\overline{ب ع}$  أكثر من نصفها. وإذا كانت على المحيط، فإنها توتر قوساً هي أعظم من  $\overline{ب ع}$ ، أعني  $\overline{ق ط}$  /. وانعطافية  $\overline{ب}$  توتر قوس ١ - ٦١.

١٥  $\overline{ط ك}$ ، فانعطافية  $\overline{ع}$  توتر قوساً أعظم من  $\overline{ق ك}$ ، فشعاع  $\overline{ق ع}$  ينعطف إلى نقطة بين نقطتي  $\overline{ك ج}$ .

أقول: وذلك لأن الشعاع الممتد إلى  $\overline{ب}$  ينعطف إلى  $\overline{ك}$  سواء كان  $\overline{ب}$  طرف قوس الخمسين أو الأربعين.

قال: فليكن على  $\overline{ع ز}$  وقد تبين أن الشعاع الذي يمتد إلى نقطة وراء النظرية لنقطة  $\overline{ب}$  وينتهي إلى  $\langle$ وراء $\rangle$  نظيرة  $\overline{ط}$  فإنه ينعطف إلى نقطة فيما بين  $\overline{ج ن}$ .

أقول: ينبغي أن تحمل «النظرية» على ما يشمل كلاً من نقاط المبدأ الذي تكون هي عليه وكلا من النقاط التي تشبهها في كل كرة تفرض.

١ - ٢ أربعون... بعدهما عن: ناقصة [ك] - ٢ بعدهما: [د] - ٣ ينسطفا: ينعطف [ك] - ٤ كحل: ناقصة [ا]، [ك] وكل [س] / شعاعاً [ك] - ٥ هي: نفس [ا] / عطفيتي: عطفيتي [ا] / عطفيتي [ج] - ٦  $\overline{أ ب}$  [س] - ٧  $\overline{ع}$ : ناقصة [ا] /  $\overline{أ ك}$  / حل: إلى [ك] / وهذه: [ك] - ٨ تفصل من: تفصل من [س] / يفضل عن [ك] / وإذا: وإن [ك] - ٩  $\overline{ط ك}$ :  $\overline{ط د ك}$  /  $\overline{ك}$  /  $\overline{ق ع}$ :  $\overline{ب ع}$  [ا] - ١٠ لأن: ناقصة [ا]، [ك] /  $\overline{د ك}$ :  $\overline{ب د ك}$  /  $\overline{ب}$ : ناقصة [ا]، [ك] - ١١ قال: ناقصة [ا]، [ك] /  $\overline{ع ز}$ :  $\overline{ع ل}$ ، [ك] /  $\overline{ع ق}$  [ج] من [س] - ١٢  $\overline{ط ك}$ : من [ا]، [ك]، [س]، [ك] - ١٣ ١٧ يشمل: يشمل [ك].



أقول : وذلك لأن جـ ك عشرة.

قال : وكذلك بـ ل. فقوس آل تسعون. فإذا أخرج القطر القائم على  
أ جـ. ونصف أ ب جـ على لـ. وجعل جـ ك عشرة. ووصل لـ كـ. وأخرج  
إلى أن يلقى أ جـ / . كان الخط الذي يفصل بين لـ كـ وبين جـ. أعني  
د ن جـ. هو الذي يحيط بجميع النهايات لأشعة قوس بـ لـ. والأشعة التي  
تصل إلى قوس أربعين تنعطف إلى كـ جـ. ثم إلى نقطة وراء نـ. لأن قوس  
أ بـ إذا كانت أربعين: كان شعاع بـ طـ من وراء كل شعاع يصل إلى قوس  
أ بـ. فإذا وصل شعاع إلى نقطة بين أ بـ مثل وـ، كانت زيادة انعطافية بـ  
على انعطافية وـ أقل من نصف قوس بـ وـ؛ إذا كانت الزيادة على المركز،  
10 وأقل من بـ وإذا كانت على المحيط. ونخرج وـ موازاً لـ بـ طـ / . ولننعطف  
الشعاع على خط وـي، فيكون زيادة قوس طـ كـ على قوس د ي أقل من  
طـ د، فنقطة كـ فيما بين / نقطتي د ي، فنقطة ي فيما بين كـ جـ.  
أقول : كون ي فيما بين كـ جـ ضروري، وإلا لكانت إما حيث كـ أو من  
ورائها، ويلزم أن تكون الزيادة بقدر طـ د أو أكثر، فأما كون كـ بين د ي فغير  
15 لازم ولا نافع أيضاً.  
قال : فيكون نـ أقرب إلى جـ من منتهى الشعاع المنعطف من يـ.

2 وكذلك: فكللك (ل)، ت، س، ك (ل)، ب (ل): ي (ل) [ك] القامح حل: النظير (ل)، ت، ح،  
س، ل (ل) النظير [ك] أ جـ: الآخر [ك] 3 - ووصل لـ كـ: كروما النسخ [ت] 4 - كان فان [س] لـ كـ:  
لـ د [ك] 6 - ك جـ: ك [ت] جـ ك [س] د جـ [ك] وراء نـ: و (ل) قلنله [ك] 8 - بين: ناقصة [س] و:  
و [ك] انعطافية بـ على: انعطافية حل [ل] ناقصة [ح] 9 - و: ر [ك] ب ر: ب [ك] إنا: فافا [ك] 10 -  
ب ر: ب ر [ك] و د: و ي [ك] 11 - خط: ناقصة [ح] س، و ي: فني [ك] د ي: ك ي [ح] 12 -  
طـ د: طـ ك [ح] فيما بين (الأولى): بعدها د جـ (ل) فنقطة ي: ناقصة [ك] 13 - وإما (ل)، كـ  
إلا [س] إنا: ناقصة [س] حيث: جيب (ل)، ح [ك] د: د [ك] 14 - طـ د: طـ ك [ك] كون: لون [س] لـ  
بين: فيما بين [ك] د ي: د لـ [ك] 15 - نالغ: لا يستقيم للنس إنا تركنا هذه الكلمة كما هي وإن أثبت  
في أغلب المخطوطات (ل)، ت، س، لـ، وربما كتبت في الأصل صانع. وقد قرأ هؤلاء متع منه أيضاً،  
والقصد أنه ليس بالمستحيل. واستعمال اسم الفاعل هنا هو للتعبير عن اسم مفعول متع [ح] نالغ،  
وكتب النسخ تحته هذه اختصاراً (لمبارة طوله كلمة [ك]).

أقول : / الكلام من قوله « فإذا وصل شعاع إلى نقطة بين  $\bar{أ}$   $\bar{ب}$  مثل  $\bar{و}$  » س - ١٨٣ - و إلى هاهنا مستغنى عنه لأن النتيجة معلومة مما سلف.

قال : فالشعاعات التي تمتد إلى قوس الأربعين تنعطف جميعها إلى ما

وراء  $\bar{ن}$  ، وتحدث هي وسائر الأشعة عند النهايات زوايا كل منها ضعف

5 الانعطافية. والخطوط الواصلة بين  $\bar{د}$  ونقاط الانعطاف الثواني تحيط مع  $\bar{دج}$

بزوايا كل منها زيادة ضعف الباقية على العطفية التي هي أصغر من ضعف / ٥ - ٢٧٥ - ط

الانعطافية. والزوايا التي عند النهايات تكون أعظم من نظائرها التي عند المركز،

فنصف قطر الدائرة أبداً أعظم من خط الانعطاف المنتهي إلى النهاية، وخط

الانعطاف / أعظم من الخط الذي يحده  $\bar{ج}$  والنهاية، فهذا الخط أبداً أصغر ل - ٢٨٢ - و

١٥ من نصف القطر.

ونجعل  $\bar{ج}$   $\bar{ث}$  مثل نصف القطر، فيكون جميع النهايات أقرب إلى  $\bar{ج}$  من

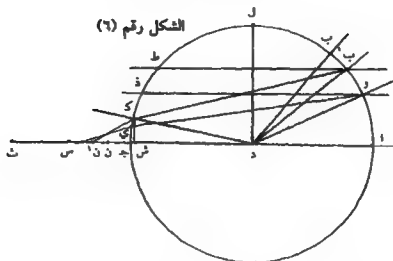
$\bar{ث}$ . والشعاعات الممتدة إلى قوس الأربعين هي أقرب إلى  $\bar{أ}$  وتنعطف إلى

$\bar{ن}$   $\bar{ث}$ . فأما التي من وراء الأربعين، فإن ما يصل منها إلى قوس  $\bar{ك}$   $\bar{ج}$  ينعطف

إلى  $\bar{ج}$   $\bar{ن}$  ، وهي التي من وراء الخمسين، وما يصل منها إلى نقطة من وراء  $\bar{ك}$

١٥ ينعطف أيضاً إلى  $\bar{ج}$   $\bar{ن}$ .

١ - و : ٥ - [ل] - 2 النتيجة : لنتيجة [ك] - 3 - قسط : هند [ت] هند [س] - 4 -  $\bar{ن}$  : ناقصة [ك] - 5 - الواسلة : الفلحلة (١)، ت، ك/ الثواني : التوالى [ك]  $\bar{د}$   $\bar{ج}$  :  $\bar{د}$  [س] - 6 - زيادة : ناقصة [ك]  $\bar{ك}$  : ضعف : ناقصة [ج]  $\bar{ع}$  : مع [ك]  $\bar{أ}$   $\bar{ب}$  : العطفية : العطفة [ك] - 7 - نظائرها : نظائره [ك] - 8 - خط الانعطاف : خط نصف الانعطاف [س] - 9 - يحده : تحده (١)، ك/  $\bar{ج}$   $\bar{ج}$  :  $\bar{ج}$  - [ج] - 12 - الأربعين : أربعين (١)، ك/ - 13 - من وراء : وراء [ج]  $\bar{ع}$  : منها : ناقصة [س] - 14 - و هي...  $\bar{ن}$  : ناقصة [ت] - 15 -  $\bar{ج}$   $\bar{ب}$  :  $\bar{ج}$   $\bar{ب}$  [ك].



أقول: لا شك أن  $\overline{ن ج}$  إذا كان أقل من خمس  $\overline{د ج}$  فتصفه أقل من عشر  $\overline{د ج}$ . فلا يكون الإحراق على  $\overline{س ج}$  إحراقاً على ربع القطر، والظاهر هو أن ذلك سهو من الناسخ. والصواب أن ينصف  $\overline{ث ج}$  ليحصل ما ذكر وأن يكون نقطة  $\overline{س}$  فيما بين  $\overline{ث ن}$  في الشكل. وقد تصفحت نسختين من مقالته ١ - ٥٦٣. هذه فوجدت فيها على ما أوردته. فأوردت على ما وجدته، ونهت على ما فيه.

### رد والزمام

وإذا قد تبين أن انعطافية الخمسين  $\overline{ك ٦}$  وباقيها  $\overline{ل ٦}$ ، وانعطافية الأربعين  $\overline{يه ٦}$  وباقيها  $\overline{كه ٦}$ ، وأن تفاضل الانعطافيات بعد الخمسين أعظم من نصف تفاضل عطفياتها، والتي قبل الأربعين أقل، فظاهر أن تفاضل انعطافيتي الأربعين والخمسين كتفاضل باقيتهما، ومجموع التفاضلين كتفاضل العطفيتين. وانعطافية الستين تزيد على انعطافية الخمسين بأكثر من  $\overline{ه}$ ، فباقية الستين تزيد على باقية الخمسين بأقل من  $\overline{ه}$  ضرورة. ولأن مجموع الزبادتين ت - ٢٣٤ - ط هو زيادة الستين على الخمسين، أعني عشرة، فزيادة انعطافية الستين على انعطافية الخمسين أعظم من زيادة باقية الستين على باقية الخمسين،

١ أقول: ناقصة  $\overline{ل ٥}$ ،  $\overline{ك ٥}$  لا؛ ولا  $\overline{ل ٥}$ ،  $\overline{ك ٥}$  2 الإحراق: لإحراق  $\overline{ل ٥}$  ربع: ويسمى  $\overline{ك ٥}$  والظاهر: فالظاهر  $\overline{ل ٥}$ ،  $\overline{ك ٥}$  هو: ناقصة  $\overline{ل ٥}$ ، ت، س،  $\overline{ك ٥}$  4 ث  $\overline{ن ج}$  ب  $\overline{ن ج}$   $\overline{ك ٥}$  5 هه: هه  $\overline{ل ٥}$  فوجدت: فوجدته  $\overline{ل ٥}$  أوردته: أوردته  $\overline{ل ٥}$  ونهت: ونهت  $\overline{ل ٥}$ ، ت،  $\overline{ك ٥}$  ما فيه: بعدها إلى الفرج  $\overline{ل ٥}$  6 ر: رد  $\overline{ل ٥}$  رد  $\overline{ل ٥}$  7 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  8 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  9 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  10 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  11 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  12 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  13 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  14 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  15 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  16 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  17 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  18 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  19 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  20 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  21 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  22 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  23 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  24 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  25 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  26 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  27 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  28 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  29 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  30 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  31 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  32 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  33 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  34 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  35 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  36 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  37 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  38 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  39 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  40 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  41 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  42 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  43 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  44 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  45 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  46 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  47 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  48 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  49 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  50 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  51 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  52 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  53 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  54 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  55 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  56 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  57 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  58 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  59 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  60 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  61 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  62 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  63 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  64 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  65 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  66 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  67 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  68 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  69 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  70 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  71 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  72 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  73 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  74 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  75 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  76 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  77 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  78 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  79 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  80 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  81 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  82 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  83 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  84 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  85 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  86 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  87 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  88 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  89 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  90 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  91 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  92 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  93 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  94 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  95 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  96 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  97 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  98 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  99 ز: ز  $\overline{ل ٥}$  100 ز: ز  $\overline{ل ٥}$

- وكذلك إلى نهاية الانعطاف. / ويكون يمثل هذا البيان زيادة انعطافية ك - ٢٧٦. و  
الأربعين على انعطافية الثلاثين أقل من زيادة الباقية على الباقية، وكذلك  
إلى / أوائل الانعطاف. فزيادات الباقيات المتوالية من أوائل الانعطاف أعظم  
من زيادات انعطافاتها إلى حد ما نسميه الفصل - المتصاعدة إلى أن تصير  
5 صفراً، ثم تصير زيادات الانعطافيات / أعظم، مندرجة من غاية الصغر إلى س - ١٨٣.  
غاية من العظم عند انتهاء الانعطاف. وزيادات انعطافيات ما بعد الفصل  
على انعطافيات ما بعده أعظم من زيادات الباقيات. وكذا زيادات انعطافيات  
ما بعده على انعطافية الفصل أعظم من زيادات الباقيات على ما فيه الفصل.  
وزيادات انعطافية الفصل وما قبله على ما قبله تكون أصغر من زيادات  
10 الباقيات. فأما انعطافيات ما بعد الفصل، فإن زياداتها على انعطافيات ما قبله  
قد تزيد على زيادات الباقيات، وقد تساوي وقد تنقص. فإن زادت تقاطع  
الشعاعان داخل الكرة، وإن تساويا تقاطعا عند محيط الكرة، وإن نقصت  
فخارج الكرة. ولما كانت بواقي الانعطافيات في الأغلب كعطافياتها في الألف،  
في اقتضاء قدر الانعطافية، وتحقق أن تفاضلات الانعطافيات في الأغلب قد  
15 تزيد على تفاضلات باقيات ما قبلها، وقد تساويها، فتفاضلات الانعطافيات في

١ إلى: لا [ك] / يمثل: [ج]، [د] - 2 على الباقية: ناقصة [ج]، [د] على (الثانية): إلى [ك] - 3  
زيادات: فزيادة [د] الخالية: الخاليات [س] - 4 زيادات: زيادة [ج] / انعطافيات: انعطافيات [ج]، [د] /  
حد ما نسميه: حده تسمية [ك] / الفصل: يكتبها «الفصل» ولن نشير لها مرة أخرى [أ]، [ج]، [ك] /  
المتصاعدة: متصاعدة [أ]، [ت]، [س] للمتصاعدة [د] - 5 صفراً: صفراً [ك] / من: في [س] - 6 - 5. الصغر...  
من: ناقصة [أ]، [ك] - 6 من: ناقصة [س] / انتهاء: لها [أ]، [ت] / الانعطاف: كتب بعدها ناسخاً [أ]، [ك]  
«زيادات انعطافيات أعظم مندرجة من غاية الصغر إلى غاية من العظم عند انهاء الانعطاف»، لكن كتب  
ناسخ [ك] «النهاية بدلاً من «انها» / انعطافيات: انعطافيات [ج] - 6 - 7 بعد... ما: ناقصة [ك] - 8  
انعطافية: انعطافيات [ك] / ما فيه: باقية [س]، [ك] - 9 على ما قبله: ناقصة [س]، [ك] - 10 فإن: وإن [ك] /  
زياداتها: زيادات [ك] - 11 تسوي: تسوي [د] / تقاطع: يتقاطع [ك] - 12 وإن تساوي: أو تساوي [ج]،  
[د] / تنقص: تنصرب [ج]، [د] - 13 فخرج: خرج [ج] / كانت: كان [أ]، [ت]، [س]، [ك] / بواقي: توافي  
[ج] / في الأغلب: بالأغلب [ك] / كعطافياتها: كعطافياتها [ج] - 14 اقتضاء: ناقصة [أ]، [ت]، [ك].



الألف قد تزيد على تفاضلات عطفياتها وقد تساويها، وذلك ما وعدنا بيانه  
<في> أوائل الفصل الثالث من المقالة السابعة.

- وقد استخرجنا انعطافيات العطفيات المتفاضلة بخمس وخمسين وباقياتها  
على أن الانعطاف من الهواء في الزجاج بناءً على المعطى / من انعطافيني ج - ٢٨٣ - و  
٥ الأربعين والخمسين، وسلكتنا فيه مسلكاً لطيفاً من أصناف قوس الخلاف،  
فخرجت/ على ما وضع في الجدول. وذلك تخمين لا يقادر التحقيق فيما نحن ١ - ٥٦٤  
بصدده من التمثيل بشيء يُعتد به. فن أراد استخراجها على تفاضل درجة  
درجة، أو أدق، فليقسم / التفاضلات المتوالية على خمسة / أو غير ذلك  
بحسب ما يوجبه التدقيق، ثم يزيد الحاصل مرة بعد أخرى على الأولى إلى أن  
١٠ يبلغ الأخرى، وعلى ذلك حتى يحصل المطلوب، وهذا هو الجدول. / س - ١٨٤ - و

١ بيانه: بيانه [ج] - 3 العطفيات: ناقصة [ك] وباقياتها: وباقيتها [ل]، ك - 4 بنا: بنا [م] من انعطافيني:  
وانعطافيني [س] من انعطافيني [ك] - 6 تخمين: تخمين [س] لا يقادر التحقيق: الأبعاد والتحقيق [ل]، ت، ك -  
7 بشيء يُعتد: لشيء يُعتد [ج] - 9 بحسب: حسب [ج]، ل - 10 الجدول: قديم [ل]، ك - رسم خطوطه ولم يكمله  
[ت] نمة بعض الأخطاء وصحّتها دون الإشارة إليها [ج] أثبتنا القوارق حسب خطرتي [س]، لدا.



### حاشية في كيفية استخراج ذلك :

لما كانت عظمى الانعطافات تزيد على صغرتها بما لا يبلغ ربع العطفية، وصغرتها تجاوز الربع : قسمنا الربع - وهو يه دقيقة - على يَح عدد العطفيات : خرج نَ ثانية وهو البيت الأوسط للجمع ، فضرناه في ح بلغ ٦ و م ، زدناه 5 على ٦ يه بلغ <٦> كَا م : فقد نقصت عن <٦> كَب ل : نَ ثانية ، قسمناه على ح خرج و <ثانية و> يه ثالثة ، زدناه على نَ ثانية ، بلغ نو <ثانية> يه ثالثة ، وهو البيت الأوسط للقسم الأول ، أعني من آ إلى ح . وكذلك ضربنا نَ ثانية في ب ، بلغ آ م ، زدناه على ٦ كَب ل ، بلغ <٦> كَد ي ؛ فقد زاد على <٦> كَد : يَ ثانية ، قسمناه على ب خرج ه ، 10 نقصناه عن نَ ، بقي مه ثانية ، وهو البيت الأوسط للقسم الثاني ، أعني من ح إلى ي .

وكذلك ضربنا نَ في ح بلغ ٦ و م ، زدناه على ٦ كَد بلغ ٦ ل م ، فقد زاد م . قسمناه على ح خرج ه ، نقصناه عن نَ ، بقي مه ثانية ، وهو البيت الأوسط للقسم الثالث .

15 فاقضى ذلك أن يكون البيت المعدل من وراء ح البيت الأوسط المذكور في القسمين الأخيرين ، إذ لو تفاضلت لتغيرت انعطافية نَ ، فجعلناه كذلك ثم أخذنا التفاوت بين البيت الأوسط للقسم الأول والأوسط للقسمين

1 لم نجد هذه الحاشية إلا في خطرة واحدة [س] بين تلك التي احتملنا عليها تحقيق النص، وهي جزء من النص نفسه في هذه الخطرة، مما يثير السؤال حول مؤلف هذه الحاشية كما يتناحرا في المقدمة. ووجدنا لاسم الحلول هو الإبقاء عليها كما هي. وهذه الفقرة الهامة صعبة القراءة لكثرة الحروف - 2 صغرتها: وريت هكذا في أكثر من موضع، والصحيح صغرناه لأن صيغة التفخيل «صغرتي» وليس «صغرتة» - 3 الربع: للمنى للتصرد بالمباراة الأول هو ما يلي: لا كانت أكبر نسب الانعطافات إلى عطفتها تزيد على أصغر نسب الانعطافات إلى عطفتها ما لا يبلغ الربع، وأصبح نسب الانعطافات إلى عطفتها تجاوز الربع - 6 قسمته: أي العدد - 16 الآخرين: قد تقرأ «الآخرين»، وهذا أيضاً جائز.



أقول: يعني المحروط المعكوس الوضع المثلث من أشعة جميع نقاط الشمس المنتهية إلى نقطة الانعطاف للخط الموازي.

قال: وقرب المسافة؛

أقول: يعني بين رأس المحروط وموضع الانتهاء.

قال: ولا يكون نقطة متوهمة. ولذلك حصلت فيه حرارة. ولو كانت نقطة متوهمة لما حصل فيها حرارة. وكذلك النقطة التي ينتهي إليها أشعة جرم الشمس في السطح الأعلى من الكرة ليست نقطة متوهمة، بل هو جزء صغير من سطح الكرة.

أقول: وكأنه يريد بها نقطة تحصل منها حرارة ليصح كلامه.

قال: إلّا أنه أصغر من الجزء الذي يُنعطف إليه، لأن الأشعة التي تخرج من جميع جرم الشمس إلى جزء صغير من سطح الكرة تكون مخروطاً، وكل نقطة ذلك الجزء الصغير رأسه؛ فإذا انعطفت كان منحرفاً إلى السعة. وكل نقطة على جـ س ينعطف إليها شعاع يُحيط بها جزء من الهواء له قدر يسير جـ س، فن أجل ذلك يحصل على جـ س أجزاء كثيرة من الهواء، كل واحد منها له قدر 15 محسوس، في كل منها حرارة، وصلت إليه من جميع جرم الشمس، فلذلك يحصل عنده الإحراق.

حاصل الفصل: فكل كرة من البلور وما شابهه، صحيحة الكرية شديدة الشفيف، إذا قوبل بها جرم الشمس، فإنها تحدث إحراقاً في خلاف جهة

1 يعني للمخروط: يعني أنه للمخروط [ح] المعكوس: للمعكوس [ك] - 3 قال: ناقصة (أ)، كـ/ وقرب: وقرب (أ)، كـ/ 5 - ولو: لو [ك] - 6 وكذلك: ولذلك (أ)، ت، كـ/ ولو كانت [ح] - 9 وكأنه: كأنه (أ)، ت، س، كـ/ منها: فيها (أ)، كـ/ ليصح: ليصح [ك] كلامه: كلام (أ)، كـ/ 10 - إليه: عليه (أ)، ت - 11 جمع: ناقصة (س) - 12 ذلك: وذلك [ح] انعطفت: انعطفت [ح]، لـ/ وكل: فكل (أ)، ت، ح، س، كـ/ 13 - له: به [ح] ناقصة [ك] - 14: ناقصة (ل)، كـ/ 15 - في كل: وكل [ك] إليه: ناقصة (أ)، كـ/ 16 - يحصل: يحدث (أ)، ت، ح، ل، كـ/ 17 - حاصل الفصل: ناقصة [ك] الكرية: الكرة (لـ/).

القارسي : رسالة في الكرة المعرقة

الشمس عند بعد من الكرة يكون أقل من ربع القطر . وكذلك القارورة ، إذا كانت كرة من زجاج نقي قد ملئت ماءً صافياً ، لأن شفيف الزجاج النقي والماء متشابهان جداً . فالشعاع النافذ في القارورة لا يتعطف في الماء ما يُعْتَدُّ به . فأما إن كانت خالية فلا ، لاختلاف شفيف الهواء والقارورة ؛ فإذا نفذ الشعاع في القارورة ووصل إلى الهواء ، انعطف ؛ ثم إذا وصل إلى القارورة انعطف ثانياً ،<sup>5</sup> فيكون عند النهاية على أربعة انعطافات ، والانعطاف يضعف الشعاع ، / فإذا ج - ٢٨٣ - ط كثر تكراره ، قل تأثيره .  
أقول : وعند هذا الكلام ختم المقالة .

---

١ بعد : بيد [ل] - 2 - قد : ناقصة [ك] / صافياً : صاف [ك] / والله : ولا [أ] - 3 - في الماء : ناقصة [ج] - 4 - فلا : لاختلاف : فاختلاف [أ] ، ك - 5 - القارورة (الأيل) : أعاد بعدها ونظماً فله الشعاع ، ثم تبه لما أشار إليه بالعلامة المروقة [ت] - 6 - يصف : نصف [أ] ، ك - 8 - هنا : ها [ت] .

ثانياً: الملاحق

ملحق ١

## كتاب تركيب المسائل التي حلّها أبو سعد العلاء بن سهل

١٢١ - ٥

بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب تركيب المسائل التي حلّها أبو سعد العلاء بن سهل

5

قد استعقب الشيخ الفاضل الأستاذ، سيدي ومولاي أطلال الله بقاءه وأدام عزّه ونعماءه بما التمس من تركيب المسائل التي حلّها أبو سعد العلاء بن سهل في رسالته إليه أدام الله تأييده؛ وقابلت أمره بالواجب من الطاعة واستخرجت الوجه الذي استبعده أبو سعد فلم يتوصل إليه وحكم في آخر رسالته هذه على امتناعه لتعذره عليه مع تقدّمه في هذه العلوم الرياضية 10 وصدق براعته في استخراج المسائل الهندسية. نعم، ولو أنه وفق مراتب النظر حقوقها ومنحها من التفحص حظوظها لتمكّن من مطلوبه وتخلص من نقص ما أتى به، إلا أن أحداً لا ينجو من الخطأ نسأل الله التوفيق للصواب، إن ذلك بيده. وأنفذت ما اتفق لي من تركيب هذه المسائل المحلّة إلى خزائنه المعمورة 15 مقروناً بما أرشدت إليه من إمكان الوجه الذي استبعده أبو سعد العلاء بن سهل مقدماً ألفاظه بينها. وقيل شروعي فيما قصدت من التركيب، قدمت

12 من (الثالثة): عن، يقال تخلص من لا عن، لو غفل عن.

مقدمات احتجت إليها لتسهيل طريق البرهان وتقريب درك المطلوب وهي هذه :

# أ

إذا كانت ثلاثة مقادير متجانسة كيفما كانت فإن نسبة الأول منها إلى الثالث مؤلفة من نسبة الأول إلى الثاني ومن نسبة الثاني إلى الثالث.

مثال ذلك : مقادير  $\bar{A}$   $\bar{B}$   $\bar{C}$  أقول : إن نسبة  $\bar{A}$  إلى  $\bar{B}$  مؤلفة من نسبة  $\bar{A}$  إلى  $\bar{B}$  ومن نسبة  $\bar{B}$  إلى  $\bar{C}$ .

برهان ذلك : أن نسبة  $\langle \bar{A} \text{ إلى } \bar{B} \rangle$  هي كنسبة  $\langle \text{سطح } \bar{A} \text{ في } \bar{B} \text{ إلى سطح } \bar{B} \text{ في } \bar{C} \rangle$  (التي هي) مؤلفة من نسبة أضلاعها، أعني من نسبة  $\bar{A}$  إلى  $\bar{B}$  ومن نسبة  $\bar{B}$  إلى  $\bar{C}$ .

وكذلك إذا كانت المقادير أكثر من ثلاثة، بالغة حيث ما بلغت، فنجعلها لما يُحتاج إليه أربعة، وهي مقادير  $\bar{A}$   $\bar{B}$   $\bar{C}$   $\bar{D}$ ، فأقول : إن نسبة  $\bar{A}$  إلى  $\bar{D}$  مؤلفة من نسبة  $\bar{A}$  إلى  $\bar{B}$  ومن نسبة  $\bar{B}$  إلى  $\bar{C}$  ومن نسبة  $\bar{C}$  إلى  $\bar{D}$ .

برهان ذلك  $\langle \text{على} \rangle$  ما قلنا : إن نسبة  $\bar{A}$  إلى  $\bar{B}$  - إذا جعلنا  $\bar{B}$  وسطاً بينها - مؤلفة من نسبة  $\bar{A}$  إلى  $\bar{B}$  ومن نسبة  $\bar{B}$  إلى  $\bar{C}$ . ونسبة  $\bar{A}$  إلى  $\bar{D}$  - إذا جعلنا  $\bar{C}$  وسطاً بينها - مؤلفة من نسبة  $\bar{A}$  إلى  $\bar{B}$  ومن نسبة  $\bar{B}$  إلى  $\bar{C}$  ومن نسبة  $\bar{C}$  إلى  $\bar{D}$ . لكن نسبة  $\bar{A}$  إلى  $\bar{D}$  قد بينا أنها مؤلفة من نسبة  $\bar{A}$  إلى  $\bar{B}$  ومن نسبة  $\bar{B}$  إلى  $\bar{C}$  ومن نسبة  $\bar{C}$  إلى  $\bar{D}$ . فنسبة  $\bar{A}$  إلى  $\bar{D}$  مؤلفة من نسبة  $\bar{A}$  إلى  $\bar{B}$  ومن نسبة  $\bar{B}$  إلى  $\bar{C}$  ومن نسبة  $\bar{C}$  إلى  $\bar{D}$ .



## ب

إذا كانت أربعة مقادير مثل مقادير  $\bar{أ} \bar{ب} \bar{ج} \bar{د}$  : وكانت النسبة المؤلفة من نسبة  $\bar{أ}$  إلى  $\bar{ب}$  ومن نسبة  $\bar{ج}$  إلى  $\bar{د}$  نسبة المثل، فإني أقول : إن نسبة  $\bar{أ}$  إلى  $\bar{د}$  كنسبة  $\bar{ب}$  إلى  $\bar{ج}$ .

برهان ذلك : إن النسبة المؤلفة من نسبة  $\bar{أ}$  إلى  $\bar{ب}$  ومن نسبة  $\bar{ج}$  إلى  $\bar{د}$  هي نسبة سطح  $\bar{أ}$  في  $\bar{ج}$  إلى سطح  $\bar{ب}$  في  $\bar{د}$ ، وهذه النسبة هي نسبة المثل، فسطح  $\bar{أ}$  في  $\bar{ج}$  مثل سطح  $\bar{ب}$  في  $\bar{د}$ ، فأضلاعها متكافئة في النسبة، وضلعا سطح  $\bar{أ}$  في  $\bar{ج}$   $\bar{أ} \bar{ج}$  وضلعا سطح  $\bar{ب}$  في  $\bar{د}$   $\bar{ب} \bar{د}$ ، فنسبة  $\bar{أ}$  إلى  $\bar{د}$  كنسبة  $\bar{ب}$  إلى  $\bar{ج}$ ، وكذلك أيضاً نسبة  $\bar{أ}$  إلى  $\bar{ب}$  كنسبة  $\bar{د}$  إلى  $\bar{ج}$ .

## ج

10

نريد أن نقسم خطأ معلوماً - وليكن  $\bar{أ} \bar{ب}$  - بقسمين يكون نسبة أحد القسمين إلى الآخر مؤلفة من نسبتين معلومتين، وليكونا نسبة  $\bar{ج}$  إلى  $\bar{د}$  و (نسبة)  $\bar{ه}$  إلى  $\bar{ز}$ .

فنجعل نسبة  $\bar{د}$  إلى  $\bar{ح}$  كنسبة  $\bar{ه}$  إلى  $\bar{ز}$ ، ونقسم خط  $\bar{أ} \bar{ب}$  على نقطة  $\bar{ط}$  حتى يكون نسبة  $\bar{أ} \bar{ط}$  إلى  $\bar{ط} \bar{ب}$  كنسبة  $\bar{ج}$  إلى  $\bar{ح}$ ، فأقول : إن نسبة  $\bar{أ} \bar{ط}$  إلى  $\bar{ط} \bar{ب}$  مؤلفة من نسبي  $\bar{ج}$  إلى  $\bar{د}$  و  $\bar{ه}$  إلى  $\bar{ز}$ .

برهان ذلك : إن نسبة  $\bar{ج}$  إلى  $\bar{ح}$  - إذا جعلنا  $\bar{د}$  وسطاً بينها - مؤلفة من نسبة  $\bar{ج}$  إلى  $\bar{د}$  ومن نسبة  $\bar{د}$  إلى  $\bar{ح}$ ، لكن نسبة  $\bar{د}$  إلى  $\bar{ح}$  كنسبة  $\bar{ه}$  إلى  $\bar{ز}$ ، فنسبة  $\bar{أ} \bar{ط}$  إلى  $\bar{ط} \bar{ب}$  مؤلفة من نسبي  $\bar{ج}$  إلى  $\bar{د}$  و  $\bar{ه}$  إلى  $\bar{ز}$ .

## د

إذا كانت ستة مقادير وكانت نسبة الأول منها إلى الثاني مؤلفة من نسبة الثالث إلى الرابع ومن نسبة الخامس إلى السادس. فإنه يكون أيضاً نسبة الثالث إلى السادس مؤلفة من نسبة الأول إلى الثاني ومن نسبة الرابع إلى الخامس.

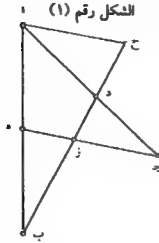
فليكن مقادير  $\bar{أ} \bar{ب} \bar{ج} \bar{د} \bar{هـ} \bar{ز}$ ، نسبة  $\bar{أ}$  إلى  $\bar{ب}$  مؤلفة من نسبة  $\bar{ج}$  إلى  $\bar{د}$  ومن نسبة  $\bar{هـ}$  إلى  $\bar{ز}$ ، فأقول: إن نسبة  $\bar{ج}$  إلى  $\bar{ز}$  مؤلفة من نسبة  $\bar{أ}$  إلى  $\bar{ب}$  ومن نسبة  $\bar{د}$  إلى  $\bar{هـ}$ .

برهان ذلك: إن كل أربعة مقادير فإن نسبة الأول منها إلى الرابع مؤلفة من نسبته إلى الثاني ومن نسبة الثاني إلى الثالث ومن نسبة الثالث إلى الرابع <sup>10</sup> على ما تقدم، فيكون نسبة  $\bar{ج}$  إلى  $\bar{ز}$  مؤلفة من نسبة  $\bar{ج}$  إلى  $\bar{د}$  ومن نسبة  $\bar{د}$  إلى  $\bar{هـ}$  ومن نسبة  $\bar{هـ}$  إلى  $\bar{ز}$ . ولكن نسبة  $\bar{أ}$  إلى  $\bar{ب}$  مؤلفة من نسبة  $\bar{ج}$  إلى  $\bar{د}$  ومن نسبة  $\bar{هـ}$  إلى  $\bar{ز}$ ؛ فنسبة  $\bar{ج}$  إلى  $\bar{ز}$  مؤلفة من نسبة  $\bar{أ}$  إلى  $\bar{ب}$  ومن نسبة  $\bar{د}$  إلى  $\bar{هـ}$ .

## هـ

<sup>15</sup> نخط قطاعاً مستقيماً الخطين كيفما اتفق، وليكن قطاع  $\bar{أ} \bar{ب} \bar{ج} \bar{د}$  /، ونخرج <sup>١٢٢</sup> - ط فيه خطي  $\bar{أ} \bar{ب} \bar{ج} \bar{د}$  هـ، يتقاطعان على نقطة  $\bar{ز}$  كيفما اتفق تقاطعها؛ فينبئ بما ذكره المتقدمون أنه يلزمه في أقسامه الثمانية نسب مؤلف بعضها من بعض، منها أن نسبة  $\bar{أ} \bar{ب}$  إلى  $\bar{ب} \bar{هـ}$  تكون مؤلفة من نسبة  $\bar{أ} \bar{د}$  إلى  $\bar{د} \bar{ج}$  ومن نسبة  $\bar{ج} \bar{ز}$  إلى  $\bar{ز} \bar{هـ}$ .

11 ليكون: يكون - 17 مؤلف: مؤلفة - 18 تكون: يكون.



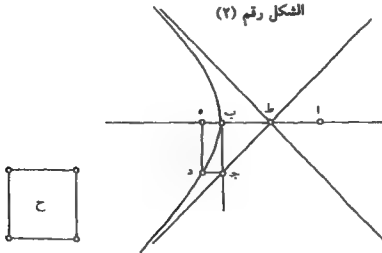
برهان ذلك : إنا نخرج من نقطة  $\alpha$  خطاً يوازي  $\overline{هـ جـ}$  ، ونخرج إليه خط  $\overline{ب ز}$  ، فيلقاه على  $\overline{ح}$  ، فلأن نسبة  $\overline{أ ب}$  إلى  $\overline{ب هـ}$  كنسبة  $\overline{أ ح}$  إلى  $\overline{هـ ز}$  - ونجعل خط  $\overline{ج ز}$  وسطاً فيما بين  $\overline{أ ح هـ ز}$  - فيكون نسبة  $\overline{أ ح}$  إلى  $\overline{هـ ز}$  مؤلفة من نسبة  $\overline{أ ح}$  إلى  $\overline{ج ز}$  ومن نسبة  $\overline{ج ز}$  إلى  $\overline{هـ ز}$  . لكن نسبة  $\overline{أ ح}$  إلى  $\overline{ج ز}$  كنسبة  $\overline{أ د}$  إلى  $\overline{د ج}$  ، فنسبة  $\overline{أ ح}$  إلى  $\overline{هـ ز}$  ، أعني نسبة  $\overline{أ ب}$  إلى  $\overline{ب هـ}$  مؤلفة من نسبة  $\overline{أ د}$  إلى  $\overline{د ج}$  ومن نسبة  $\overline{ج ز}$  إلى  $\overline{هـ ز}$  .

و

نريد أن نزيد في خطٍ معلوم زيادة على استقامته ليكون ضرب الخط المعلوم مع الزيادة في الزيادة مثل سطح مفروض .

١٥ فليكن الخط المعلوم  $\overline{أ ب}$  والسطح المفروض سطح  $\overline{ح}$  . فليقم على نقطة  $\overline{ب}$  من خط  $\overline{أ ب}$  خط  $\overline{ب ج}$  على زاوية قائمة ، وليكن خط  $\overline{ب ج}$  قوياً على سطح  $\overline{ح}$  ، ونعمل قطعاً زائداً رأسه نقطة  $\overline{ب}$  ، وكل من ضلعي شكله المائل والقائم مثل خط  $\overline{أ ب}$  ، وزاوية خط ترتيبه قائمة ، وليكن قطع  $\overline{ب د}$  ، ونخرج

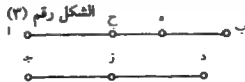
خط  $\overline{أ ب}$  على استقامته من جهة  $\overline{ب}$  بغير نهاية، ونخرج من نقطة  $\overline{ج د}$  خط  $\overline{ج د}$  موازاً لـ  $\overline{أ ب}$ ، فهو لا عمالة يلقي القطع، فليلقه على نقطة  $\overline{د}$ ، ونخرج  $\overline{د ه}$  يوازي  $\overline{ج ب}$ ، فأقول: إن ضرب  $\overline{أ ه}$  في  $\overline{ه ب}$  مثل سطح  $\overline{ح}$ .



برهان ذلك: إن نسبة سطح  $\overline{أ ه}$  في  $\overline{ه ب}$  إلى مربع  $\overline{ه د}$  كنسبة الضلع المائل إلى الضلع القائم لقطع  $\overline{ب د}$ ، والضلعان متساويان، فسطح  $\overline{أ ب}$  في  $\overline{ه ب}$  مساوٍ لمربع  $\overline{ه د}$ ، أعني مربع خط  $\overline{ب ج}$ ، أعني سطح  $\overline{ح}$  المفروض.

ز

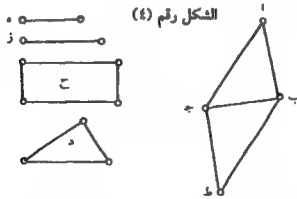
إذا كان خطا  $\overline{أ ب}$   $\overline{ج د}$  قسماً بقسمين على تقاطعي  $\overline{ه ز}$ ، فكان ضرب  $\overline{أ ب}$  في  $\overline{ه ب}$  مثل ضرب  $\overline{ج د}$  في  $\overline{د ز}$ ، وكان قسم  $\overline{أ ه}$  من خط  $\overline{أ ب}$  أعظم من قسم  $\overline{ج ز}$  من خط  $\overline{ج د}$ ، فأني أقول: إن خط  $\overline{أ ب}$  أطول من خط  $\overline{ج د}$ .



برهان ذلك : إنا نفصل  $\overline{أح}$  مثل  $\overline{ج ز}$ ، فلأن ضرب  $\overline{أب}$  في  $\overline{ب ه}$  أصغر من ضرب  $\overline{أب}$  في  $\overline{ب ح}$ ، وضرب  $\overline{أب}$  في  $\overline{ب ه}$  مثل ضرب  $\overline{ج د}$  في  $\overline{د ز}$ ، فـ ضرب  $\overline{أب}$  في  $\overline{ب ح}$  أعظم من ضرب  $\overline{ج د}$  في  $\overline{د ز}$ ، وإحـ مثل  $\overline{ج ز}$ ، يكون  $\overline{ب ح}$  أطول من  $\overline{د ز}$ ، و  $\overline{أب}$  أطول من  $\overline{ج د}$ .

## ح

- و زاوية  $\overline{ب أ ج}$  ومثلث  $\overline{د معلومان}$ ، ونسبة  $\overline{ه}$  إلى  $\overline{ز}$  مفروضة، / نريد أن ١٢٣ -  
نفصل من زاوية  $\overline{ب أ ج}$  مثلثاً بمخط مستقيم يقطع الساقين حتى يكون نسبة  
مثلث  $\overline{د}$  إلى ذلك المثلث الحادث كنسبة  $\overline{ه}$  إلى  $\overline{ز}$ .

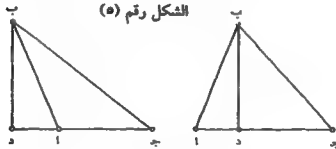


فنجعل نسبة مثلث  $\overline{د}$  إلى سطح  $\overline{ح}$  كنسبة  $\overline{ه}$  إلى  $\overline{ز}$ ، ونعمل على خط  $\overline{أب}$  سطحاً متوازي الأضلاع مساوياً لضعف سطح  $\overline{ح}$  وزاويته مثل زاوية  $\overline{أ}$  على ما تبين عمله في شكل  $\overline{مه}$  من مقالة  $\overline{أ}$  من كتاب الأصول، وليكن سطح  $\overline{أ ب ط ج}$ ، ونصل  $\overline{ب ج}$ ، فيكون مثلث  $\overline{أ ب ج}$  مثل سطح  $\overline{ح}$ ، ويكون نسبة مثلث  $\overline{د}$  إلى مثلث  $\overline{أ ب ج}$  كنسبة  $\overline{ه}$  إلى  $\overline{ز}$ .

7 يقطع : لخط.

ط

زاوية  $\overline{ب آ ج}$  من مثلث  $\overline{أ ب ج}$  معلومة، أقول : إن نسبة ضرب  $\overline{ب آ}$  في  $\overline{أ ج}$  إلى مثلث  $\overline{أ ب ج}$  معلومة.

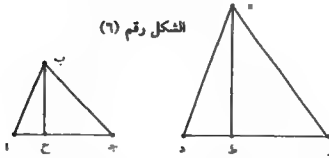


برهانه : إنا نخرج من نقطة  $\overline{ب}$  عموداً على  $\overline{أ ج}$  وهو  $\overline{ب د}$ ، فزاوية  $\overline{ب د أ}$  معلومة وزاوية  $\overline{ب د ج}$  معلومة، فيبقى زاوية  $\overline{أ ب د}$  معلومة، فنثبت  $\overline{ب د}$  معلوم الصورة، فنسبة  $\overline{ب أ}$  إلى  $\overline{ب د}$  معلومة، فنسبة  $\overline{ب آ}$  في  $\overline{أ ج}$  إلى  $\overline{ب د}$  معلومة، ونسبة  $\overline{أ ج}$  في  $\overline{ب د}$  إلى مثلث  $\overline{أ ب ج}$  معلومة، فنسبة سطح  $\overline{ب آ}$  في  $\overline{أ ج}$  إلى مثلث  $\overline{أ ب ج}$  معلومة.

ي

١٠ إذا كان في مثلثي  $\overline{أ ب ج}$  و  $\overline{د ه ز}$  زاوية  $\overline{أ}$  مثل زاوية  $\overline{د}$ ، فأقول : إن نسبة سطح  $\overline{أ ب}$  في  $\overline{أ ج}$  إلى سطح  $\overline{د ه}$  في  $\overline{د ه ز}$  كنسبة مثلث  $\overline{أ ب ج}$  إلى مثلث  $\overline{د ه ز}$ .

الشكل رقم (٦)



برهان ذلك : إنا نخرج عمودي  $\overline{AD}$  و  $\overline{BE}$  على  $\overline{BC}$  و  $\overline{EF}$  ، فعلوم أن مثلث  $\overline{ABC}$  يشبه مثلث  $\overline{DEF}$  ، فنسبة  $\overline{AB}$  إلى  $\overline{BC}$  كنسبة  $\overline{DE}$  إلى  $\overline{EF}$  . لكن نسبة  $\overline{AB}$  إلى  $\overline{BC}$  كنسبة سطح  $\overline{ABC}$  في  $\overline{AD}$  إلى سطح  $\overline{DEF}$  في  $\overline{BE}$  ، إذا جعلنا  $\overline{AD}$  ارتفاعاً مشتركاً لهما . وكذلك أيضاً نسبة  $\overline{DE}$  إلى  $\overline{EF}$  كنسبة سطح  $\overline{DEF}$  في  $\overline{BE}$  إلى سطح  $\overline{ABC}$  في  $\overline{AD}$  ، لكن نسبة سطح  $\overline{ABC}$  في  $\overline{AD}$  إلى سطح  $\overline{DEF}$  في  $\overline{BE}$  كنسبة مثلث  $\overline{ABC}$  إلى مثلث  $\overline{DEF}$  ، فنسبة سطح  $\overline{ABC}$  في  $\overline{AD}$  إلى سطح  $\overline{DEF}$  في  $\overline{BE}$  كنسبة مثلث  $\overline{ABC}$  إلى مثلث  $\overline{DEF}$  ، وذلك ما أردنا أن نبين .

وتقدم المسألة :

١٠ إذا كانت دائرة معلومة الوضع والقدر ونقط ثلاث على استقامة معلومات، وعمدنا لإيقاع مثلث مستقيم الأضلاع في الدائرة ليجوز كل واحد من أضلاعه مستقيماً على إحدى النقط .

تركيبنا لتحليل أبي سعد العلاء بن سهل لهذه المسألة :

فليكن الدائرة دائرة  $\overline{DEF}$  والنقط الثلاث  $\overline{A}$   $\overline{B}$   $\overline{C}$  وهي على خط مستقيم ، فنخرج من نقطتي  $\overline{A}$   $\overline{B}$  خطين يماسان دائرة  $\overline{DEF}$  ، وليكونا خطي  $\overline{AC}$  /  $\overline{BD}$  ، فيكونان معلومي القدر .

- ١٢٣

فإن اتفق أن يكون النسبة المولفة من نسبة مربع خط  $\overline{AC}$  إلى خط  $\overline{AD}$  6 نسبة : مكررة - 15 يماسان دائرة : مطبوعة .

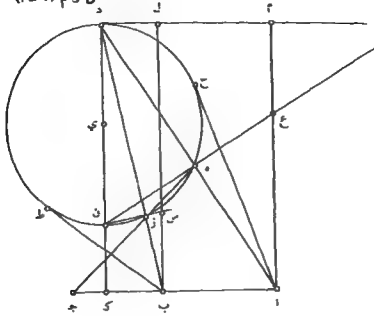
المعلوم ومن نسبة خط  $\overline{ب ج}$  المعلوم إلى مربع خط  $\overline{ب ط}$  المعلوم نسبة المثل، أعني أن يكون نسبة مربع خط  $\overline{أ ح}$  إلى مربع خط  $\overline{ب ط}$  كنسبة خط  $\overline{أ ج}$  إلى خط  $\overline{ب ج}$  لا قدمنا في المقدمات. فإننا نطلب مركز دائرة  $\overline{د ه}$  فنجده، وليكن نقطة  $\overline{ي}$ . ونخرج من نقطة  $\overline{ي}$  إلى خط  $\overline{أ ج}$  عمود  $\overline{ي ك}$  يقطع دائرة  $\overline{د ه}$  ز على نقطة  $\overline{ن}$ ، ونخرجه على استقامته إلى المحيط، فيلقاه على  $\overline{د}$ ، ونصل خطي  $\overline{د أ}$  5  $\overline{د ب}$  يقطعان المحيط على نقطتي  $\overline{ه ز}$ ، ونصل  $\overline{ه ز ج}$ ، فأقول: إن خط  $\overline{ه ز ج}$  مستقيم.

برهان ذلك: إنا نجيز على نقطة  $\overline{د}$  خط  $\overline{د ل م}$  يماس دائرة  $\overline{د ه}$  ز على نقطة  $\overline{د}$ ، ونصل خطي  $\overline{ن ه ن ز}$ ، ونخرجها على استقامتها، ونخرج إليها من نقطتي  $\overline{آ ب}$  10 خطين موازيين لخط  $\overline{د ك}$ ، فيلقياها على نقطتي  $\overline{س ع}$ ، ونخرجها على استقامتها حتى يلقيا الخط المماس على نقطتي  $\overline{م ل}$ . فلأن مربع  $\overline{أ ح}$  مساو لضرب  $\overline{آ د}$  في  $\overline{أ ه}$ ، أعني ضرب  $\overline{آ م}$  في  $\overline{آ ع}$  لتشابه مثلثي  $\overline{م آ د آ ه}$ ، وأيضاً مربع  $\overline{ب ط}$  مساو لضرب  $\overline{ب د}$  في  $\overline{ب ز}$ ، أعني ضرب  $\overline{ل ب}$  في  $\overline{ب س}$  لتشابه مثلثي  $\overline{ل ب د ب س ز}$ ، يكون نسبة ضرب  $\overline{آ م}$  في  $\overline{آ ع}$  إلى ضرب  $\overline{ل ب}$  في  $\overline{ب س}$  15 كنسبة مربع  $\overline{أ ح}$  إلى مربع  $\overline{ب ط}$ ، وهي «التي مع نسبة  $\overline{ب ج}$  إلى  $\overline{أ ج}$ » كنسبة المثل. لكن نسبة مربع  $\overline{أ ح}$  إلى مربع  $\overline{ب ط}$  كنسبة  $\overline{أ ج}$  إلى  $\overline{ب ج}$ ، فنسبة ضرب  $\overline{آ م}$  في  $\overline{آ ع}$  إلى ضرب  $\overline{ل ب}$  في  $\overline{ب س}$  كنسبة  $\overline{أ ج}$  إلى  $\overline{ب ج}$ . لكن نسبة ضرب  $\overline{آ م}$  في  $\overline{آ ع}$  إلى ضرب  $\overline{ل ب}$  في  $\overline{ب س}$  مؤلفة من نسبة  $\overline{آ م}$  إلى  $\overline{ل ب}$  ومن نسبة  $\overline{آ ع}$  إلى  $\overline{ب س}$ . و  $\overline{آ م}$  مثل  $\overline{ل ب}$ ، يكون 20 نسبة  $\overline{س ط ل م}$  في  $\overline{آ ع}$  إلى  $\overline{س ط ل ب}$  في  $\overline{ب س}$  كنسبة  $\overline{آ ع}$  إلى  $\overline{ب س}$ . فنسبة  $\overline{آ ع}$  إلى  $\overline{ب س}$  كنسبة  $\overline{أ ج}$  إلى  $\overline{ب ج}$ . لكن نسبة  $\overline{آ ع}$  إلى  $\overline{ب س}$  - إذا جعلنا  $\overline{د ن}$  وسطاً بينها - مؤلفة من نسبة  $\overline{آ ع}$  إلى  $\overline{د ن}$  - أعني نسبة  $\overline{آ ه}$  ١٢٤ -

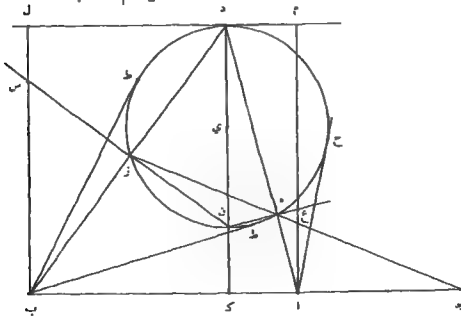
١١ بقيا: يقاب - ١٢  $\overline{آ ع ه}$  - ١٣  $\overline{آ ج د}$ .



ملحق ١ : كتاب تركيب المسائل  
الشكل رقم (٧ - ١)



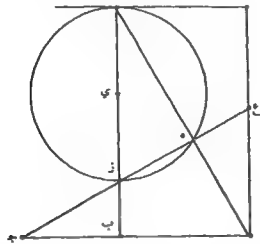
الشكل رقم (٧ - ب)



إلى هـ د - ومن نسبة د ن إلى س ب ، أعني نسبة د ز إلى ب ز . يكون نسبة  
 أ ع إلى س ب ، أعني نسبة أ ج إلى ب ج مؤلفة من نسبة أ هـ إلى هـ د ومن  
 نسبة د ز إلى ز ب . ففي قطاع د ا ج نسبة أ ج إلى ب ج مؤلفة من نسبة أ هـ  
 إلى هـ د ومن نسبة د ز إلى ز ب . فالخط الذي يصل بين نقطتي هـ ج ينظم  
 ٥ نقطة ز ويمر عليها مستقيماً ، فخط هـ ز ج مستقيم وخطا د هـ أ د ز ب  
 مستقيمان ، فخطوط د هـ أ د ز ب هـ ز ج مستقيمة ؛ فقد عملنا ما أردنا وذلك  
 ما أردنا أن نعمل .

وإن اتفق أن يكون خط د ب على المركز كخطي د ي ز ب ، فإننا نصل  
 أ د هـ ز ج . فأقول : إن خط هـ ز ج مستقيم .

الشكل رقم (٧ - ج) .



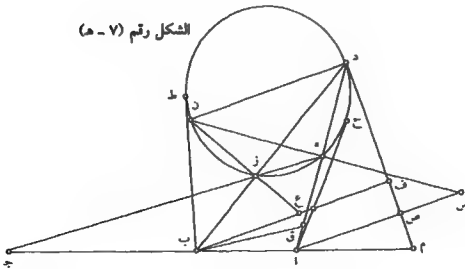
١٥ برهان ذلك : إننا نخرج من نقطة أ خطاً موازياً لقطر د ز ، ونخرج إليه خط  
 ز هـ ع مستقيماً ، فيلقاه على نقطة ع . فلأن نسبة أ ج إلى ب ج كنسبة أ ع  
 إلى ب ز ، ونسبة أ ع إلى ب ز - إذا جعلنا قطر د ز وسطاً بينها - مؤلفة من  
 نسبة أ ع إلى د ز ومن نسبة د ز إلى ز ب ، لكن نسبة أ ع إلى د ز كنسبة أ هـ  
 إلى هـ د ، فالتسوية المولدة من «نسبة» أ هـ إلى هـ د ومن نسبة د ز إلى ز ب كنسبة

٥ مستقيمان : مستقيمان - ٥ كخطي : كخط .

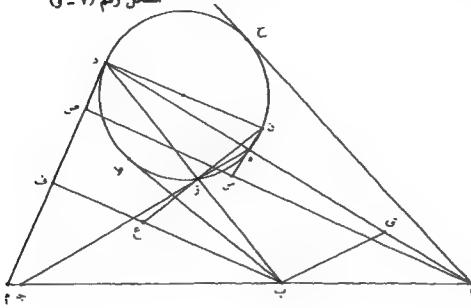
أ ج إلى ج ب . فالخط الذي يصل بين نقطتي ه ج يتظم نقطة ز وير عليها مستقيماً .

وإن كانت النسبة المؤلفة من نسبة مربع خط أ ح إلى خط أ ج ومن نسبة ب ج إلى مربع ب ط نسبة الخلاف، فإننا نجعلها في هاتين الصورتين - الأولى والثانية - نسبة صغير إلى كبير، كنسبة ي ك إلى ي ل، ونجعل نسبة أ ب إلى أ م - المخرج على استقامته من جهة أ - كنسبة ك ل إلى ي ك، فيكون نسبة ي ك إلى ي ل كنسبة أ م إلى م ب . وأما أن يكون نسبة كبير إلى صغير، كنسبة ي ل إلى ي ك، فإننا نجعل نسبة أ ب إلى ب م - المخرج على استقامته من جهة ب في الصورتين - الثالثة والرابعة - كنسبة ك ل إلى ك ي، فيكون أيضاً نسبة أ م إلى م ب كنسبة ي ل إلى ي ك، ونخرج من نقطة م - في الصور الأربع - خطاً يماس دائرة د ه ز، وهو خط د م، ونصل خطي د أ د ب، فيقطعان الدائرة على ه ز، ونصل ه ز ونخرجه إلى ج، فأقول : إن خط ه ز ج مستقيم .

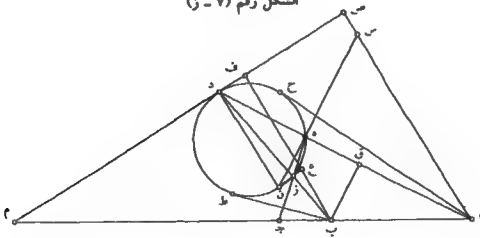
ل الشكل رقم (٧ - هـ) ي



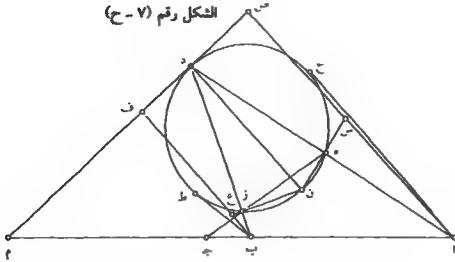
الشكل رقم (٧ - و)



الشكل رقم (٧ - ز)



الشكل رقم (٧ - ح)



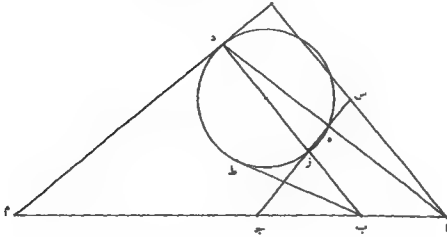
برهان ذلك : إنا نخرج قطر د ن ، ونصل خطي ن ه ن ز ونخرجهما على / ١٢٤ - ط  
استقامة ، ونخرج إليهما من نقطتي آ ب خطين موازيين لقطر د ن ، فيلقيانها  
على نقطتي س ع : ونخرج خط ب ع على استقامته إلى خط م د ، فليلقاه  
على نقطة ف ، ونخرج ب ق يوازي ه ز . فلأن نسبة آ م إلى م ب مؤلفة من  
5 نسبة مربع خط آ ح إلى خط آ ج ومن (نسبة) خط ب ج إلى مربع خط  
ب ط - وإذا كانت ستة أقدار نسبة الأول منها إلى الثاني مؤلفة من نسبة  
الثالث إلى الرابع ومن نسبة الخامس إلى السادس ، فإنه يكون أيضاً نسبة  
الثالث منها إلى السادس مؤلفة من نسبة الأول إلى الثاني ومن نسبة الرابع إلى  
الخامس - تكون نسبة مربع خط آ ح إلى مربع ب ط مؤلفة من نسبة آ م  
10 إلى م ب ومن نسبة آ ج إلى ج ب . لكن مربع خط آ ح مثل ضرب آ د في  
أ ه : أعني ضرب س آ في أ ص لتشابه مثلثي أ ه س آ د ص ، ومربع ب ط  
مثل ضرب د ب في ب ز ، أعني ضرب ف ب في ب ع لتشابه مثلثي  
ف ب د ع ب ز ، ونسبة السطح الذي يحيط به س آ أ ص إلى السطح الذي

---

 II آ د ص : أ ه ص .



س. الشكل رقم (٧ - ي)



برهانه : إنا نخرج خط  $هـ ز$  على استقامته، ونخرج إليه من نقطة  $آ$  خطاً موازياً لقطر  $د ن$  يلقاه على نقطة  $س$ . فلأن نسبة  $آ ج$  إلى  $ج ب$  كنسبة  $آ س$  إلى  $ز ب$  لتشابه مثلثي  $آ س ج$  و  $ز ب ج$ ، لكن نسبة  $آ س$  إلى  $ز ب$  - إذا جعلنا  $د ز$  وسطاً بينها - مؤلفة من نسبة  $آ س$  إلى  $د ز$ ، أعني نسبة  $آ هـ$  إلى  $هـ د$  ومن نسبة  $د ز$  إلى  $ز ب$ ، ففي قطاع  $د آ ج$  المستقيم الخطين: نسبة  $آ ج$  إلى  $ج ب$  مؤلفة من نسبة  $آ هـ$  إلى  $هـ د$  ومن نسبة  $د ز$  إلى  $ز ب$ ، فالخط الذي يصل بين نقطتي  $هـ ج$  يتنظم نقطة  $ز$  ويمرّ عليها مستقيماً، فخط  $هـ ز ج$  مستقيم، وذلك ما أردنا أن نبين.

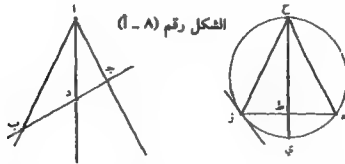
## المسألة الأخرى :

- ١٥ إذا فرض زاوية مستقيمة الخطين ونقطة داخلها: على أن يقسمها الخط الموصول بين النقطة وبين نهايتها بنصفين، وخطاً مستقيماً، وقصدنا لإجادة خط مستقيم على النقطة حتى يوتر الزاوية ويساوي الخط المفروض.

١٥ بقسمها: قسمها.

تركيبنا لتحليل أبي سعد العلاء بن سهل لهذه المسألة :

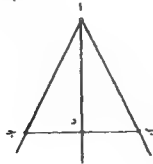
فلنفرض المعلومات زاوية  $\widehat{ب\ أ ج}$  ونقطة  $\overline{د}$  وخط  $\overline{ه ز}$  ونصل  $\overline{أ د}$  ونخط  $\overline{١٢٥ ه ط}$  على خط  $\overline{ه ز}$  قوساً من دائرة يقبل زاوية مثل زاوية  $\widehat{ب\ أ ج}$ ، وهي قوس  $\overline{ه ي ز}$ ، ونتمم دائرة  $\overline{ه ح ز ي}$  ونقسم  $\overline{ه ز}$  بنصفين على  $\overline{ط}$ ، ونخرج قطر  $\overline{ح ط ي}$  فيكون معلوماً. لأننا نصل  $\overline{ه ح ز}$  فزاوية  $\widehat{ه ح ز}$  معلومة، لأنها مثل زاوية  $\widehat{ب\ أ ج}$ ، وخط  $\overline{ه ز}$  معلوم، فدائرة  $\overline{ه ح ز}$  معلومة القدر والوضع، فخط  $\overline{أ د}$  إما أن يكون مساوياً لخط  $\overline{ح ط}$  أو أعظم أو أصغر.



الشكل رقم (٨ - أ)

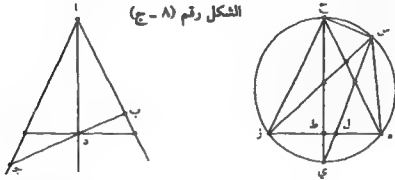
فإن اتفق أن يكون مساوياً له فإن وجود المطلوب سهل، وذلك أننا نجيز على نقطة  $\overline{د}$  عموداً على  $\overline{أ د}$  وهو  $\overline{د ج}$ ، فأقول : إن خط  $\overline{ب ج}$  مثل خط  $\overline{١٥ ه ز}$ .

الشكل رقم (٨ - ب)





برهان ذلك : إن زاوية  $\overline{ب ا ج}$  من مثلث  $\overline{أ ب ج}$  مثل زاوية  $\overline{ه ح ز}$  من مثلث  $\overline{ه ح ز}$ . وعمود  $\overline{أ د}$  على قاعدة  $\overline{ب ج}$  مثل عمود  $\overline{ح ط}$  على قاعدة  $\overline{ه ز}$ ، فقاعدة  $\overline{ب ج}$  مثل قاعدة  $\overline{ه ز}$ .  
وإن اتفق أن يكون  $\overline{أ د}$  أطول من  $\overline{ح ط}$  : فأقول : إنه لا يمكن هنالك وجود المطلوب. 5



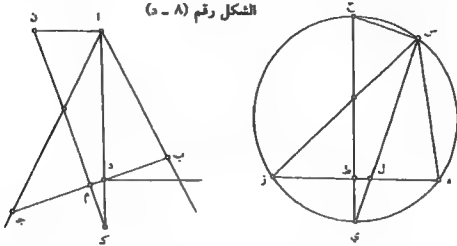
برهانه : إنه لا يمكن ذلك ، فإن أمكن ، فليكن خط  $\overline{ب د ج}$  مثل خط  $\overline{ه ز}$  ، وخطا  $\overline{أ ب ا ج}$  إما أن يكونا متساويين أو مختلفين. فإن كانا متساويين فإن  $\overline{أ د}$  عمود على  $\overline{ب ج}$ . ولأن زاوية  $\overline{ب ا ج}$  من مثلث  $\overline{أ ب ج}$  مساوية لزاوية  $\overline{ه ح ز}$  من مثلث  $\overline{ه ح ز}$  ، وقاعدة  $\overline{ه ز}$  مثل قاعدة  $\overline{ب ج}$  ، فعمود  $\overline{أ د}$  مثل عمود  $\overline{ح ط}$  ، وقد كان أطول منه ، هذا خلف لا يمكن. 10

وإن كان خطا  $\overline{أ ب ا ج}$  مختلفين ، فعلوم أن قوس  $\overline{ه ي}$  ز تقبل زاوية مثل زاوية  $\overline{ب ا ج}$ . وكل خط يخرج من نقطة  $\overline{ي}$  إلى قوس  $\overline{ه ح}$  ، فإن قسّمه الذي يقع بين خط  $\overline{ه ط}$  وقوس  $\overline{ه ح}$  أبداً أقصر من خط  $\overline{ح ط}$  ، مثل خط  $\overline{ي ل س}$  ، فإن  $\overline{ل س}$  أبداً أقصر من  $\overline{ح ط}$  ، فإذا خط  $\overline{أ د}$  أبداً أقصر من  $\overline{ح ط}$  ، إذا كان خطا  $\overline{أ ب ا ج}$  مختلفين ، وساوٍ له إذا كانا متساويين ، > هذا خلف لا يمكن < . 15

11 هـ يـ ز : هـ ح ز / هـ يـ ل : هـ يـ ل - 15 مختلفين : مختلفان / متساويين : متساويان.

وإن اتفق أن يكون  $\overline{AD}$  أقصر من  $\overline{ح ط}$  . فأقول : إنه هنالك يوجد المطلوب.

الشكل رقم (٨ - د)



برهان ذلك : إنا نخرج  $\overline{AD}$  على استقامته إلى نقطة  $\overline{ك}$  ، ونجعل ضرب  $\overline{اك}$  في  $\overline{ك د}$  مثل ضرب  $\overline{ح ي}$  في  $\overline{ي ط}$  ، على ما قدمنا عمله ، ونخرج من نقطة  $\overline{ي}$  وتر  $\overline{س ل ي}$  مساوياً لخط  $\overline{اك}$  ، فنعلم أنه يقطع وتر  $\overline{ه ط}$  ويقع على قوس  $\overline{ه ح}$  ، من أجل أن ضرب  $\overline{ح ي}$  في  $\overline{ي ط}$  - أعني ضرب  $\overline{اك}$  في  $\overline{ك د}$  - مثل  $\overline{س ل ي}$  مربع  $\overline{ه ي}$  ، ف  $\overline{اك}$  أطول من  $\overline{ه ي}$  أبداً ، وهو أيضاً أقصر من  $\overline{ح ي}$  أبداً لما قد قدمنا بيانه أيضاً ، فليقع مثل  $\overline{ي ل س}$  ، ونخرج من نقطة  $\overline{ك}$  خط  $\overline{ك م ن}$  يحيط مع خط  $\overline{اك}$  بزواوية مثل زواوية  $\overline{ح ي س}$  ، ونخرج إليه من نقطة  $\overline{آ}$  عمود  $\overline{آن}$  على  $\overline{اك}$  ، ونصل  $\overline{ح س}$  . فلأن زوايا مثلث  $\overline{ح ي س}$  - القائم الزاوية - مساوية لزوايا مثلث  $\overline{اك ن}$  - كل واحدة لتظيرتها - يكونان متشابهين ، إلا أن  $\overline{اك}$  مثل  $\overline{س ي}$  ، يكون أضلاعها متساوية - كل واحد لتظيره - فالثلاثان متساويان. ومن أجل ذلك يكون  $\overline{د م}$  مثل  $\overline{ل ط}$  و  $\overline{د ك}$  مثل  $\overline{ي ل}$  و  $\overline{اد}$  مثل  $\overline{س ل}$  . وزوايا مثلث  $\overline{ه ل س}$  مساوية لزوايا مثلث  $\overline{اب د}$  ، وخط  $\overline{اد}$  مثل خط

س ل ، يكون ب د مثل ه ل . ويكون جميع ب ج د مثل ه ز ، وذلك ما أردنا أن نبين.

### المسألة الأخرى :

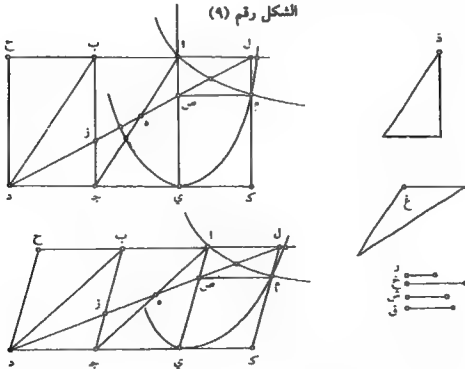
إذا فرض سطح متوازي الأضلاع ، وأردنا إخراج خط من نهاية إحدى و زواياه إلى الخط المقابل لها المخرج على استقامة ليقاه ، ويكون نسبة المثلث الحادث بين القطر المتفصل بالخط المطلوب والضلع المتقسم به إلى المثلث الحادث بين الخط المخرج على استقامة وبين الضلع المذكور معلومة.

تركيبنا لتحليل أبي سعد العلاء بن سهل لهذه المسألة :

فليكن السطح المتوازي الأضلاع ا ب ج د وقطره ب ج ، فإذا أردنا أن 10  
نعمل ما شرطناه فإننا نعمل زاوية د مساوية لزاوية ا ج ب ، وزاوية غ مساوية  
لزاوية ا ج د . ونفصل من زاوية د مثلاً - كيفاً اتفق - بخط مستقيم يقطع  
الضلعين المحيطين بها ، ونفصل من زاوية غ أيضاً مثلاً بخط مستقيم يجوز على  
ساقها ، وليكن نسبة مثلث د إلى مثلث غ كالنسبة المفروضة ، فمثلث غ معلوم  
وزاوية غ معلومة ، فعلى ما قلنا يكون نسبة ضرب الضلعين اللذين يحيطان  
15 بزاوية غ من مثلث غ إلى مثلث غ معلومة. فنجعل نسبة خط ر إلى خط ش  
كسبة السطح الذي يحيط به الضلعان اللذان يحيطان بزاوية د من مثلث د  
إلى السطح الذي يحيط به الضلعان المحيطان بزاوية غ من مثلث غ . وليكن  
خط ح مثلي خط ر ، ونخرج من نقطتي آ د خطين موازيين لقطر ب ج ،  
ونخرج إليها ضلعي ا ب ج د ، فيلقيانها على نقطتي ي ح . فبين أن كل واحد

- من خطي  $\overline{ب ح ي ج}$  مثل كل واحد من خطي  $\overline{أ ب ج د}$  . ونجعل نسبة خط  $\overline{ق إ}$  إلى خط  $\overline{ج د}$  كنسبة  $\overline{ش إ}$  إلى  $\overline{خ}$  . فيصير خط  $\overline{ق}$  معلوماً .  
 فإن كانت زاوية  $\overline{أ ب ج}$  قائمةً أو منفرجةً ، فإننا نعمل في هذه الصورة قطعاً مكافئاً رأسه نقطة  $\overline{ي}$  وضلعه القائم خط  $\overline{ق}$  المعلوم وسهمه على استقامة  $\overline{ي أ}$   
 5 وزاوية خط ترتيبه مساوية لزاوية  $\overline{أ ب ج}$  المعلومه ، وهو قطع  $\overline{م ي}$  ، فهو / ١٢٦ - ط  
 معلوم الوضع . ونميز على نقطة  $\overline{آ}$  قطعاً زائداً لا يلقاه خط  $\overline{ي د د ح}$  ، بل يقربانه دائماً ، فهو لا عمالة يقطع التقطع المكافئ ، فليقطعه على نقطة  $\overline{م}$  ، ونخرج من نقطة  $\overline{م}$  عمود  $\overline{م ل}$  على استقامة خط  $\overline{أ ب}$  ، ونصل  $\overline{د ل}$  يقطع قطر  $\overline{ج ب}$  على  $\overline{ز}$  وضلع  $\overline{أ ج}$  على  $\overline{ه}$  ونخط  $\overline{أ ي}$  على  $\overline{ص}$  ، فأقول : إن نسبة مثلث  $\overline{ه ز ج}$  إلى  
 10 مثلث  $\overline{آ ل ه}$  كالنسبة المفروضة .

الشكل رقم (٩)



6 يلقاه : بقرانه - 9 ه ز ج : د ز ج .

برهان ذلك : إنا نخرج خط  $\overline{ل م}$  على استقامته . ونخرج إليه خط  $\overline{د ي}$  على استقامته حتى يلقاه على نقطة  $\overline{ك}$  . فلأن نقطتي  $\overline{أ م}$  على القطع الزائد وخطي  $\overline{ك د د ح}$  اللذين لا يلتقيانه وخطي  $\overline{ك ل أ ي}$  يوازيان خط  $\overline{د ح}$  ، يكون ضرب  $\overline{م ك}$  في  $\overline{ك د}$  مثل ضرب  $\overline{أ ي}$  - أعني  $\overline{ك ل}$  - في  $\overline{ي د}$  . فنسبة  $\overline{م ك}$  إلى  $\overline{ك ل}$  كنسبة  $\overline{د ي}$  إلى  $\overline{د ك}$  ، أعني نسبة  $\overline{ي ص}$  إلى  $\overline{ك ل}$  ، فخط  $\overline{ي ص}$   $\overline{ك م}$  نسبتهما إلى خط  $\overline{ك ل}$  واحدة ، فهما متساويان ، فالخط الذي يصل بين نقطتي  $\overline{م ص}$  يوازي  $\overline{أ ل}$  . ولأن نسبة خط  $\overline{ق}$  إلى خط  $\overline{ج د}$  كنسبة  $\overline{ش}$  إلى  $\overline{خ}$  ونسبة خط  $\overline{ق}$  إلى  $\overline{ج د}$  كنسبة  $\langle$  سطح  $\rangle$  خط  $\overline{ق}$  في  $\overline{ي ص}$  إلى سطح  $\overline{ج د}$  في  $\overline{ي ص}$  - إذا جعلنا  $\overline{ي ص}$  ارتفاعاً مشتركاً لهما - وسطح خط  $\overline{ق}$  في  $\overline{ي ص}$   $\overline{مساو}$  لمربع خط  $\overline{م ص}$  ، أعني خط  $\overline{أ ل}$  ، فنسبة  $\langle$  سطح  $\rangle$  خط  $\overline{ج د}$  في  $\overline{ي ص}$  إلى مربع  $\overline{أ ل}$  كنسبة  $\overline{خ}$  إلى  $\overline{ش}$  . وخط  $\overline{ج د}$  مثل خط  $\overline{ي ج}$  و  $\overline{ج ز}$  يوازي  $\overline{ي ص}$  ، فنسبة السطح الذي يحيط به خط  $\overline{ج د}$  إلى السطح الذي يحيط به خط  $\overline{ج د ي}$  كنسبة  $\overline{ج ز}$  إلى  $\overline{ي ص}$  ، أعني نسبة  $\overline{ر إ ل}$  إلى  $\overline{خ}$  . يكون نسبة سطح  $\overline{ج د}$  في  $\overline{ج ز}$  إلى مربع  $\overline{أ ل}$  كنسبة  $\overline{ر إ ل}$  إلى  $\overline{ش}$  . لكن نسبة سطح  $\overline{ج د}$  في  $\overline{ج ز}$  إلى مربع  $\overline{أ ل}$  مؤلفة من نسبة  $\overline{ج د}$  إلى  $\overline{أ ل}$  ، أعني نسبة  $\overline{ج د}$  إلى  $\overline{ه أ}$  ، ومن نسبة  $\overline{ج ز}$  إلى  $\overline{أ ل}$  . لكن النسبة المؤلفة من نسبة  $\overline{ج د}$  إلى  $\overline{ه أ}$  ومن نسبة  $\overline{ج ز}$  إلى  $\overline{أ ل}$  هي نسبة ضرب  $\overline{ج ز}$  في  $\overline{ج د}$  إلى ضرب  $\overline{ه أ}$  في  $\overline{أ ل}$  ، يكون نسبة  $\overline{ر إ ل}$  إلى  $\overline{ش}$  كنسبة ضرب  $\overline{ج ز}$  في  $\overline{ج د}$  إلى ضرب  $\overline{ه أ}$  في  $\overline{أ ل}$  . لكن نسبة  $\overline{ر إ ل}$  إلى  $\overline{ش}$   $\langle$  هي نسبة  $\rangle$  ضرب / الضلعين اللذين يحيطان ١٧ - ر

بزاوية  $\overline{د}$  من مثلث  $\overline{د}$  أحدهما في الآخر إلى ضرب الضلعين اللذين يحيطان بزاوية  $\overline{ع}$  من مثلث  $\overline{ع}$  أحدهما في الآخر . وزاوية  $\overline{د}$  مثل زاوية  $\overline{أ ج ب}$  ، وزاوية  $\overline{ع}$  مثل زاوية  $\overline{ج أ ل}$  ، فعلى ما قلنا من المقدمات تكون نسبة مثلث  $\overline{د}$  إلى

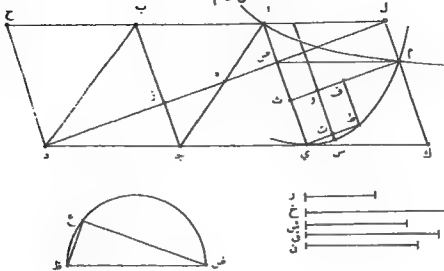
3 وصلي (الأولى والثانية) : خطا - 12 ج ز : د

مثلث  $\overline{غ}$  كنسبة مثلث  $\overline{ج ز ه}$  إلى مثلث  $\overline{ل ا ه}$ . ولكن نسبة مثلث  $\overline{د}$  إلى مثلث  $\overline{غ}$  هي النسبة المفروضة، فنسبة مثلث  $\overline{ج ز ه}$  إلى مثلث  $\overline{ه ا ل}$  كالنسبة المفروضة، وذلك ما أردنا أن نبين.

وإن كانت زاوية  $\overline{أ ب ج}$  حادة، فإنا نعمل ما عملنا في أول الشكل 5 المتقدم بعينه حتى يصير لنا خط  $\overline{ق}$  معلوماً، ثم نخط نصف دائرة على قطر  $\overline{ض ط}$  ونخرج فيه وتر  $\overline{ظ ع}$  يحيط مع قطر  $\overline{ض ط}$  بزواوية مثل زاوية  $\overline{أ ب ج}$ ، ونصل  $\overline{ض ع}$ ، ونجعل نسبة خط  $\overline{ق}$  إلى خط  $\overline{ن}$  كنسبة مربع  $\overline{ض ط}$  إلى مربع  $\overline{ض ع}$ ، فيصير خط  $\overline{ن}$  معلوماً. ونخرج من نقطة  $\overline{ي}$  عموداً على  $\overline{أ ي}$ ، ونجعل نسبة عمود  $\overline{ي ط}$  إلى خط  $\overline{ن}$  كنسبة  $\overline{ظ ع}$  إلى  $\overline{ض ع}$ ، ونقسم عمود  $\overline{ي ط}$  بنصفين على نقطة  $\overline{ت}$ ، ونجعل نسبة  $\overline{ي ت}$  إلى  $\overline{ت س}$  - الموازي ل  $\overline{أ ي}$  - كنسبة خط  $\overline{ن}$  إلى  $\overline{ي ت}$ . ونعمل قطعاً مكافئاً رأسه نقطة  $\overline{س}$  وضلعه القائم 10 خط  $\overline{ن}$  وسهمه على استقامة  $\overline{س ت}$  وزاوية خط ترتيبه قائمة، وهو قطع  $\overline{س م}$ ، فهو يمر على نقطة  $\overline{ط}$  لأن ضرب  $\overline{ن}$  - الضلع القائم - في  $\overline{ت س}$  مساوٍ لمربع  $\overline{ت ط}$ . ونجيز على نقطة  $\overline{أ}$  قطعاً زائداً لا يلقاه خط  $\overline{أ ي د د ح}$ ، بل يقربانه 15 دائماً، فهو لا محالة يقطع القطع المكافئ، فليقطعه على  $\overline{م}$ ، ونجيز على نقطة  $\overline{م}$  خط  $\overline{ل م ك}$  موازياً ل  $\overline{أ ي}$ ، ونخرج إليه خطي  $\overline{ح أ د ي}$  على استقامتها فيلقيانها على نقطتي  $\overline{ك ل}$ ، ونصل خط  $\overline{د ز ه ص ل}$  مستقيماً، فأقول: إن نسبة مثلث  $\overline{ج ز ه}$  إلى مثلث  $\overline{ه ا ل}$  كالنسبة المفروضة.

١ ج ز ه : ج ز د - 2 ج ز ه : ج ز د - 12 خط ترتيبه : لغز ترتيب - 14 يلقاه : يلقاه - 18 ج ز ه : ج ز د.

الشكل رقم (١٠)



برهان ذلك : إنا نبين بمثل ما بينا في الشكل المتقدم بعينه أن خط  $\overline{د ل}$  مساوٍ لخط  $\overline{ا ص}$  وأن خط  $\overline{د ص}$  موازٍ لـ  $\overline{ا ل}$ . ونخرج من نقطة  $\overline{د}$  عمود  $\overline{د م}$  على  $\overline{ا ي}$ ، ونخرج إليه خط  $\overline{ت س}$  على استقامة حتى يلقاه على  $\overline{و}$ . ونجعل  $\overline{ف و}$  مثل  $\overline{و ت}$ . فلأن ضرب خط  $\overline{ن}$  - الضلع القائم لقطع  $\overline{س د}$  المكافئ - في  $\overline{س و}$  - قطره المجانب - مثل مربع  $\overline{د و}$  - لكن ضرب  $\overline{ن}$  في  $\overline{س و}$  مثل ضربه في  $\overline{س ت}$  وفي  $\overline{ت و}$ ، ومربع  $\overline{د و}$  مثل مربعي  $\overline{د ف}$  و  $\overline{ف و}$  وضرب  $\overline{د ف}$  في  $\overline{ف و}$  مرتين، لكن ضرب خط  $\overline{ن}$  في  $\overline{س ت}$  مثل مربع  $\overline{ت ي}$ ، أعني مربع  $\overline{ف و}$ ، يبقى ضرب  $\overline{ن}$  في  $\overline{ت و}$ ، أعني  $\overline{ي ت}$  مساوياً لضرب  $\overline{ف و}$  في  $\overline{ف د}$  مرتين مع مربع  $\overline{ف د}$ ، أعني ضرب  $\overline{ث د}$  في  $\overline{د ف}$  - 10 ف ضرب  $\overline{ن}$  في  $\overline{ي ت}$  مثل ضرب  $\overline{ث د}$  في  $\overline{د ف}$ . وقد جعلنا نسبة عمود  $\overline{ي ط}$ ، أعني  $\overline{ف ت}$  المساوي له، إلى خط  $\overline{ن}$  كنسبة  $\overline{ط ع}$  إلى  $\overline{ض ع}$ ، أعني

2 موازٍ : يوازي.

كنسبة  $\overline{ص\ ث}$  إلى  $\overline{ث م}$ . يكون ضرب  $\overline{ن}$  في  $\overline{ص\ ث}$  مثل ضرب  $\overline{م\ ث}$  في  $\overline{ث ف}$ . وقد كان ضرب  $\overline{ن}$  في  $\overline{ي\ ث}$  مثل ضرب  $\overline{م\ ث}$  في  $\overline{م ف}$ ، يكون ضرب  $\overline{ن}$  في  $\overline{ي\ ص}$  مثل مربع  $\overline{م\ ث}$ . وكنا جعلنا نسبة خط  $\overline{ق}$  إلى خط  $\overline{ن}$  كنسبة مربع  $\overline{ض\ ظ}$  إلى مربع  $\overline{ض ع}$ ، ونسبة خط  $\overline{ق}$  إلى خط  $\overline{ن}$  - إذا جعلنا  $\overline{ي\ ص}$  ارتفاعاً مشتركاً - كنسبة سطح  $\overline{ق}$  في  $\overline{ي\ ص}$  إلى سطح  $\overline{ن}$  في  $\overline{ي\ ص}$ .  
 5 ونسبة مربع  $\overline{ظ}$  إلى مربع  $\overline{ض ع}$  كنسبة مربع  $\overline{ص م}$  إلى مربع  $\overline{م\ ث}$  [وعلى النسبة  $\overline{ب ل}$ ]. فنسبة سطح  $\overline{ق}$  في  $\overline{ي\ ص}$  إلى مربع  $\overline{ص م}$  كنسبة سطح  $\overline{ن}$  في  $\overline{ي\ ص}$  إلى مربع  $\overline{م\ ث}$ . وسطح  $\overline{ن}$  في  $\overline{ي\ ص}$  مساوٍ لمربع  $\overline{م\ ث}$ ، فيكون سطح  $\overline{ق}$  في  $\overline{ي\ ص}$  مثل مربع  $\overline{م ص}$ . فإذا قد تبين لنا أن سطح  $\overline{ق}$  في  $\overline{ي\ ص}$  مثل  
 10 مربع  $\overline{م ص}$ ، فإننا إذا اتبعناه ما قلنا في الشكل المتقدم بعينه أدانا ذلك إلى المطلوب؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

وقد ذكر أبو سعد الغلاء بن سهل في آخر تحليله لهذا الشكل ما أحكيه بنفس ألفاظه، وهذه ألفاظه بعينها:

فأما كيف اطراد المعرفة الرياضية بإعطاء نسبة ما بين مثلثي  $\overline{د ج ز}$   $\overline{ا ه}$   
 15 فلا سبيل لاتباع العقول إلى بلوغ استخراجها بتحليل ولا اكتساب مقدمة؛ ولو وجدنا مساعداً يوصلنا إلى نيله لزمنا بسببه إلى علم ما شذ حتى تبع.  
 لكنه ما بقي لمستترىء إلا وقلل ببراعة النظر في التعاليم سعي متظاهر فيما يهدي إلى استفادته بإطناب وعن ظاهر عما يؤدي إليه الإلحاح فيه، فلنمسك عن تعدي هذه الغاية. هذه ألفاظه بعينها.

1 ص: ث: ض: ع/ ص: ث: ح: ض - 13 بنفس ألفاظه: وردت هكذا، والأصح «بألفاظه نفسها»، لأن نفس جاءت للتوكيد. 16 يوصلنا: يسيه/ يسيه: تبع: قد تقرأ مسج. - 17 ما بقي: قد تقرأ «بقي» وقال: وقل - 18 إليه: إلى - 19 تعدي: يهدي.



وأنا في أصدق حيرة من هذا الرجل . لا أدري كيف أفضى التعجب منه مع قوته في هذه التعاليم وإمعانه في استخراج غوامضها؛ كيف تعلّر عليه هذا حتى استبعده وحسن الظن بنفسه فيما اعتقده . وكيف حكم / فيما تعلّر عليه ١٢٨ - ر أنه لا يمكن الوصول لأحد إليه، ولم يعلم أن بين هذين المثلثين نسبة ما ويمكن الوصول إلى استخراجها . وإذا تعلّر ذلك على أحد تيسّر على آخر . لكنني أحمل ذلك منه على ما يذكره هو بنفسه في أثناء كلامه في رسالته هذه من حداثة سنه وإعجابه بنفسه في جميع ما يأتي به وما يتكلفه من خيالاته في كل فصل من كلامه نعوذ بالله من ادعاء ما لا نعلم ونسأله التوفيق لما نعلم . أقول : إنه إذا كان سطح  $أ ب ج د$  مربعا، وكانت نسبة المثلثين نسبة 10 المثل فإنه هو الشكل الذي قدمه أرشميدس بعينه لعمل المسيح وسلوك فيه أبو سهل ويُنجز بن رسم الكوهي طريق تقسيم الخط بثلاثة أقسام على النسبة التي تقع فيه .

ثم إذا كانت نسبة المثلثين نسبة الخلاف فإن بالشكل الذي عمله أبو سهل ينقسم الخط على النسبة المذكورة ويسهل وجود المطلوب .

15 مثال ذلك : إنا ثبت ما عمله أبو سهل في مقدمته للمسيح ، فنفرض خطأ مستقيماً عليه  $ج د$  ، وعمود  $د ه$  عليه مساوياً له ، ونعمل قطعاً مكافئاً رأسه نقطة  $ج$  وصلعه القائم  $د ه$  وسهمه على استقامة  $ج د$  ، وليكن قطع  $ج ز$  ، وقطعاً زائداً رأسه نقطة  $د$  وقطره المجانب - وهو سهمه -  $د ه$  وصلعه القائم مثل قطره المجانب ، فهو لا محالة يقطع قطع  $ج ز$  المكافئ ، فليقطعه على 20  $ز$  ، وهو قطع  $د ز$  . ونرسل من نقطة  $ز$  عمودي  $ز ب$   $ز ط$  على  $ج د$  و  $د ه$  المخرجين ، ونزيد في  $ج د$   $أ ج$  مثل  $ب ز$  . فلأن ضرب  $ج ب$  في  $ج د$  مثل

١ حجة : محبة - 11 رسم : رسم - 12 شع : شع - 17 د ه - ب ز - 20 ج د : ج ه .



ولأن أبا سهل قد احتاج في هذا الشكل إلى أن يكون نسبة المثلثين نسبة المثل. جعل الضلع القائم من القطع الزائد مثل القطر المجانب منه. ثم إذا كانت نسبة المثلثين نسبة الخلاف - فنجعلها نسبة ك إلى ل - فإننا نعمل ما عملنا في هذا الشكل بعينه. إلا أننا نجعل نسبة خط معلوم - وليكن ح - إلى خط د ه كنسبة ك إلى ل، ونعمل القطع الزائد الذي عملنا. ونجعل ضلعه القائم خط ح. فيكون ضرب ب ج في ج د / مثل مربع أج. ونسبة مربع ١٢٨ - ط ب د إلى ضرب آ د في أج كنسبة الضلع القائم إلى القطر المجانب. أعني كنسبة خط ح إلى خط د ه، أعني كنسبة ك إلى ل. ثم إذا قسمنا خط آ ب في الموازي (الأضلاع) على نسبة هذه الأقسام على نقط ج د، ووصلنا ١٥ خط ز ط د م كان مستقيماً، وكانت نسبة مثلث ب م د إلى مثلث أ ز ط كنسبة ك إلى ل.

برهان ذلك : إن مربع أج مثل ضرب ب ج في ج د، فنسبة ب ج إلى أج كنسبة أج إلى ج د، وبالتركيب نسبة آ ب إلى أج كنسبة آ د إلى ج د. لكن نسبة آ ب إلى أج كنسبة ب ه إلى ج ط، فنسبة آ د إلى ج د كنسبة ب ه - أعني آ ز - إلى ج ط. وآ ز يوازي ج ط، فخط ز ط د خط واحد مستقيم، وكذلك جميع خط ز ط د م خط واحد مستقيم. وأيضاً نسبة مربع ب د إلى ضرب آ د في أج كنسبة ك إلى ل. وهذه النسبة مؤلفة من نسبة ب د إلى آ د ومن نسبة ب د إلى أج. فالنسبة المؤلفة من نسبة ب د إلى آ د ومن نسبة ب د إلى أج كنسبة خط ك إلى خط ل. فأما نسبة ب د إلى آ د فنسبة ب م إلى آ ز. وأما نسبة ب د إلى أج فنسبة م د إلى ط ز، من أجل أن نسبة ب د إلى د م كنسبة آ د إلى د ز، أعني كنسبة أج إلى ط ز. وإذا بدلنا كانت نسبة ب د إلى أج كنسبة م د إلى ط ز. فالنسبة 2 جل : فجل - 6 ج د : ج ز - 9 قط : قطه - 10 ب م د : أ ز ط / آ ز ط : ب م د - 14 ج د (الثانية) : ج ز

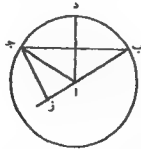
المؤلفة من نسبة  $\overline{ب م}$  إلى  $\overline{آ ز}$  ومن نسبة  $\overline{م د}$  إلى  $\overline{ط ز}$  كنسبة  $\overline{ك}$  إلى  $\overline{ل}$ .  
والنسبة المؤلفة من نسبة  $\overline{ب م}$  إلى  $\overline{آ ز}$  ومن نسبة  $\overline{م د}$  إلى  $\overline{ط ز}$  كنسبة مثلث  
 $\overline{ب م د}$  إلى مثلث  $\overline{ا ط ز}$ . فنسبة مثلث  $\overline{ب م د}$  إلى مثلث  $\overline{ا ط ز}$  كنسبة  $\overline{ك}$  إلى  
 $\overline{ل}$  المفروضة. وذلك ما أردنا أن نبين.

- 5 فقد أعطينا من النسبة بين المثلثين المذكورين ما قال أبو سعد إنه يبعد،  
وبرهنا عليه ببرهان يقنع، وأنا أسأل الشيخ الفاضل الأستاذ أطلال الله بقاءه  
أن يتفضل بتأمل ما ألقيت إليه، ويصير إليّ من جميع ما يكون منه في ذلك  
على علم لأسكن إلى ذلك، ويستخدمني فيما يستلحقني له إن شاء الله  
تعالى، والحمد لله حق حمده والصلاة على محمد نبيه وعبدته وآله وأصحابه.
- 10 تمّ في يوم الاثنين الخامس عشر من جمادى الأولى لسنة ثلاث وخمسين  
ومائة وألف.

## ﴿مسألة هندسية لابن سهل﴾

استخراج العلاء بن سهل. دائرة بـ د ج قد فرض منها قطعة بـ د جـ د - ٣٧ - ر  
مساوية لقطاع بـ ا د. ١ - ٣٥ - ط

٥ أقول : إن قوس د ج مساوية لجيب قوس بـ د جـ ، أعني خط جـ ز .  
برهانه : أن نصل ا جـ . وقد بين أن ضرب بـ ا في قوس بـ جـ مساوٍ  
لضعف قطاع بـ ا جـ ، أعني ضعف قطاع بـ ا د وضعف مثلث بـ ا جـ .  
وضعف قطاع بـ ا د مساوٍ لضرب ا ب في قوس بـ د ، وضعف مثلث  
بـ ا جـ مساوٍ لضرب بـ ا في ز جـ ، ف ضرب ا ب في قوس بـ جـ - أعني  
١٠ قوسي بـ د جـ - مساوٍ لضرب بـ ا في قوس بـ د وضرب بـ ا في خط  
ز جـ ؛ ونسقط ضرب ا ب في قوس بـ د المشترك ، فيبقى ضرب ا ب في ز جـ  
مساوياً لضرب ا ب في قوس د جـ ، ف قوس د جـ مساوية لخط ز جـ ؛ وذلك  
ما أردنا أن نبين.



5 جـ ز : جـ [١] - 7 بـ ا جـ (الأعلى) : أب د جـ [٢] / ضعف (الثانية) : فرق الخط [٢] - 9 ز جـ :  
بـ جـ [١] / أب : ناقصة [١].

بسم الله الرحمن الرحيم  
كتاب صناعة الأصطربلاب بالبرهان  
تأليف

أبي سهل ويحيى بن رستم القوي

5

وهو مقالتان

المقالة الأولى : أربعة فصول

الفصل الأول  
في صفة الأصطربلاب والرسوم عليه

١٥ الأصطربلاب آلة مرسوم عليها مثالُ سطحين، أحدهما متحرك على الآخر باستدارة، والآخر ساكن، إن كان كروياً فكرويين، وإن كان مسطحاً فسطحين، وتعلمُهما من علم النجوم بمقدار ما هو عليه من الأعمال حسب ما تحكمه الصنعة ويبلغه الحس. والغرض في صنعتهما وصحتها حسنهما باختيار

---

3 الأصطربلاب : يكتبها بالصاد أو بالسين، وكلاهما مستعمل - 5 ويحيى : ويحيى - 10 مرسوم : مرسومة - 13 والغرض : والعرض.

الناس في زمانهم لها. وصحتها بمقارنتها للأشياء الحقيقية. فأما من جهة الحسن، فواجب أن تكون حسنة الجسم والمقدار والنخز والرفقة والتصقل وما أشبهها مع السطوح والخطوط والنقط المرسومة والكتابة؛ ومن جهة الصحة فإن تكون السطوح والخطوط التي عليها صحيحة ووضع الخطوط والنقط على السطوح صحيحاً أيضاً. والوضع الصحيح في مثال الأصطرب قسمان: 5 أحدهما معلوم بالحقيقة والآخر معلوم بالرصد. أما المعلوم بالحقيقة، فيكون على السطح الساكن؛ وأما المعلوم بالرصد، فيكون على السطح المتحرك. فواجب على صانع الأصطرب أن يكون عارفاً بما هو معلوم بالحقيقة عند أصحاب هذه الصناعة وبالمعلوم بالرصد، وأن يعرف من أمر الرصد ما يوجد به المقدار الذي يحتاج إليه في هذه الآلة أو يرجع في أمرها إلى رصد أحد أصحاب الإرساد فيقرر عنده. فإن أراد عمل أصطرب كروي، فليعمل حكاية ما تقرر عنده حسب ما وصفنا؛ وإن أراد مسطحاً، احتاج إلى علم تسطیح الكرة. والكرة تسطح على سطوح مختلفة الأجناس من مواضع مختلفة، لكن لا يتحرك أحد السطوح منها على الآخر بحركة الكرة إلا أن تكون السطوح 10 المخروطية أو الأسطوانية أو ما / أشبهها من ذوات المحور، التي محورها محور ٢٥٥ الكرة، والمستوية التي يكون محور الكرة عموداً عليها. أما على السطوح المخروطية أو الأسطوانية، فإن تسطیح الدوائر التي على الكرة يكون فصلاً مشتركة للمخروطية وللأسطوانية أو للمخروطين أو للأسطوانتين، لأن تسطیح الكرة على قسمين: أحدهما أسطوانية والآخر مخروطية. والأسطوانية هي التي يكون عن الدوائر التي على الكرة أساطين متوازية المحاور على السطح الذي تسطح

2 حنة: حسن - 5 صحيحاً: صحيحة - 6 أحدهما: إجمالاً - 11 فيقرر: فيقرر / أصطرباً: أصطرباً - 12 أراد: أراد - 14 الكرة: الشكل / تكون: يكون، وهي جائزة أيضاً، وتستلزم هذه الصيغة أو تلك للاتصال حسب السياق دون الإشارة - 18 وللأسطوانية: وللأسطوانية / الأسطوانية: الأسطوانية؛ ثم «الأسطوانيتين» في الهامش.

الكرة عليه وعن الخطوط والنقط التي على تلك الكرة سطوحاً وخطوطاً متوازية لتلك المحاور على ذلك السطح.

والمخروطي هو الذي يكون عن الدوائر التي على الكرة مخروطات رؤوسها نقطة واحدة وقواعدها على السطح الذي تسطح الكرة عليه؛ وكان كلُّ السطوح والخطوط والنقط التي على الكرة على مقابلة كلِّ السطوح والخطوط والنقط التي على ذلك السطح الذي تسطح عليه الكرة، بعضها لبعض، ولنقطة واحدة، وهذه النقطة هي رأس المخروطات.

وإذا كان تسطح الكرة أسطوانياً موازي المحور لمحور الكرة، أو مخروطياً رأسه على المحور على غير قطب الكرة، فإنه ينطبق سطحان من الكرة أحدهما على الآخر في ذلك السطح، وتكون الدوائر التي على الكرة - غير الدوائر التي محورها الكرة عمود عليها - ليست تقع دوائر في ذلك السطح، لكنها قطوع المخروط أو غيرها. وإذا كان التسطح على غير السطح المستوي الذي محورها الكرة عمود عليه، فإنه يمكن ألا تسطح الكرة أو شيء منها.

وإن كان التسطح أسطوانياً غير موازي المحور لمحور الكرة أو مخروطياً رأسه على غير المحور، فإن لتسطيحها أحوالاً سوى ما وصفناه، وتركنا ذكرها إذ ليس ذلك غرضنا في هذا الكتاب.

وإذا كان مخروطياً رأسه على قطب الكرة وتسطيحها على سطح مستوي محورها الكرة عمود عليه، لم يكن له شيء من هذه الأحوال البتة، ولم يبق شيء من الكرة لا يتسطح، ولم ينطبق سطحان من الكرة أحدهما على الآخر في ذلك السطح، ولم تكن الدوائر التي على الكرة على ذلك السطح قطوع المخروط، بل

1 سطوحاً وخطوطاً: سطوح وخطوط؛ ويجب النصب لأن الاسمين مطولتان على لسانين. 4 وكان: أو كان.  
11 عمود: عموداً. 12 لتسطيح: السطح/ الذي: كتبها «التي» ثم صححها عليها. 12- 13 محور الكرة: مكورة.  
17 مستو: مستوي.





ذلك كذلك وكان أحد السطحين القائم عليهما الثلث دائرة، كان السطح الآخر دائرة أيضاً. ولكن أحد هذين السطحين في الكرة دائرة؛ فإن فرضناها في المخروط الذي رأسه نقطة آ، كان السطح الباقي وهو ز في المخروط دائرة، وخط ه ز قطر تلك الدائرة. وقد بين أبولونيوس أيضاً أن غير هذين السطحين أو السطوح الموازية لهما ليست بدوائر في المخروط لكنها قطع مخروط. وأما الدوائر التي تمر على ذلك القطب بعينه، فلأن ذلك القطب على السطح المستوي الذي عليه تلك الدائرة. والسطح الذي تستطح الكرة عليه مستوي، والفصل المشترك / للسطحين المستويين - وهو تسطیح تلك الدائرة - خط مستقيم. ٢٥٧ فالخطوط المستقيمة تكون عن الدوائر المارة بذلك القطب بعينه. فتسطیح الدوائر التي على الكرة ودوائر وخطوط مستقيمة على السطح المستوي الذي محور الكرة عمود عليه؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

## الفصل الثاني

### في تسمية ما يحتاج إليه في عمله وأن أعماله صنفان

فإذا كان تسطیح الكرة على ما وصفنا في الفصل الأول، فالدوائر ١٥ والخطوط والنقط التي على الكرة تسمى نظائر الدوائر والخطوط والنقط التي على ذلك السطح، بعضها لبعض.

والكرة التي تستطح على سطح الأسطرلاب مثال الكرة التي مركزها مركز الأرض وتدور حول قطبين بالحركة الأولى. ويسمى أحد هذين القطبين الشمالي والآخر الجنوبي. ونصف الكرة، من السطح الذي يمر عليه مركز الشمس

2 أيضاً. ولكن: وليسا لكن - 4 بين: تين - 17 سطح: سطح.

بحركتها الوسطى. إلى جهة القطب الشمالي يسمى الشمالي والنصف الآخر يسمى الجنوبي وذلك السطح يسمى منطقة اليروج. والسطح المستوي الذي يمر على مركز الأرض يسمى أفق الموضع الذي ينتهي إليه العمود من المركز على ذلك السطح. والنقطتان اللتان على الكرة على ذلك العمود تسميان قطبي ذلك الأفق. والدائرة التي تمر بقطبي الكرة وعلى أقطاب الأفق تسمى دائرة نصف نهار تلك الأفق. والدوائر التي تمر على قطبي الأفق تسمى دوائر ارتفاع ذلك الأفق. والأفق الذي بعد قطبه من أحد قطبي الكرة على دائرة نصف نهار ذلك الأفق معلوم، يسمى أفقاً معلوماً. وإذا كان تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب من القطب الجنوبي، يسمى الأسطرلاب شمالياً، وإنما سمي شمالياً لأن نصف الكرة الشمالي يتسطح بالتمام والنصف الآخر لا يتسطح بالتمام على سطح الأسطرلاب، وإذا كان تسطيحاً من القطب الشمالي يسمى الأسطرلاب جنوبياً، وإنما سمي جنوبياً لأن نصف الكرة الجنوبي يتسطح بالتمام والنصف الآخر لا يتسطح بالتمام، كما ذكرناه في الشمالي. فلا فرق بين الدوائر المرسومة على الأسطرلاب الشمالي وبين الدوائر / المرسومة على ٢٥٨ ١٥ الأسطرلاب الجنوبي، غير أن التسطيح منها على أحدهما من القطب الجنوبي والثاني من القطب الشمالي، لأن الدوائر المرسومة على كل واحد منها، في السطح الساكن، تسطيح أفق معلوم. والدوائر الموازية له في الكرة المعلومة الأبعاد منه - على دوائر ارتفاعه - تسمى مقنطرات معلومة لذلك الأفق. وتسطيح دوائر الارتفاع، المعلومة الأبعاد من دائرة نصف نهاره على تلك الدوائر المتوازية، تسمى سموتاً معلومة لذلك الأفق، والفصول المشتركة لمحيطات كل دائرتين <من> دوائر هذين الجنسين <تسمى> نقطاً معلومة لذلك الأفق. وفي السطح المتحرك، تسطيح أفق ينطبق عليه تسطيح منطقة

3 للعمود: مكررة - 4 تحيلان: يسميان - 6 تسمى: يسمي - 7 نهار: النهار - 22 السطح: نطح / تسطيح (التاني): سطح.

- البروج يسمى دائرة البروج، ومقنطراته تسمى الدوائر الموازية لدائرة البروج، ويحوتها على ذلك الأفق تسمى أقسام دائرة البروج، والفصول المشتركة لمحيطات كل دائرتين من دوائر هذين الجنسين تسمى قطعاً معلومة من دائرة البروج. فظاهر من ذلك أن الرسم الذي على السطح المتحرك هو أحد الرسوم التي يمكن أن تكون على السطح الساكن، وعمل ذلك أحد أعماله.
- ٥ فاما بعض تلك النقط فهي مراكز الكواكب، لأنها معلومة من دوائر <هذين الجنسين ودائرة> البروج يرصد أصحاب الإرساد، وكذلك دائرة البروج، وكذلك ما قلنا آتفاً إن الرسوم التي على السطح المتحرك معلومة بالرصد. فتبين أن تسطيح الدوائر من الكرة على هذين السطحين، المتحرك ١٠ والساكن، للأسطرلابين الشمالي والجنوبي، من هذين الجنسين - أعني المقنطرات والسموت.

### الفصل الثالث

#### في عمل أحد الصنفين وهو المقنطرات

- نريد أن نرمس على سطح الأسطرلاب، الذي مركزه نقطة آ، مقنطرات ١٥ معلومات لأفق معلوم شمالياً كان أو جنوبياً.
- فليكن سطح الأسطرلاب عليه <دائرة> ب ج د ه ومركزها آ، ونخطا ب د ج ه يقاطمان على زوايا قائمة؛ ونريد أن نرمس مقنطرات معلومات الأفق بُعد قطبه من القطب الشمالي من الدائرة التي تمر بهذين القطبين بمقدار قوس

١ يسمى: تسمى - 2 تسمى: يسمى - 3 تسمى: يسمى - 5 تكون: يكون - 8 معلومة: معلوم - 9 بالرصد: الرصد - 10 للأسطرلابين: والأسطرلابين - 14 الذي: على.

د ز المعلومه، من محيط دائرة ب ج د هـ. فنجعل <قوس> ز ط من محيط دائرة ب ج د هـ بمقدار / ما أردنا أن يكون بعد أول المقنطرات من قطب ز، ز ك ٢٥٩ مساوياً لـ ز ط.

فإن كان الأسطرلاب شمالياً، فإننا نصل خطي ب ط ب ك، وإن كان جنوياً فإننا نصل د ط د ك حتى يلقيا خط ج هـ على تقطعي ل م. ونجعل خط ل م قطر دائرة ل ن م.

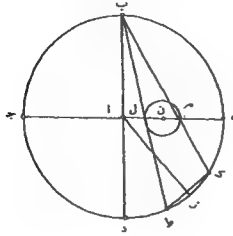
فأقول: إن دائرة ل ن م مقنطرة، تسطيحها من الدائرة التي تمر بتقطعي ك ط وقطبها نقطة ز من الكرة، التي مركزها نقطة أ ومحورها خط ب د، على سطح الأسطرلاب.

برهان ذلك: إنا إن فرضنا أن نقطة ب القطب الشمالي ونقطة د القطب الجنوبي، وكل واحدة من هاتين النقطتين رأس الخروط الذي يمر بالدائرة، التي تمر بتقطعي ك ط وقطبها نقطة ز، فتسطيح هذه الدائرة في السطح القائم على سطح ب ج د هـ من <خط> هـ أ يكون دائرة عن الخروط، كما بينا في الشكل المتقدم، لأن محور الكرة عمود على ذلك السطح. فإذا توهمنا سطح ب ج د هـ ثابتاً ودار سطح الأسطرلاب حول تقطعي ج هـ حتى ينطبق ذلك السطح القائم على سطح ب ج د هـ على خط هـ ل، انطبقت دائرة ل ن م على المقنطرة التي تسطح عن الدائرة التي تمر بتقطعي ك ط وقطبها نقطة ز على ذلك السطح، عن الخروط، لأن قطرها واحد بعينه وهول م. فدائرة ل ن م مقنطرة تسطيحها من الدائرة، التي قطبها نقطة ز وتمر بتقطعي ك ط، في

2 ز، ز ك ر و ك - 10 لك: مكررة/ ب: كتب تحتها د/ د: كتب تحتها ب - 13 هـ: ل - 15 ثانياً: ثانياً - 15 16 حتى ينطبق... خط هـ ل: هذه العبارة ليست واضحة تماماً والمقصود حتى ينطبق السطح القائم على سطح ب ج د هـ على سطح ب ج د هـ مع ثبات خط هـ ك - 16 انطبقت: انطبق - 17 تسطح: يتسطح.

سطح الأسطرلاب، وكذلك نرسم باقي المقنطرات حتى يُنتهى إلى الأفق؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

الشكل رقم (٢)



## الفصل الرابع في عمل الصنف الآخر وهو السموت

5 نريد أن نرسم على سطح أسطرلاب، مركزه نقطة آ، <دوائر> تسطيحها سموت معلومة / لأفق معلوم.

٢٦٠

فليكن سطح الأسطرلاب عليه دائرة ب ج د هـ، ومركزها نقطة آ. ونخطا ب د ج هـ قطران يتقاطعان على زوايا قائمة، وقطباً الأفق المعلوم نقطتا ز ط. ونريد أن نرسم على سطح الأسطرلاب تسطيح الدائرة التي تمر بنقطتي ز ط وينقط من الأفق أو الدوائر الموازية له، وبعدها من دائرة نصف نهاره معلوم.

5 مركزه: مركز - 10 للزوايا: للزوايا: له: مكورة.

فنجعل خط  $\overline{ك ل}$  قطر أفق، قطبه نقطة  $\overline{ز}$ ، أو قطر أحد الدوائر الموازية له. فإن لم يكن خط  $\overline{ك ل}$  قطر الدائرة التي تمر على ذلك القطب بعينه، وهو  $\overline{ب}$ ، فإن تسطیح تلك الدائرة على سطح الأسطرلاب دائرة، ولكن  $\overline{ن م}$ ؛ وإن كان خط  $\overline{ك ل}$  ليس بقطر الأفق، فإننا نخط على خط  $\overline{ك ل}$  نصف دائرة  $\overline{ك س ل}$ ، ونجعل قوس  $\overline{ل س}$  بالمقدار الذي نريد أن يكون بُعد سمته من دائرة نصف نهاره. ونجعل  $\overline{س ع}$  عموداً على خط  $\overline{ك ل}$ ، ونصل خطوط  $\overline{ب ع}$   $\overline{ب ز}$   $\overline{ب ط}$  حتى تلقى خط  $\overline{ج ه}$  على نقط  $\overline{ص ق}$ ، ونجعل  $\overline{ص ن}$  عموداً على خط  $\overline{ج ه}$  ونخط على نقط  $\overline{ق ن}$  دائرة  $\overline{ف ن ق}$ .

فأقول: إن هذه الدائرة تسطیح دائرة السميت الذي يمر بتقطتي  $\overline{ز ط}$  وينقطة من الأفق - أو من الدوائر الموازية له - وبعداها من دائرة نصف نهاره بمقدار قوس  $\overline{ل س}$  من دائرة  $\overline{ك س ل}$ .

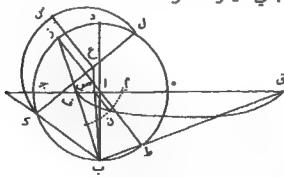
برهان ذلك: إنا إن فرضنا نقطتي  $\overline{ب د}$  قطبي الكرة، كانت دائرة  $\overline{ب ج د ه}$  نصف نهار الأفق الذي قطباه نقطتا  $\overline{ز ط}$ . وإن توهمنا خط  $\overline{س ع}$  عموداً على سطح  $\overline{ب ج د ه}$  على نقطة  $\overline{ع}$ ، كانت  $\overline{س}$  على محيط الدائرة التي ١٥ قطرها خط  $\overline{ك ل}$  وقطباها نقطتا  $\overline{ز ط}$ ، لأن تلك الدائرة قائمة على سطح  $\overline{ب ج د ه}$  و  $\overline{ك ل}$  قطرها. فبُعد نقطة  $\overline{س}$  من نصف نهاره -  $\overline{ب ج د ه}$  - على تلك الدائرة بمقدار قوس  $\overline{ل س}$ . فالسميت المعلوم في الكرة هو الدائرة التي تمر بتقط  $\overline{ز ط س}$ ، إذا كانت نقطة  $\overline{س}$  في السمك وفي السطح القائم على سطح  $\overline{ب ج د ه}$  من خط  $\overline{ك ل}$ . أما نظير نقطة  $\overline{ز ف}$  نقطة  $\overline{ق}$ ، 20  $\overline{ط ف}$  فنقطة  $\overline{ق}$ . وأما نظير نقطة  $\overline{س}$ ، فلأنها على محيط الدائرة التي قطرها  $\overline{ك ل}$ ، فهو الفصل المشترك للمقتطرة التي تسطع عن تلك الدائرة على

3 ولكن: وليكن - 7 تلقى: يلتقي / ص ف ق: و ص ق - 8 نقط: نقطة / ف: و - 9 بتقطتي: بتقطتي - 17 الدائرة: الدائريه هو: هي، التي: التي - 19 ك ل: ك ه - 21 للترك: للتركعة.

السطح القائم على سطح  $\overline{ب ج د ه}$  من خط  $\overline{ج ه}$  والعمود الخارج من نقطة  $\overline{ص}$  على سطح  $\overline{ب ج د ه}$ . فتسطيح الدائرة التي تمر بنقط  $\overline{ز ط س}$  - إذا كانت نقطة  $\overline{س}$  في السمك - هو الدائرة التي تمر بنقطتي  $\overline{ف ق}$  وبالفصل المشترك لخطين، أحدهما عمود خارج من نقطة  $\overline{ص}$  على سطح  $\overline{ب ج د ه}$ ، والآخر محيط المقنطرة التي تسطح عن الدائرة التي قطرها  $\overline{ك ل}$  على السطح القائم على سطح  $\overline{ب ج د ه}$  من خط  $\overline{ج ه}$ . فإذا توهمنا أن سطح  $\overline{ب ج د ه}$  ثابت ودار سطح الأسطرلاب حول نقطتي  $\overline{ج ه}$  حتى ينطبق على السطح القائم على سطح  $\overline{ب ج د ه}$ ، انطبقت دائرة  $\overline{ن م}$  على الدائرة التي تسطح عن تلك الدائرة، و«تسطيح» عمود  $\overline{س ع}$  على العمود الخارج من نقطة  $\overline{ص}$  على سطح  $\overline{ب ج د ه}$ ، و«تسطيح» نقطة  $\overline{س}$  على «نقطة  $\overline{ن م}$ » ذلك الفصل المشترك  $\overline{ف ن ق}$ ، كالدائرة التي تمر بنقط  $\overline{ف ن ق}$  تنطبق على الدائرة التي تسطح من الدائرة التي تمر بنقط  $\overline{ز ط س}$ ، إذا كانت نقطة  $\overline{س}$  على محيط تلك الدائرة. والدائرة التي تمر بنقط  $\overline{ز ط س}$  فهي السمك المعلوم، لأنها تمر بنقطتي  $\overline{ز ط}$  المعلومتين والنقطة التي بعدها من دائرة نصف نهاره بمقدار قوس  $\overline{ل س}$  المعلوم، فدائرة  $\overline{ف ن ق}$  تسطح السمك المعلوم من الكرة على سطح الأسطرلاب.

الشكل رقم (٣)

وكذلك رسم باقي دوائر السموت.



1 والمعمود: والمعمود - 2 س: ش - 10 س: د - 11 ف ن ق: فوق السطح / بخط: بخط: 12 بخط: بخط: 15 تسطح: سطح.



فإن كان خط  $\overline{ك ل}$  قطر الأفق، فاعمله أيضاً بهذا التدبير، إلا أنه لا يحتاج إلى عمل نصف دائرة  $\overline{ك س ل}$  الآخر.

فإن كان خط  $\overline{ك ل}$  قطر الدائرة التي تمرّ على ذلك القطب بعينه، وهو  $\overline{ب}$ ، فإن تسطّيح تلك الدائرة على السطح القائم على سطح  $\overline{ب ج د ه}$  يكون خطاً مستقيماً كما بيّنا قبل.

ونجعل خط  $\overline{ب ل}$  قطر دائرة موازية لدائرة الأفق، قطبها نقطة  $\overline{ط}$ ، ونخرجه على الاستقامة إلى نقطة  $\overline{ك}$ ، ونجعل خط  $\overline{ك ع}$  عموداً على  $\overline{ب ك}$ ، ونجعل قوس  $\overline{ل س}$  من دائرة  $\overline{ب ج د ه}$  بمقدار ما أردنا أن يكون بعد سمّتها من دائرة نصف نهاره، ونصل خط  $\overline{ب س}$  ونخرجه حتى ينتهي إلى نقطة  $\overline{ع}$ ، ونجعل خط  $\overline{ك ن}$  عموداً على خط  $\overline{ج ا ق}$ ، ونجعل  $\overline{ك ن}$  مساوياً لخط  $\overline{ك ع}$ ، ونخط على نقط  $\overline{ف ن ق}$  دائرة.

فأقول: إن دائرة  $\overline{ف ن ق}$  تسطّيح للدائرة التي تمرّ على نقطتي  $\overline{ز ط}$  وينقطة من الدائرة التي تمرّ بقطب  $\overline{ب}$ ، كما وصفنا، ويُعدها من دائرة نصف نهارها بمقدار قوس  $\overline{ل س}$  من دائرة  $\overline{ب ج د ه}$ .

برهان ذلك: إنا نخط على خط  $\overline{ب ل}$  نصف دائرة  $\overline{ب م ل}$ ، فقوس  $\overline{م ل}$  شبيهة بقوس  $\overline{ل س}$  المقروضة من دائرة  $\overline{ب ج د ه}$ ، لأن زاوية  $\overline{ل ب م}$  مشتركة على محيطي الدائرتين. فإن توهمنا أن سطح  $\overline{ب ج د ه}$  ثابت ودار نصف دائرة  $\overline{ب م ل}$  مع مثلث  $\overline{ب ك ع}$  حول نقطتي  $\overline{ب ك}$  حتى ينطبق على الدائرة التي قطبها  $\overline{ط}$ ، انطبق خط  $\overline{ك ع}$  على العمود الخارج من نقطة  $\overline{ك}$  على سطح  $\overline{ب ج د ه}$ ، لأن تلك الدائرة قائمة على سطح  $\overline{ب ج د ه}$  وزاوية  $\overline{ب ك ع}$  قائمة. فالسمت المعلوم في الكرة هو الدائرة التي تمرّ على نقط

7 عموداً: عمود - 8 سمتها: سمتها - 10 عموداً: عمود - 11 ق: ب - 12 ق: ن - 13 ق: ف - 14 ق: ف - 15 ق: ف - 16 شبيهة: شبيه - 17 الممرود: الممرود.

ط م ز، إذا كانت نقطة م في الكرة وفي السطح القائم على سطح ب ج د ه  
من خط ج ه. أما نظير نقطة ز فنقطة <ف>، وأما نظير نقطة ط فنقطة ق،  
وأما نظير نقطة م فنقطة ع، لأن خط ك ع عمود على سطح ب ج د ه،  
فتسطيح الدائرة التي تمر على نقط ز ط م هو <الدائرة> التي تمر على نقط  
5 ف ع ق، لأن نقطة ع في السطح القائم على سطح ب ج د ه من خط  
ج ه.

وإن توهمنا أيضاً أن سطح ب ج د ه ثابت ودار السطح الذي عليه نقط  
ف ع ق، حول نقطتي ف ق حتى ينطبق على سطح ب ج د ه، انطبقت  
نقطة ع على نقطة ن لأن خط ك ع مساوٍ لخط ك ن. والدائرة التي تمر على  
10 نقط ف ع ق تنطبق على الدائرة التي تمر على ف ن ق لأن وترهما واحد بعينه،  
وهو ف ق. فالدائرة التي تمر على نقط ف ن ق تسطح الدائرة التي تمر على  
نقط ط م ز / والدائرة التي تمر على نقط ط م ز هي السميت المعلوم، لأنها ٢٦٣  
تجوز <على> نقطتي ط ز <و> على النقطة التي بُعدها من دائرة نصف نهاره  
بمقدار قوس ل س المقروضة من دائرة ب ج د ه. فالدائرة التي تمر على نقط  
15 ف ن ق <هي> تسطح دائرة السميت المطلوب، ورسمها بحسب الدائرة التي  
تمر على قطب ب الموازية للأفق التي قطباها ز ط. وكذلك نرسم <تسطيح>  
بقي دوائر السموت، وذلك ما أردنا أن نبين.  
وفي هذا الشكل أيضاً نقول : إن مراكز الدوائر التي تمر على نقطتي ف ق  
تكون على خط ك ن.

20 برهانه : إنا نصل خطي ل د ط د. فلأن زاوية د ط ب مساوية لزاوية

4 نقط (الأول) : نقطة / هو : هي - 8 ف : و / ينطبق : تنطبق / انطبقت : تنطبق - 10 تنطبق : ينطبق - 11 ف ق :  
ب ق / ف ن ق : ب ر ق - 13 حل : تصح العبارة دونها، ولكن اخفئناها اتفاقاً مع لغة المؤلف / حل : مكررة - 17  
دوائر : كتبها الدوائر ثم حذف اللام لثقل - 18 ف : ب - 19 تكون : يكون - 20 د ط ب : ط ب.



أعمال تسطيح الدوائر والنقط، التي ذكرناها على ذلك السطح، بتامها معلومة.

تمت المقالة الأولى، والحمد لله وحده.

## المقالة الثانية : سبعة فصول

### الفصل الأول

5

### في عمل الأسطرلاب

من جهة فرض نقطة بُعد نظيرها من قطب الكرة معلوم

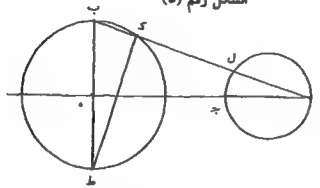
﴿أ﴾ إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطة آ معلومة، وفرضنا بُعد نظيرها من قطب الكرة معلوماً، وقطبُ الكرة - وهو ب - معلومٌ، ونريد أن نعمل 10 باقي الأعمال بتامه.

فنصل خط  $\overline{أ ب}$ ، وندير على نقطة آ دائرة  $\overline{أ ج د}$ ، ونجعل قوس  $\overline{ج د}$  من دائرة  $\overline{أ ج د}$  بمقدار بُعد نظير النقطة المفروض من قطب ب. ونميز على نقطتي  $\overline{أ ج}$  خطاً مستقيماً، وهو  $\overline{أ ج ه}$ ، ونجعل  $\overline{ب ه}$  عموداً على خط  $\overline{أ ج ه}$ . فأقول : إن نقطة ه في سطح الأسطرلاب مركز الكرة التي نصف قطرها 15 خط ه ب، وبعد نظير نقطة آ من قطب ب بمقدار قوس  $\overline{ج د}$  من محيط دائرة  $\overline{أ ج د}$ .

9 أن: 1-10 يتلوه: وهو جائز، وفي مواضع أخرى نجد «بتلوه»، وقرأنا ترك النص كما هو- 14 التي: لي.

برهان ذلك : إنا نخط على مركزه  $هـ$  وب  $هـ$  دائرة  $ب ك ط$  ، ونصل خط  $ك ط$  . فلأن زاوية  $ب ك ط$  مساوية لزاوية  $ب هـ أ$  - لأن كل واحدة منها قائمة وزاوية  $ك ب هـ$  مشتركة لثلاثي  $ا ب هـ ط ب ك$  - فزاوية  $ب ط ك$  الباقية مساوية لزاوية  $ب ا هـ$  الباقية ، فقوس  $ب ك$  شبيهة بقوس  $د ج$  ؛ وقوس  $د ج$  بمقدار البعد المفروض الذي أردنا أن يكون نظير نقطة  $آ$  ، وهو  $ك$  ، من قطب  $ب$  . فقوس  $ب ك$  بمقدار البعد المفروض ونقطة  $ك$  نظيرة نقطة  $آ$  . فنقطة  $هـ$  مركز الكرة / التي نصف قطرها خط  $هـ ب$  ويعد نظير نقطة  $آ$  ، وهو  $ك$  ، من قطب  $ب$  بمقدار قوس  $د ج$  المفروضة من دائرة  $ا ج د$  . فلأن مركز الكرة ، وهو  $(هـ)$  ، في سطح الأسطرلاب ونصف قطرها ، وهو  $هـ ب$  ، معلومان فإن الأعمال ١٠ الباقية بالتام معلومة ؛ وذلك ما أردنا أن نبين .

الشكل رقم (٥)



$(ب)$  إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطة  $آ$  معلومة ، وفرضنا بُعد نظيرها من قطب الكرة معلوماً ، ومركز الأسطرلاب ، وهو  $ب$  ، معلوماً ، فنريد أن نعمل باقي الأعمال بتمامها .

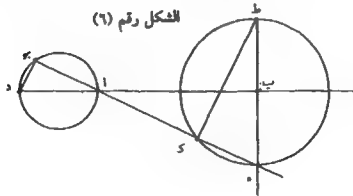
فنجز على نقطتي  $آ ب$  خطاً مستقيماً ونخط على نقطة  $آ$  دائرة  $ا ج د$  . ونجعل قوس  $د ج$  من محيط دائرة  $ا ج د$  بمقدار البعد المفروض لنظير نقطة  $آ$

١ ويعد : ونجد  $ب ك ط$  :  $م ك ط$  - ٤ شبيهة : شبيه .

من قطب الكرة. ونجيز على نقطتي جـ أ خطاً مستقيماً، وهو جـ أ هـ، ونجعل هـ ب ط عموداً على خط ا ب.

فأقول: إن خط ب هـ نصف قطر الكرة التي مركزها ب، وإن بعد نظير نقطة أ من قطب هـ بمقدار قوس جـ د المفروضة من محيط دائرة أ جـ د.

- ٥ برهانه: إنا نخط على مركز ب ويبعد ب هـ دائرة هـ ك ط ونصل خط ك ط. فلأن زاوية هـ ب أ مساوية لزاوية هـ ك ط - لأن كل واحدة منها قائمة وزاوية أ هـ ط مشتركة لثلاثي ك هـ ط أ هـ ب - فزاوية هـ ط ك الباقية مساوية لزاوية هـ أ ب الباقية؛ وزاوية هـ أ ب مساوية لزاوية جـ أ د لأنها متقابلتان، فزاوية هـ ط ك مساوية لزاوية جـ أ د، فقوس هـ ك تشبه قوس جـ د. لكن قوس جـ د بمقدار البعد المفروض، فقوس هـ ك بمقدار البعد المفروض لنظير نقطة أ من قطب هـ، فنقطه ك نظير نقطة أ. فنخط ب هـ نصف قطر الكرة التي مركزها نقطة ب، وبعد نظير نقطة أ، وهو ك، من قطب هـ بمقدار قوس / جـ د المفروضة من دائرة أ جـ د. ولأن نصف قطر الكرة - وهو ب هـ - ١١ ومركزها - وهو ب - في سطح الأسطرلاب معلومان، فإن الأعمال الباقية ١٥ بتأملها معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.



٤ جـ د: لم تكن الجسيم واضحة فبادر الناسخ ولقيتها تحفا - ٧ ط ك: هـ ك ط - ٩ يشبه: يشبه - ١١ نقطة: ونقطه - ١٢ أ: كتب بة عليها أ - ١٣ من دائرة: مكررة/ ولأن: فلأن.



<د> إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطة آ معلومة، وفرضنا بُعد نظيرها من قطب الكرة معلوماً، والخط - الذي فيما بين قطب الكرة والنقطة التي بعد نظيرها من ذلك القطب معلوم - مساوٍ لخط ب ج المعلوم، ونريد أن نعمل باقي الأعمال.

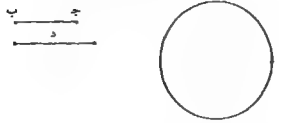
5 فنجعل نقطة ج قطب الكرة وب النقطة التي بعد نظيرها من قطب ج بالمقدار المعلوم. فإن عملنا ذلك، صار نصف قطر الكرة، وليكن د، معلوماً من الشكل الأول في هذا الفصل. فلأن بعد نظير آ من قطب الكرة معلوم، فنصف قطر الكرة، وهو خط د، معلوم من الشكل الذي قبله. فلأن مركز الكرة ونصف قطرها يكونان معلومين <ومركز الكرة معلوم> 10 فالأعمال الباقية معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

<هـ> إذا كان سطح الأسطرلاب نقطة آ معلومة، وفرضنا بُعد نظيرها من قطب الكرة معلوماً؛ والخط - الذي فيما بين مركز الأسطرلاب والنقطة التي بعد نظيرها من قطب الكرة معلوم - مساوٍ لخط ب ج المعلوم، ونريد أن نعمل باقي الأعمال بالتمام.

1 سطح: أمثلها تحت البحر - 6 صلو: صلو / نظر: أكتبها في الهامش.



## الشكل رقم (٨)



فنجعل نقطة جـ مركز الأسطرلاب، ونقطة بـ النقطة التي بعد نظيرها من قطب هـ معلوم. فإن عملنا ذلك، صار نصف قطر الكرة، وليكن دـ، معلوماً من الشكل الثاني في هذا الفصل. فلأن بعد نظير نقطة أ من قطب الكرة معلوم ونصف قطر الكرة - وهو د - معلوم، فمركز الكرة معلوم. <و> لأن مركز الكرة ونصف قطرها معلومان، فالأعمال الباقية معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبين. /

٢٦٨

<و> إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطتا أ ب معلومتين، وفرضنا بعد نظير كل واحدة منها من قطب الكرة معلوماً، وفريد أن نعمل باقي الأعمال بالتمام.

١٠ فندير على نقطتي أ ب دائرة أ ب د، ونجيز على نقطتي أ ب خطاً مستقيماً، ونجعل قوس ب ج من محيط دائرة أ ب د بالمقدار الذي أردنا أن يكون بعد نظير نقطة أ من قطب الكرة، ونجعل قوس آ د بمقدار ما أردنا أن يكون بعد نظير نقطة ب من ذلك القطب. ونخرج على نقطتي ب د خطاً مستقيماً وعلى نقطتي آ ج خطاً مستقيماً، فيلتقيان وليكن ذلك على نقطة هـ. ونجعل خط هـ ز عموداً على خط أ ب.

فأقول : إن نقطة ز مركز الكرة التي نصف قطرها خط ز هـ ويُعد نظير كل

2 هـ : حـ معلوم : معلومة/ عملنا : عملنا - 11 أ ب د : 12 - ونجعل : ونجعل.



ونصف قطرها - وهو زه - معلومان، فالأعمال الباقية معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نعمل.

## الفصل الثاني

### في عمل الأسطرلاب

من جهة فرض دائرة من دوائر المقتنطرات بُعد قطب

#### نظيرها من قطب الكرة معلوم

(أ) إذا كان في سطح الأسطرلاب دائرة  $\overline{أ ب ج}$  التي مركزها  $\overline{د}$  معلومة، وفرضناها واحدة من دوائر المقتنطرات، بُعد قطب نظيرها من قطب الكرة معلوم؛ وقطبُ الكرة - وهو ه - معلوم؛ ونريد أن نعمل باقي الأعمال بتمامه.

10 فصل خط ه د ونخرجه حتى ينتهي إلى نقطة آ، ونجعل / قوس  $\overline{أ ب}$  من ٢١٩ محيط دائرة  $\overline{أ ب ج}$  بمقدار البُعد المفروض، ونجعل قوس ه ز د شبيهة بقوس  $\overline{أ ب}$ . ونجعل سطح ه د في د ك مساوياً لمربع نصف قطر دائرة  $\overline{أ ب ج}$ ، ونجعل خط ك ز موازياً لخط  $\overline{أ ب}$ . ونجيز على تقاطعي د ز خطاً مستقيماً، وهو د ز ل، ونجعل خط ه ل عموداً على خط ط د ل.

15 فاقول: إن نقطة ل مركز الكرة، التي نصف قطرها خط ل ه، وبُعد قطب نظير دائرة  $\overline{أ ب ج}$  من قطب ه بمقدار قوس  $\overline{أ ب}$  المفروضة من دائرة  $\overline{أ ب ج}$ .

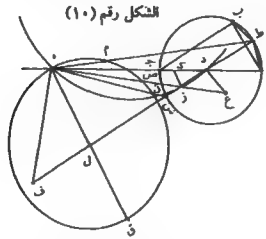
برهان ذلك: إنا نخط على مركز ل ويبعد ل ه دائرة ه م ن. ونصل خطوط ه ط ه ز ه س، ونخرج د ع عموداً على خط ط د ز وخط د ع على استقامة

7 أ ب ج: أد - 11 شبيهة: شبيه - 12 ه د: ه د - 16 قطب د: قطب/ بمقتدر: بمقتدر.

(إلى) خط  $\overline{هـ ز}$ . ويجعل زاوية  $\overline{ز هـ ف}$  قائمة. فلأن قوس  $\overline{هـ ز}$  شبيهة بقوس  $\overline{ا ط ب}$ ، فزاوية  $\overline{هـ ز}$  مساوية للزاوية التي تقبلها قوس  $\overline{ا ط ب}$ . والزاوية التي قبلتها قوس  $\overline{ا ط ب}$  مع زاوية  $\overline{ا ج ب}$  جميعاً مساويتان لقائمتين لأنها في دائرة، فزاوية  $\overline{هـ ز}$  مع كل واحدة من زاويتي  $\overline{ا ج ب}$   $\overline{هـ ز ل}$  مساويتان لقائمتين، فزاوية  $\overline{هـ ز ل}$  مساوية لزاوية  $\overline{ا ج ب}$ . وزاوية  $\overline{هـ ل}$  مساوية لزاوية  $\overline{ا ب ج}$  - لأن كل واحدة منهما قائمة - فزاوية  $\overline{هـ ل}$  الباقية مساوية لزاوية  $\overline{ج ا ب}$  الباقية. وزاوية  $\overline{ج ا ب}$  مساوية لزاوية  $\overline{د ك ز}$  لأنها متبادلتان، فزاوية  $\overline{د ك ز}$  مساوية لزاوية  $\overline{هـ ل}$ . وزاوية  $\overline{هـ ل}$  مساوية لزاوية  $\overline{هـ ف ل}$  من جهة تشابه المثلثين، فزاوية  $\overline{هـ ف ل}$  مساوية لزاوية  $\overline{د ك ز}$ ، وزاوية  $\overline{ز د ك}$  مشتركة 10 فثلث  $\overline{هـ د ف}$  شبيه بثلث  $\overline{د ك ز}$ ، فنسبة  $\overline{ف د}$  إلى  $\overline{د هـ}$  كنسبة  $\overline{ك د}$  إلى  $\overline{د ز}$ ، فسطح  $\overline{ف د}$  في  $\overline{د ز}$  مساوٍ لسطح  $\overline{هـ د}$  في  $\overline{د ك}$ . لكن سطح  $\overline{هـ د}$  في  $\overline{د ك}$  جعلناه مساوياً لمربع  $\overline{د س}$  لأنه نصف قطر الدائرة، فسطح  $\overline{ف د}$  في  $\overline{د ز}$  مساوٍ لمربع  $\overline{د س}$ ، ومربع  $\overline{د س}$  مساوٍ لسطح  $\overline{ط ز}$  في  $\overline{ز س}$  مع مربع  $\overline{د ز}$ ، لأن خط  $\overline{ط س}$  مقسوم بنصفين على نقطة  $\overline{د}$  ويقسمين مختلفين على  $\overline{ز}$ ، فسطح  $\overline{ط ز}$  15 في  $\overline{ز س}$  مع مربع  $\overline{د ز}$  مساوٍ لسطح  $\overline{ف د}$  في  $\overline{د ز}$ . وسطح  $\overline{ف د}$  في  $\overline{د ز}$  مساوٍ لسطح  $\overline{ف ز}$  في  $\overline{ز د}$  مع مربع  $\overline{د ز}$ . فسطح  $\overline{ط ز}$  في  $\overline{ز س}$  مع مربع  $\overline{د ز}$  مساوٍ لسطح  $\overline{ف ز}$  في  $\overline{ز د}$  مع مربع  $\overline{د ز}$ ، (و) نلقي مربع  $\overline{د ز}$  المشترك، يبقى سطح  $\overline{ط ز}$  في  $\overline{ز س}$  مساوياً لسطح  $\overline{ف ز}$  في  $\overline{ز د}$ . وأيضاً لأن مثلثي  $\overline{ف ز هـ}$   $\overline{د ز ع}$  متشابهان، فنسبة  $\overline{هـ ز ل}$  إلى  $\overline{ز ف}$  كنسبة  $\overline{د ز ل}$  إلى  $\overline{ز ع}$ ، فسطح  $\overline{هـ ز}$  في  $\overline{ز ع}$  مساوٍ 20 لسطح  $\overline{ف ز}$  في  $\overline{د ز}$ ، فسطح  $\overline{ط ز}$  في  $\overline{ز س}$  مساوٍ لسطح  $\overline{هـ ز}$  في  $\overline{ز ع}$ ، فنقطة  $\overline{هـ}$

2 للزاوية: لزاوية/ تقبلها: يقبلها 3 قبلها: قبلها 7 د ك ز: د ك - 8 هـ ف ل: هـ ل - 9 للمثلثين: المثلثين/ هـ ف ل: هـ ف د/ د ك ز: د ك - 10 ف د: ف د - 11 ف د: ف د - 12 ف د: ف د/ سائر: سائر - 15 ف د (الأولى والثانية): ف د - 17 ف ز: هـ ز - 19 متشابهان: متشابهين.

على محيط الدائرة التي تمرّ على نقط  $\overline{ط ع س}$ . فالقوس التي فيها بين نقطتي  $\overline{س ع}$  مساوية للقوس التي فيها بين نقطتي  $\overline{ط ع}$  لأن  $\overline{ع د}$  عمود على خط  $\overline{ط س}$  وقد قسمه بنصفين على نقطة  $\overline{د}$ ، فزاوية  $\overline{ط ه ز}$  مساوية لزاوية  $\overline{س ه ز}$ . فقوس  $\overline{م ص}$  مساوية  $\langle \overline{ل ص ن} \rangle$ ، فنقطة  $\overline{ص}$  قطب نظير دائرة  $\overline{أ ب ج}$  لأن نظير دائرة  $\overline{أ ب ج}$  هو الدائرة التي تمرّ على نقطتي  $\overline{م ن}$  من قطب  $\overline{ص}$ . وأيضاً



لأن زاوية  $\overline{ص ل ه}$  مساوية لزاوية  $\overline{ب أ ج}$ ، فقوس  $\overline{ق ص}$  شبيهة بقوس  $\overline{ج ب}$ . وقوس  $\overline{ق ص ه}$  شبيهة بقوس  $\overline{أ ب ج}$  لأن كل واحدة منهما نصف محيط الدائرة، فقوس  $\overline{ه ص}$  الباقية شبيهة بقوس  $\overline{أ ب}$  الباقية، فنقطة  $\overline{ل}$  مركز الكرة التي نصف قطرها خط  $\overline{ل ه}$ ، ويُعد نظير نقطة  $\overline{ص}$  - التي هي قطب نظير دائرة  $\overline{أ ب ج}$  - من قطب  $\overline{ه}$  بمقدار قوس  $\overline{أ ب}$  المفروضة من دائرة  $\overline{أ ب ج}$ . فلأن نصف قطر الكرة - وهو  $\overline{ل ه}$  - معلوم ومركزها - وهو  $\overline{ل}$  - معلوم، فباقي الأعمال يتأمله معلوم؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

$\langle \overline{ب} \rangle$  إذا كان في سطح الأسطرلاب دائرة  $\overline{أ ب ج}$  التي مركزها نقطة  $\overline{د}$ ،

س هو: مي. 6 شبة: شبة. 13 د: ح.

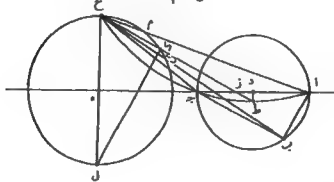
- ويُعد قطب نظيرها من قطب الكرة بمقدار معلوم؛ ومركز الأسطرلاب - وهو  
 ه - معلوم؛ ونريد أن نعمل الأعمال الباقية / بتمامها. ٢٧١
- فنصل خط د ه ونخرجه إلى نقطة آ. ونجعل قوس آ ب من دائرة آ ب ج  
 بمقدار البعد المفروض. ونصل خطي آ ب ب ج، ونحدث على خط د ج  
 5 نقطة، ولتكن ز، حتى تكون نسبة السطح الحادث من نقطتي آ ج - أعني  
 آ ز في ز ج - إلى السطح الحادث من نقطتي د ه - أعني د ز في ز ه - كنسبة  
 مربع آ ج إلى مربع ج ب معلومة، كما بينا في كتابنا في إحداث النقط على  
 الخطوط في نسب السطوح. ونخرج على نقطة ز خطاً موازياً لخط ب ج -  
 وهو ط ز ح - ونقيم من نقطة ه عموداً على خط د ه، وليكن ح ه.  
 10 فأقول: إن خط ه ح نصف قطر الكرة، التي مركزها نقطة ه، ويُعد  
 قطب نظير دائرة آ ب ج من قطب ح بمقدار قوس آ ب من دائرة آ ب ج.  
 برهان ذلك: أن نخط على نقطة ه ويبعد ه ح دائرة ح ك ل، ونصل  
 خطي ح آ ح ج، ونجعل د ط عموداً على خط آ ج. فلأن زاوية آ ج ب  
 مساوية لزاوية آ ز ط - لأن خط ب ج مواز لخط ط ز - وزاوية آ ب ج  
 15 مساوية لزاوية ط د ز لأنها قائمتان، فالزاوية الباقية مساوية للزاوية الباقية،  
 فثلث ط د ز يشبه بثلث آ ب ج. فنسبة مربع ط ز إلى مربع ز د كنسبة مربع  
 آ ج إلى مربع ج ب. ونسبة مربع آ ج إلى مربع ج ب جعلناها كنسبة سطح آ ز  
 في ز ج إلى سطح د ز في ز ه، فنسبة سطح آ ز في ز ج إلى سطح د ز في ز ه  
 كنسبة [سطح] مربع ط ز إلى مربع ز د. لكن نسبة مربع ط ز إلى مربع ز د  
 20 كنسبة سطح ط ز في ز ح إلى سطح د ز في ز ه (نسبة كل واحد من سطحي  
 آ ز في ز ج وط ز في ز ح إلى سطح د ز في ز ه) واحدة، فسطح آ ز في ز ج

13: أ: الف - 5: ولكن؛ وليكن 8 - نسب: نسبة - 9 ح ه: كتب النسخ ج ه د ثم أثبت الصواب في  
 الهامش - 10 ه: غالباً ما يكتبها النسخ د ج ه، وإن نشر إليها فيما بعد - 18 ز ج (الأول): ز ح.

مساوٍ لسطح ط ز في ز ح. فنقطة ح على محيط الدائرة التي تمرّ بنقطة  
 ا ط ج. فيكون القوس، التي فيما بين ا ط، مساوية للقوس التي فيما بين  
 ط ج، لأن ط د عمود على خط ا ج وقد قسمه بنصفين على نقطة د،  
 فزاوية ا ح ز مساوية لزاوية ج ح ز، قوس م ك مساوية لقوس ك ن، فنقطة  
 ك قطب نظير دائرة ا ب ج، لأن نظير دائرة ا ب ج (عكس) بنقطتي م ن  
 من / قطب ك. وأيضاً لأن زاوية ح ك ل مساوية لزاوية ز ح - لأن كل  
 واحدة منها قائمة - وزاوية ل ح د مشتركة، فزاوية ح ل ك الباقية مساوية  
 لزاوية ح ز ه الباقية؛ وزاوية ح ز ه مساوية لزاوية ب ج ا لأنها متبادلتان  
 فزاوية ح ل ك مساوية لزاوية ا ج ب، قوس ح ك شبيهة بقوس ا ب.  
 ١٥ وقوس ا ب بمقدار البعد المفروض، قوس ح ك بمقدار قوس ا ب المفروضة من  
 دائرة ا ب ج. فخط ه ح نصف قطر الكرة التي مركزها نقطة ه، ويُعد قطب  
 نظير دائرة ا ب ج، وهو ك، من قطب ح بمقدار قوس ا ب المفروضة من  
 دائرة ا ب ج. فلأن نصف قطر الكرة - وهو ه ح - معلوم ومركزها - وهو ه -  
 معلوم في سطح الأسطرلاب، فباقي الأعمال بتأملها معلوم؛ وذلك ما أردنا أن

١٥ نبين.

الشكل رقم (١١)



١ يسط: نقطة - ١٤ قبالي: وبالي.

﴿ج﴾ إذا كان في سطح الأسطرلاب دائرة  $\overline{أ ب ج}$  معلومة، ومركزها نقطة  $\overline{د}$ ، وفرضناها واحدة من دوائر المقنطرات، بُعد قطب نظيرها من قطب الكرة معلوم؛ ونصف قطر الكرة مساوٍ لخط  $\overline{هـ}$  المعلوم؛ ونريد أن نعمل باقي الأعمال بتمامها.

- ٥ فتجيز على نقطة  $\overline{د}$  الخط المستقيم، الذي ﴿عليه﴾ نريد أن يكون مركز الأسطرلاب، فليكن  $\overline{أ د ج}$ ؛ ونجعل قوس  $\overline{أ ب}$  بمقدار البعد المفروض، ونجيز على نقطتي  $\overline{ب ج}$  خطاً مستقيماً، وهو  $\overline{ب ج ك}$ ، ونجعل خط  $\overline{ط ك}$  عموداً على خط  $\overline{أ ج ط}$  ومساوياً لخط  $\overline{هـ}$ . فنسبة سطح  $\overline{أ د}$  في  $\overline{ج ط}$  إلى مربع  $\overline{ج ك}$  معلومة لأن كل واحد منها معلوم. ونحدث على خط  $\overline{د ج}$  نقطة  $\overline{م}$  حتى تكون نسبة سطح  $\overline{أ د}$  في  $\overline{د م}$  إلى سطح  $\overline{أ م}$  في  $\overline{م ج}$  / كنسبة سطح  $\overline{أ د}$  في ١٧٣
- $\overline{ج ط}$  إلى مربع  $\overline{ج ك}$  المعلوم، كما بيّنا في كتاب إحداث النقط على الخطوط في نسب السطوح. ونخرج من نقطة  $\overline{م}$  خطاً موازياً لخط  $\overline{ب ج ك}$ ، وهو  $\overline{ل م ن}$ . ونجعل  $\overline{ك ن}$  موازياً لخط  $\overline{ج ط}$ ، ونجعل  $\overline{ن س}$  عموداً على خط  $\overline{ج ط}$ .

١٥ فأقول : إن نقطة  $\overline{س}$  مركز الكرة التي نصف قطرها مساوٍ لخط  $\overline{هـ}$ ، وإن بُعد قطب نظير دائرة  $\overline{أ ب ج}$  من قطب الكرة بمقدار قوس  $\overline{أ ب}$  من دائرة  $\overline{أ ب ج}$ .

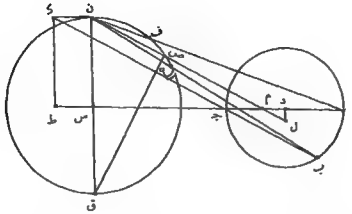
برهان ذلك : إنا نخط على مركز  $\overline{س}$  ويبعد  $\overline{س ن}$  دائرة  $\overline{ن ق ع}$ ، ونصل خطي  $\overline{ن أ ن ج}$  ونجعل  $\overline{د ل}$  عموداً على خط  $\overline{أ ج}$ . فلأن نسبة سطح  $\overline{أ د}$  في  $\overline{د م}$  إلى سطح  $\overline{أ م}$  في  $\overline{م ج}$  كنسبة سطح  $\overline{أ د}$  في  $\overline{ج ط}$  إلى مربع  $\overline{ج ك}$ ، وخط  $\overline{م ن}$  مساوٍ لخط  $\overline{ج ك}$  وخط  $\overline{م س}$  مساوٍ لخط  $\overline{ج ط}$ ، فإن نسبة سطح  $\overline{أ د}$  في  $\overline{د م}$  إلى سطح  $\overline{أ م}$  في  $\overline{م ج}$  كنسبة سطح  $\overline{أ د}$  في  $\overline{م س}$  إلى مربع  $\overline{م ن}$ . ونسبة



سطح  $\overline{آد}$  في  $\overline{م س}$  إلى مربع  $\overline{م ن}$  مؤلفة من نسبة خط  $\overline{آد}$  إلى خط  $\overline{م ن}$  ومن نسبة خط  $\overline{م س}$  إلى خط  $\overline{م ن}$ ، ونسبة خط  $\overline{م س}$  إلى  $\overline{م ن}$  كنسبة خط  $\overline{د م}$  إلى  $\overline{م ل}$  من جهة تشابه المثلثين، فنسبة سطح  $\overline{آد}$  في  $\overline{د م}$  إلى سطح  $\overline{آ م}$  في  $\overline{م ج}$  مؤلفة من نسبة خط  $\overline{آد}$  إلى خط  $\overline{م ن}$  ومن نسبة خط  $\overline{د م}$  إلى  $\overline{م ل}$ .  
 5 لكن النسبة المؤلفة من خط  $\overline{آد}$  إلى خط  $\overline{م ن}$  ومن نسبة خط  $\overline{د م}$  إلى خط  $\overline{م ل}$  هي كنسبة سطح  $\overline{آد}$  في  $\overline{د م}$  إلى سطح  $\overline{ن م}$  في  $\overline{م ل}$ . فنسبة سطح  $\overline{آد}$  في  $\overline{د م}$  إلى كل واحد من سطحي  $\overline{آ م}$  في  $\overline{م ج}$  ول  $\overline{م م}$  في  $\overline{م ن}$  واحدة، فسطح  $\overline{آ م}$  في  $\overline{م ج}$  مساوٍ لسطح  $\overline{ن م}$  في  $\overline{م ل}$ . فنقط  $\overline{ن}$  على محيط الدائرة التي تمر على نقط  $\overline{آ ل ج}$ . فتكون القوس التي فيها بين نقطتي  $\overline{ج ل}$  مساوية للقوس التي فيها بين نقطتي  $\overline{آ ل}$ ، لأن  $\overline{ل د}$  عمود على وتر  $\overline{آ ج}$  وقسمه بنصفين على نقطة  $\overline{د}$ . فزاوية  $\overline{آ ن م}$  مساوية لزاوية  $\overline{م ن ج}$ ، فقوس  $\overline{ف ص}$  مساوية لقوس  $\overline{ص ع}$ ، فنقط  $\overline{ص}$  قطب نظير دائرة  $\overline{آ ب ج}$ ، لأن نظير دائرة  $\overline{آ ب ج}$  يجوز على نقطتي  $\overline{ف ع}$  وقطبه  $\overline{ص}$ . وأيضاً لأن زاوية  $\overline{ن ق ص}$  مساوية / لزاوية ٢٧٤  
 $\overline{ن م س}$  من جهة تشابه المثلثين، وزاوية  $\overline{ن م س}$  مساوية لزاوية  $\overline{آ ج ب}$  ١٥. لأنها متبادلتان، فإن زاوية  $\overline{ن ق ص}$  مساوية لزاوية  $\overline{آ ج ب}$ ، فقوس  $\overline{ن ص}$  شبيهة بقوس  $\overline{آ ب}$  المفروضة من دائرة  $\overline{آ ب ج}$ . وخط  $\overline{ن س}$  مساوٍ لخط  $\overline{هـ}$ ، لأن كل واحد منها مساوٍ لخط  $\overline{ك ط}$ ، فنقط  $\overline{س}$  مركز الكرة، التي نصف قطرها مساوٍ لخط  $\overline{هـ}$ ، وبعد قطب نظير دائرة  $\overline{آ ب ج}$  من قطب  $\overline{ن}$  بمقدار قوس  $\overline{آ ب}$  المفروضة من دائرة  $\overline{آ ب ج}$ . فلأن نصف قطر الكرة - وهو  $\overline{ن}$  - ومركزها - وهو  $\overline{س}$  - معلومان، فباقي الأعمال بتمامها معلوم؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

12 ص: ح / ن ح / يجوز: يجوز / ن ق ص: ن ف ص - 15 ن ص: ب ص - 28 س: ن س.

الشكل رقم (١٢)

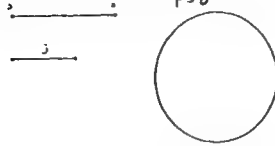


(د) إذا كان في سطح الأسطرلاب دائرة  $\overline{أب ج}$  معلومة، وفرضناها واحدة من دوائر المقنطرات، بُعد قطب نظيرها من قطب الكرة معلوم، والخط  $\overline{د هـ}$  الذي فيا بين قطب الكرة والنقطة التي بُعد نظيرها من ذلك القطب معلوم - مساوٍ لخط  $\overline{د هـ}$  المعلوم؛ ونريد أن نعمل الأعمال الباقية 5 بتأماها.

فنجعل من نقطة  $\overline{د}$  قطب الكرة، ونقطة  $\overline{هـ}$  هي التي بُعد نظيرها من قطب  $\overline{د}$  بالمقدار الذي فرضناه معلوماً. فإن عملنا ذلك، صار نصف قطر تلك الكرة معلوماً من الشكل الرابع من هذا الكتاب، وليكن خط  $\overline{ز}$ . ولأن بُعد قطب نظير دائرة  $\overline{أب ج}$  من القطب معلوم ونصف قطر الكرة - وهو  $\overline{ز}$  - معلوم، 10 فإن الأعمال الباقية بتأماها معلومة من الشكل المتقدم؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

7 ممتنا: عملنا - 8 الرابع: الخامس/ ز: ب.

الشكل رقم (١٣)



- ٥ <هـ> إذا كان في سطح الأسطرلاب دائرة  $\overline{أ ب ج}$  معلومة، وفرضناها واحدة من دوائر المقنطرات، بُعد قطب نظيرها من قطب الكرة معلوم، والخط - الذي فيا بين مركز الأسطرلاب والنقطة التي بُعد / نظيرها من قطب الكرة معلوم - مساوٍ لخط  $\overline{د ه}$  المعلوم؛ ونريد أن نعمل الأعمال الباقية بتامها.
- ٥ فنفرض نقطة  $\overline{د}$  مركز الأسطرلاب ونقطة  $\overline{ه}$  التي بُعد نظيرها من قطب الكرة بالمقدار المعلوم، وإن عملنا ذلك، صار نصف قطر تلك الكرة معلوماً من الشكل الخامس من هذا الكتاب، وليكن خط  $\overline{ز}$ . ولأن بُعد قطب نظير دائرة  $\overline{أ ب ج}$  من قطب الكرة معلوم ونصف قطر الكرة - وهو  $\overline{ز}$  - معلوم، فالأعمال الباقية بالتأم كلها معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.
- ١٠ <و> إذا كان في سطح الأسطرلاب دائرة  $\overline{أ ب ج}$ ، التي مركزها  $\overline{د}$ ، معلومة ونقطة  $\overline{ه}$  عليه معلومة؛ وفرضناها دائرة واحدة من دوائر المقنطرات، بُعد قطب نظيرها من قطب الكرة معلوم، وبُعد نظير نقطة  $\overline{ه}$  أيضاً من ذلك القطب معلوم؛ ونريد أن نعمل الأعمال الباقية بتامها.
- ١٥ فنحيز على نقطتي  $\overline{د ه}$  خطاً مستقيماً، وهو  $\overline{د آ}$ ، ونجعل قوس  $\overline{أ ب}$  من دائرة  $\overline{أ ب ج}$  بمقدار بُعد قطب نظير دائرة  $\overline{أ ب ج}$  المفروض <من قطب الكرة>. ونجعل قوسي  $\overline{أ ب ج ز}$  جميعاً بمقدار بعد [قطب] نظير نقطة  $\overline{ه}$

المفروض من القطب. ونصل خطوط  $\overline{أ ب}$   $\overline{أ ز ب ج}$  ونحدث على خط  $\overline{د ج}$  نقطة، وليكن  $\overline{ط}$ ، (حتى) تكون نسبة سطح  $\overline{أ ط}$  في  $\overline{ط ج}$  إلى سطح  $\overline{د ط}$  في  $\overline{ط ه}$  كنسبة مربع  $\overline{أ ج}$  إلى سطح  $\overline{ب ج}$  في  $\overline{ج ك}$ ، كما بينا في كتابنا في إحداث النقط على الخطوط في نسب السطوح. ونجيز على نقطة  $\overline{ط}$  خطاً موازياً لخط  $\overline{ب ج}$  - وهو  $\overline{ل ط م}$  - ونجعل زاوية  $\overline{د ه م}$  مساوية لزاوية  $\overline{أ ك ج}$ ، ونخرج من نقطة  $\overline{م}$ ، التي التي الخطان عليها، عموداً على خط  $\overline{د ه}$ ، وهو  $\overline{ن}$ .

فأقول: إن نقطة  $\overline{ن}$  مركز الكرة، التي نصف قطرها خط  $\overline{ن م}$ ، وإن بُعد قطب نظير دائرة  $\overline{أ ب ج}$  من قطب  $\overline{م}$  بمقدار قوس  $\overline{أ ب}$  المفروضة من دائرة  $\overline{أ ب ج}$ ، وإن بُعد نظير نقطة  $\overline{ه}$  من هذا القطب بمقدار قوسي  $\overline{أ ب ج}$  جميعاً من دائرة  $\overline{أ ب ج}$ .

برهان ذلك: إنا نخط على مركز  $\overline{ن}$  وببعد  $\overline{ن م}$  دائرة  $\overline{م س ع}$ ، فنقطة ٢٧٦  
 $\overline{ص}$  نظير نقطة  $\overline{ه}$  ونقطة  $\overline{س}$  نظير نقطة  $\overline{ط}$ . ونجعل  $\overline{د ل}$  عموداً على خط  $\overline{أ ج}$ .  
 فلأن نسبة سطح  $\overline{أ ط}$  في  $\overline{ط ج}$  إلى سطح  $\overline{د ط}$  في  $\overline{ط ه}$  كنسبة مربع  $\overline{أ ج}$  إلى  
 ١٥ سطح  $\overline{ب ج}$  في  $\overline{ج ك}$ ، ونسبة مربع  $\overline{أ ج}$  إلى سطح  $\overline{ب ج}$  في  $\overline{ج ك}$  مؤلفة  
 من نسبة  $\overline{أ ج}$  إلى  $\overline{ج ك}$  ومن نسبة  $\overline{أ ج}$  إلى  $\overline{ج ب}$ ، ونسبة  $\overline{أ ج}$  إلى  $\overline{ج ك}$   
 كنسبة  $\overline{م ط}$  إلى  $\overline{ط ه}$  من جهة تشابه المثلثين، ونسبة  $\overline{أ ج}$  إلى  $\overline{ج ب}$  كنسبة  
 $\overline{ل ط}$  إلى  $\overline{ط د}$  - لأن مثلث  $\overline{أ ب ج}$  شبيه بمثلث  $\overline{د ل ط}$  - فنسبة سطح  $\overline{أ ط}$   
 في  $\overline{ط ج}$  إلى سطح  $\overline{د ط}$  في  $\overline{ط ه}$  كنسبة سطح  $\overline{م ط}$  في  $\overline{ل ط}$  إلى سطح  
 ٢٠  $\overline{د ط}$  في  $\overline{ط ه}$ ، فسطح  $\overline{أ ط}$  في  $\overline{ط ج}$  مساو لسطح  $\overline{م ط}$  في  $\overline{ل ط}$ ؛ فنقطة  $\overline{م}$   
 على محيط الدائرة التي تمر بنقط  $\overline{أ ل ج}$ . وتكون القوس التي بين  $\overline{ل أ}$   
 مساوية للقوس التي فيما بين  $\overline{ل ج}$ . لأن  $\overline{د ل}$  عمود على خط  $\overline{أ ج}$  وقد قسمه



## الفصل السادس

### في عمل الأسطرلاب

#### من جهة فرض واحدة من نقط معلومة لأفق معلوم

إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطة آ معلومة، وفرضنا نظيرها لأفق معلوم معلوماً، وقطب الكرة وهو ب معلوم، ونريد أن نحدث باقي الأعمال بنهايتها.

فننزل على التحليل أن نقطة آ هي الفصل المشترك لمقنطرة ج ا د ولسمت ه ا ز، وتسليحيهما من الكرة ط ف ك ب.

وقطر نظير مقنطرة ج ا د خط ك ط، ومركز الكرة نقطة م، والدائرة المارة 10 بقطبها ب ك ط ل. وليخرج فيها قطران يتقاطعان على زوايا قائمة، وهما ب م ص ل م ج، ولنخرج ل م ج في الجهتين جميعاً إلى نقطتي ح ز. ولنخرج خط ط ك حتى يلقى خط ل م ج على نقطة ح ولنوصل خط م ك، فنسبة ط ك إلى كل واحد من نصف قطر الكرة - وهو م ك - ومن بعده - وهو ن - من مركز الكرة - وهو م - معلومة، لأن قوس ط ك من دائرة 15 ب ك ط ل معلومة. وأيضاً لأن خط ن ك مواز لقطر أفق بعد قطبه من قطب الكرة معلوم، فزاوية ن ح م معلومة، وزاوية ح ن م قائمة، فمثلث ح ن م معلوم الصورة. وأيضاً نفرض اس عموداً على خط ه ل، ونصل ب م ونخرجه إلى نقطة ع، ونجعل ع ف عموداً على خط ك ط، فقوس ط ف من نصف دائرة ك ف ط معلومة لأنها بمقدار بعد نظير سمت ه آ من دائرة نصف نهاره، كما

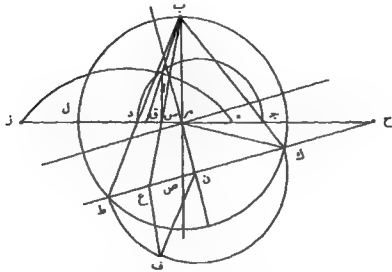
8 ه آ ز: ه آ د / وتسليحيهما: وسطيحها / ط ف ك ب: ط ف ك - 10 قطبها: بقطبها / وليخرج: ولنخرج - 11 ب م ص: ل م ص - 12 ط ك: ط ل - 13 م ك: ط ك / بعده: وسطحها - 15 قطب: قطبها - 16 ح ن م: ح م ز / ح ن م: ج ن م - 19 معلومة: معلوم / ه آ ز: ه آ د.

- يُنَّا قبل. فنسبة  $\overline{ن ع}$  إلى كل واحد من خطي  $\overline{ك ك ع}$  معلومة، لأن  $\overline{ك ن}$  نصف  $\overline{ك ط}$ ، فنسبة  $\overline{ع ك}$  إلى  $\overline{ك ن}$  معلومة. وإذا [فصلنا] كانت نسبة  $\overline{ع ن}$  إلى  $\overline{ن ك}$  معلومة، ونسبة  $\overline{ك ن}$  إلى  $\overline{م}$  «معلومة» - لأن مثلث  $\overline{ك ن م}$  معلوم الصورة - فنسبة  $\overline{ع ن}$  إلى  $\overline{م}$  / معلومة. ونسبة  $\overline{م ن}$  إلى  $\overline{ن ص}$  معلومة، فنسبة ٢٧٧
- ٥  $\overline{ع ن}$  إلى  $\overline{ن ص}$  معلومة. وبالتفصيل نسبة  $\overline{ع ص}$  إلى  $\overline{ص ن}$  معلومة؛ ونسبة  $\overline{ن ص}$  إلى  $\overline{ص م}$  معلومة، «فنسبة  $\overline{ع ص}$  إلى  $\overline{ص م}$  معلومة». وأيضاً لأن نسبة  $\overline{ع ص}$  إلى  $\overline{ع ن}$  ونسبة  $\overline{ع ن}$  إلى  $\overline{ن ك}$  ونسبة  $\overline{ن ك}$  إلى نصف قطر الكرة - وهو  $\overline{ب م}$  - معلومة، فنسبة  $\overline{ع ص}$  إلى  $\overline{م ب}$  معلومة، فنسبة  $\overline{ع ص}$  إلى  $\overline{ص ب}$  معلومة. وزاوية  $\overline{ع ص ب}$  معلومة، فثلث  $\overline{ع ص ب}$  معلوم الصورة، فنسبة  $\overline{ص ب}$  إلى  $\overline{ب ع}$  معلومة، وزاوية  $\overline{ص ب ع}$  معلومة. وزاوية  $\overline{ب م س}$  قائمة، فثلث  $\overline{ب م س}$  معلوم الصورة، فنسبة  $\overline{م ب}$  إلى  $\overline{ب س}$  معلومة، ونسبة  $\overline{ص ب}$  إلى  $\overline{ب م}$  معلومة، فنسبة  $\overline{ص ب}$  إلى كل واحد من خطي  $\overline{ب س}$   $\overline{ب ع}$  معلومة. فنسبة  $\overline{ع ب}$  إلى  $\overline{ب س}$  معلومة وهي كنسبة  $\overline{ع ف}$  إلى  $\overline{أ س}$  كما يُنَّا قبل. فنسبة  $\overline{ف ع}$  إلى  $\overline{أ س}$  معلومة ونسبة  $\overline{ف ع}$  إلى  $\overline{ب م}$  معلومة، فنسبة ١٥  $\overline{ب م}$  إلى  $\overline{أ س}$  معلومة وهي كنسبة  $\overline{ب ق}$  إلى  $\overline{ق أ}$ ، فنسبة  $\overline{ب ق}$  إلى  $\overline{ق أ}$  معلومة؛ وبالتفصيل نسبة  $\overline{ب أ}$  المعلوم إلى  $\overline{أ ق}$  معلومة، فخط « $\overline{أ ق}$ » معلوم ونقطة  $\overline{أ}$  معلومة، فنقطة  $\overline{ق}$  معلومة. وأيضاً لأن نسبة  $\overline{ق م}$  إلى  $\overline{م س}$  معلومة ونسبة  $\overline{م س}$  إلى  $\overline{م ب}$  معلومة، فنسبة  $\overline{ق م}$  إلى  $\overline{م ب}$  معلومة، وزاوية  $\overline{ق م ب}$  قائمة، فثلث  $\overline{ق م ب}$  معلوم الصورة، فزاوية  $\overline{ب ق م}$  معلومة، فخط  $\overline{ق م}$  20 معلوم الوضع، لأن خط  $\overline{ب ق}$  معلوم الوضع ونقطة  $\overline{ق}$  معلومة، فخط  $\overline{ق م}$  معلوم الوضع. «و» أيضاً لأن زاوية  $\overline{ب م ق}$  قائمة، فنقطة  $\overline{م}$  معلومة وهي مركز

١  $\overline{ك ن}$  (الأول والثاني):  $\overline{ك ن}$ : ٢ -  $\overline{ك ن}$ : ٧ - قطر: قد هـ أ ظهره -  $\overline{ب م}$ :  $\overline{ن م}$  - 10  $\overline{ب م}$ :  $\overline{ن م}$  - 11  $\overline{ب م}$ :  $\overline{ن م}$  /  $\overline{ب س}$ :  $\overline{ل س}$  - 12 إلى: مكورة/  $\overline{ب م}$ :  $\overline{ن م}$  - 15  $\overline{ب م}$ :  $\overline{ن م}$  - 16 المعلوم: المعلوم.

الكرة التي نصف قطرها خط م ب. ولأن مركز الكرة - وهو م - ونصف قطرها - وهو م ب - معلومان، فالأعمال الباقية معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

الشكل رقم (١٥)



- وهذا التدبير، إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطة آ معلومة، وفرضنا  
 5 نظيرها لأفق معلوم معلوماً ومركز الأسطرلاب - أو نصف قطر الكرة أو الخط الذي فيما بين قطب الكرة والنقطة التي بعد نظيرها من ذلك القطب معلوم، أو الخط الذي فيما بين مركز الأسطرلاب والنقطة التي بعد نظيرها من قطب الكرة معلوم، أو وضع نقطة أخرى بعد نظيرها من قطب الكرة معلوم، أو وضع نقطة أخرى بعد نظيرها من قطب أفقه معلوم، أو وضع نقطة أخرى نظيرها لأفق معلوم / أو وضع نقطة أخرى معلومة لأفق معلوم، معلوماً، فإن مركز ٢٧٨ الكرة ونصف قطرها معلومان. فإذا كان كذلك، فإن الأعمال الباقية معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

2 معلومان: معلومين - 3 نظيرها: نظيره - 6 بعد: يبعد - 10 معلوم: معلوما/ معلومة: معلومة/ معلوم: معلوم.  
 - 11 معلومان: معلوم.



## الفصل السابع

في ذكر الأشكال التي أحلناها على كتابي :

إحداث النقط وإخراج الخطين

وقد كنا أحلنا في الفصل الثاني من المقالة الثانية من هذا

الكتاب على أشكال من كتاب :

إحداث النقط على الخطوط في نسب السطوح

فلنذكر ذلك وهو شكلان، أحدهما :

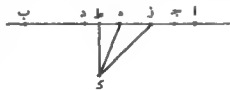
إذا كان على خط  $\overline{أ ب}$  المعلوم الوضع والقدر نقطتا  $\overline{ج د}$  معلومتين، ونريد أن نحدث على خط  $\overline{ج د}$  نقطة  $\langle ه \rangle$  حتى يكون نسبة سطح  $\overline{أ ه}$  في  $\overline{د ه}$   $\langle$  إلى  $\rangle$  10 سطح  $\overline{ج ه}$  في  $\overline{ه ب}$  معلومة.

فعلى التحليل يُترى ذلك. فلأن مربع نصف خط  $\overline{أ د}$  - وهو  $\overline{ز}$  - معلوم ومساوٍ لسطح  $\overline{أ ه}$  في  $\overline{ه د}$  مع مربع  $\overline{ز ه}$  - لأنه قد قسم بنصفين ويقسمين مختلفين - فسطح  $\overline{أ ه}$  في  $\overline{ه د}$  مع مربع  $\overline{ز ه}$  معلوم. وأيضاً لأن مربع نصف خط  $\overline{ج ب}$ ، وهو  $\overline{ج ط}$ ، معلوم وهو مساوٍ لسطح  $\overline{ج ه}$  في  $\overline{ه ب}$  مع مربع  $\overline{ه ط}$ ، فسطح  $\overline{ج ه}$  في  $\overline{ه ب}$  مع مربع  $\overline{ه ط}$  معلوم. ونسبة سطح  $\overline{أ ه}$  في  $\overline{د ه}$  إلى سطح  $\overline{ج ه}$  في  $\overline{ه ب}$  15 معلومة. فإما نسبة مربع  $\overline{ز ه}$  الباقي إلى مربع  $\overline{ه ط}$  الباقي معلومة، وإما مربع أحدهما أعظم من سطح نسبته إلى مربع الآخر معلومة، بسطح معلوم كما بين أقليدس في كتابه في المعطيات. فإن كانت نسبة مربع  $\overline{ز ه}$  إلى مربع  $\overline{ه ط}$  ٢٧٩

6 إحداث: كتبها الإحداث ثم حلت الحرفين الزائدين/ نسب: ألفتها فوق السطر - 12 ز: ٥ - 13 ز: ٥ - ٥ - 16 معلومة: معلوم/ ز: ٥ - 17 سطح: كتبها «نسبه» ثم صححها عليها - 18 ز: ٥ - ٥ -

معلومة، فنسبة زه إلى ه ط معلومة، فنقطة ه معلومة. وإن كان مربع أحدهما أعظم من سطح نسبته إلى مربع الآخر معلومة، بسطح معلوم. فليكن الأعظم مربع زه، ونجعل نسبة ذلك السطح المعلوم إلى مربع ط ك كذلك النسبة المعلومة، فمربع ط ك معلوم، فخط ط ك معلوم. ونقطة ط معلومة فنقطة ك معلومة. فنصل خط ك ز فهو معلوم القدر والوضع. فلأن نسبة بعض مربع زه إلى مربع ه ط كنسبة بعض الآخر المعلوم إلى مربع ط ك، فنسبة جميع مربع زه إلى مجموع مربعي ه ط ط ك كنسبة (كل) واحد إلى قرينه المعلومة. فنسبة مربع زه إلى مربعي خطي ه ط ط ك معلومة. ومربع خطي ه ط ط ك مثل مربع ه ك لأن زاوية ه ط ك قائمة. فنسبة مربع زه إلى مربع ه ك معلومة، فنسبة خط زه إلى (خط) ه ك معلومة، وزاوية ه ز ك معلومة لأن كل واحد من خطي آ ب ك ز معلوم الوضع، فثلث ه ز ك معلوم الصورة، فنسبة خط ك ز المعلوم إلى (خط) زه معلومة، فخط زه معلوم، ونقطة ز معلومة، فنقطة ه معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

الشكل رقم (١٦)



الشكل الآخر:

١٥ إذا كان على خط آ ب المعلوم القدر نقطة ج معلومة؛ ونريد أن نجد على خط ج ب نقطة، وليكن د، حتى يكون نسبة سطح آ ج في ج د إلى سطح آ د في د ب معلومة.

٢ نسبه: نسبة ٣ زه: د ه - ٧ واحد واحد / قرينه: قرينه - ٩ مثل: جازة: حل تقديم المجموع / قائمة: مكررة.

5 معلوم ومساو لسطح  $\overline{ب ج}$  في  $\overline{ج د}$  وسطح  $\overline{ج ب}$  / في  $\overline{ب د}$ ، ونسبة سطح ٢٨٠

15.  $\overline{b} \cdot \overline{b}$  في  $\overline{b} \cdot \overline{b}$  مع مربع  $\overline{a} \cdot \overline{a}$  مثل مربع  $\overline{a} \cdot \overline{b}$ ، لأن  $\overline{a} \cdot \overline{a} = \overline{a} \cdot \overline{b} + \overline{b} \cdot \overline{a}$

2 قسبة : ونسبة - 3 د : ب - 4 ر : ب - م : ب - 5 مساوي : ومساو - 6 د : ح - 7 د : ب : ياء ، ويكتب عادة الياء ياء ، وإن تنهيا فيما بعد / الباقي : (الأول والثاني) : البقية - 8 پ : هـ - 9

وإذا كان أحدهما أعظم من سطح نسبته إلى الآخر معلومة بسطح معلوم،  
فليكن الأعظم مربع هـ د. فتجعل نسبة ذلك السطح المعلوم إلى سطح آخر  
وهو جـ ب في بـ ك تلك النسبة بعينها. فسطح جـ ب في بـ ك معلوم وخط  
جـ ب معلوم، فخط بـ ك معلوم. فنسبة مربع هـ د إلى سطح جـ ب في بـ د  
5 وإلى (سطح) جـ ب في بـ ك مجموعين، أعني جـ ب في كـ د معلومة. ونسبة  
سطح جـ ب في كـ د إلى سطح هـ ك في كـ د معلومة لأنها كنسبة بـ ج إلى  
هـ ك، فنسبة مربع هـ د إلى سطح هـ ك في كـ د معلومة، فخط كـ د معلوم؛  
وذلك ما أردنا أن نبين.

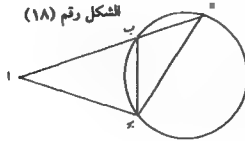
وكتنا قد أحلنا أيضاً في برهان شكلين من هذا الكتاب على كتابنا: في  
10 إخراج الخطين من نقطة على زاوية معلومة. فلنذكرها وهما شكلان،  
أحدهما:

إذا كانت نقطة أ معلومة ومحيط دائرة بـ ج معلوم الوضع؛ ونريد أن  
نخرج من نقطة أ خطين مستقيمين، وليكونا أ ب أ ج، حتى يكون زاوية  
بـ أ ج / معلومة ونسبة بـ أ إلى أ ج معلومة. ٢٨١

15 فعلى التحليل يُرسل أن زاوية بـ أ ج معلومة (الوضع) ونسبة بـ أ إلى  
أ ج معلومة؛ فنصل خطي بـ ج جـ د. فثلث أ ب ج معلوم الصورة،  
فزاوية أ ب ج معلومة، فزاوية جـ ب د معلومة، فخط جـ د معلوم القدر،  
فبرعه معلوم. وأيضاً لأن نسبة بـ أ إلى أ ج معلومة، وهي كنسبة سطح أ ب  
في أ د إلى سطح جـ أ في أ د، لكن سطح بـ أ في أ د معلومة، فسطح جـ أ  
20 في أ د معلوم، فنسبة سطح جـ أ في أ د إلى مربع جـ د معلومة. وزاوية د أ ج  
معلومة، فثلث جـ أ د معلوم الصورة، فنسبة د جـ - المعلوم القدر - إلى جـ أ

6 بـ ج: هـ د. 7. 5. 6. بـ ج / فخط: فنية / معلوم: معلومة. 12 معلوم: معلومة، وهي أيضاً جائزة على  
تفسير الدائرة. 13 وليكونا: ولكن. 17 جـ ب د: جـ د.

معلومة، فخط  $\overline{جـ آ}$  معلوم القدر، ومحيط الدائرة معلوم الوضع ونقطة  $\overline{آ}$  معلومة، فخط  $\overline{آ جـ}$  معلوم الوضع، فنقطة  $\overline{جـ}$  معلومة، ونقطة  $\overline{ب}$  معلومة لأن زاوية  $\overline{ب آ جـ}$  معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.



والآخر:

- 5 إذا كانت نقطة  $\overline{آ}$  معلومة ومحيط دائرة  $\overline{ب جـ د}$  معلوم الوضع؛ ونريد أن نخرج من نقطة  $\overline{آ}$  خطين، وليكونا  $\overline{آ ب}$   $\overline{آ جـ}$ ، حتى يكون  $\overline{ب جـ}$  معلوم القدر <زاوية  $\overline{ب آ جـ}$  معلومة>.
- فعل التحليل يُترى أن زاوية  $\overline{ب آ جـ}$  معلومة وخط  $\overline{ب جـ}$  معلوم القدر، فلأن خط  $\overline{ب جـ}$  معلوم القدر، فزاوية  $\overline{ب جـ د}$  معلومة وزاوية  $\overline{ب آ جـ}$  معلومة، فثلث  $\overline{آ د جـ}$  معلوم الصورة. فنسبة خط  $\overline{د آ}$  إلى  $\overline{آ جـ}$  وهي كنسبة سطح  $\overline{د آ ب}$  إلى سطح  $\overline{جـ آ ب}$   $\overline{آ ب}$  <معلومة>، لكن سطح  $\overline{د آ ب}$   $\overline{آ ب}$  معلوم، فسطح  $\overline{جـ آ ب}$   $\overline{آ ب}$  معلوم، فنسبته إلى مربع  $\overline{ب جـ}$  معلومة؛ وزاوية  $\overline{ب آ جـ}$  معلومة، فثلث  $\overline{آ ب جـ}$  معلوم الصورة، فنسبة  $\overline{ب جـ}$  إلى  $\overline{ب آ}$  معلوم القدر، إلى كل واحد من خطي  $\overline{آ ب}$   $\overline{آ جـ}$   $\overline{آ ب}$  معلوم، فكل واحد من خطي  $\overline{آ ب}$   $\overline{آ جـ}$  معلوم القدر؛ / ومحيط الدائرة معلوم الوضع، فكل واحد من خطي  $\overline{آ ب}$   $\overline{آ جـ}$  معلوم الوضع، فكل واحدة من نقطتي  $\overline{ب جـ}$  معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبين.

3  $\overline{ب آ جـ}$   $\overline{ب آ ح}$  - 6 وليكونا: وليكن - 9 وزاوية: فزاوية - 10 إلى: آ - 14 فكل: وكل.

تَمَّ الكتاب في عمل الأسطرلاب بالهندسة  
والحمد لله رب العالمين وصلى الله على سيدنا محمد وآله.

## ملاحظات إضافية(\*)

[١، ٦] عندما خلف أبو كاليجار أباه عضد الدولة الذي كان أحد أقوى ملوك البويهيين، كرمه القادة العسكريون والأمراء بلقب صمصام الدولة. [انظر: أبو الحسن علي بن عماد بن الأثير، الكامل في التأريخ، تحقيق كارلوس يوهانس تورنبرغ، ١٢ ج (لندن: بريل، ١٨٥١ - ١٨٧٦)، ج ٩، ص ٢٢]. هذا اللقب، ككثير غيره من الألقاب الإسلامية الممنوحة للملوك [انظر: أبو العباس أحمد بن علي القلقشندي، صبح الأحشى في صناعة الانشا (القاهرة: مطبعة بولاق، ١٩٦٣)، مج ٦، ص ٥٥ - ٥٦] يعني «سيف الدولة» لأن كلمة صمصام تعني السيف الصلب. ومن ناحية أخرى، فلقد منحه الخليفة العباسي الطائع الذي كان ما يزال يتمتع بالسلطة الشرعية دون الحكم الفعلي، لقب «شمس الملة» أو «شمس الإسلام». وهذا أيضاً أحد الألقاب الإسلامية المركبة. [انظر القلقشندي، المصدر نفسه].

[٣، ٤] «هدفان». ينتمي هذا التعبير إلى مصطلح الاسطرلاب. تُركَّب على ظهره «العضادة» وهي مسطرة مستطيلة رفيعة بالأخرى ذات عرض مساوٍ لقطر الآلة تقريباً. تتحرك هذه المسطرة انطلاقاً من مركزها المطابق لمركز الاسطرلاب؛ طرفاها مستدقا الرأس وقد بُنيت فيهما «هدفان» أي صفيحتان صغيرتان متعامدتان مع المسطرة وعلى المسافة نفسها من المركز، وهما مثقوبتان بحيث إن الأشعة تمر فيهما من واحدة إلى أخرى لتدقيق الرؤية. وهكذا يستعمل الاسطرلاب كأداة للرصد. [انظر: National Museum of American History (U.S.), *Planispheric Astrolabes from the National Museum of American History*, Smithsonian

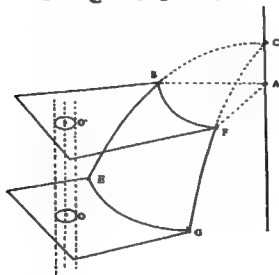
---

(\*) يرمز الرقمان داخل المقوستين إلى: الأول رقم الصفحة بحسب الأرقام العربية، والثاني رقم السطر في الفصل الخامس: الخصوص والملاحق.

والهدفان هنا هما أيضاً صفيحتان في مستويين عموديين على محور مجسم القطع المكافئ AC. إحدى هاتين الصفيحتين مثقوبة بدائرة مركزها O بينما رُسم على الأخرى دائرة مركزها O' مساوية للدائرة الأولى بحيث إن OO' مواز للمحور AC. يسمح هذا الجهاز بوضع مرآة القطع المكافئ (BEGF) بحيث إن أشعة الشمس الساقطة عليها تكون موازية لـ AC؛ نحصل على هذه النتيجة عندما نمر حزمة الأشعة الشمسية في الثقب O محدثة بقعة مضيئة تغطي الدائرة O'.

### الشكل رقم (١)

#### الهدفان على مرآة القطع المكافئ



[٢، ٨] «خط  $\overline{ad}$  مثل خط  $\overline{ab}$ ». توجد حالتان للشكل بحسب وضعية النقطتين C و D بالنسبة إلى النقطة A. فإذا أن تكونا في الجهة نفسها أو أن تكون كل واحدة منهما من جهة بالنسبة إلى A (انظر لتحليلنا).

[١٣، ١٥] بحسب رأي الرياضي السجزي، معاصر ابن سهل، فقد عرف الأخوة بنو موسى، وهم رياضيون في منتصف القرن التاسع، الرسم المتواصل للقطع الناقص بطريقة البستاني (du jardinier).

$$\widehat{HU} + \widehat{PQ} + \widehat{JO} = \widehat{HU} + \widehat{GU} + \widehat{IO} + \widehat{JO} \quad [١٩-١٨, ١٥]$$



يعطي هذا المجموع فعلاً نصفياً للدائرتين المذكورتين إذا كان  $GH$  و  $II$  قطرين.

[١٦، ١٢] يجب اعتبار النقطتين  $B$  و  $F$  منفصلتين، وفي الجهة نفسها بالنسبة إلى  $AC$ ، عندها تكون المساواة  $AF = AB$  إذاً مستحيلة لأنها تقود إلى  $CF = CB$  وبالتالي تكون النقطتان  $B$  و  $F$  منطبقتين وهذا مناقض للفرضية.

[٢١، الشكل رقم (٨)] لقد رسم الناسخ خطأً (الشكل رقم (٨) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية) ووضعه في الورقة ٤، قبل أن يشطبه، كاتباً فوق الشكل المشطوب بأن الحدث كان سهواً. لكنه بدلاً من أن يرسمه مجدداً ويضعه في الورقة ٤، فقد رسم شكلاً لا يطابق النص بالكامل ووضعه في الورقة ٥، وجعله بذلك يسبق (الشكل رقم (٩) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). نشير إلى أن هذه الورقة لا تحوي سوى شكل واحد. لقد صححناه لينسجم مع النص وبهذا حصلنا على الشكل الرئيس. لقد أضفنا الشكل المساعد لإيضاح البرهان بالخلف مع  $B$  داخل السطح  $BX$ ، أي  $CB_0 < CB_1$ .

[٢٠، ١٤] ... أصغر منه وبالفعل إذا كانت  $B_0$  بين  $C$  و  $B_0$  يكون معنا:

$$AB_0 + CB_0 < AB_0 + CB_0$$

[٢١، ٧] نفترض أن  $B_1$  خارج السطح المحدد بـ  $ACB_0O'$  (انظر الشكل رقم (٩) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). بالإنشاء يكون المستقيم  $FB_1$  هو وسيط المقطع  $AB_0$ ، تكون معنا إذاً للمعادلة  $B_1B_0 = B_1A$ .

$$AB_1 + CB_1 = B_1B_0 + CB_1$$

وبالتالي:

ولكن بما أن  $B_1$  موجودة بين  $I'$  و  $B_1$  لذلك فهي داخل المثلث  $CTB_0$ ، إذاً يكون معنا:

$$B_1B_0 + B_1C < IB_0 + IC.$$

وأيضاً:

$$(I) \quad B_1B_0 + B_1C < IA + IC.$$

يلتقي المستقيم  $CB_1$  المنحني في  $B_0$  التي هي بين  $C$  و  $B_1$  وبذلك نحصل على:

$$B_1C + B_1A > B_0C + B_0A$$

وبالتالي:

$$(2) \quad B_1B_2 + CB_1 > FA + FC.$$

لكن التباينين (1) و (2) هما متعارضتان.

[٢٢، ٨] يبين هذا - كما في حالة مجسم القطع المكافئ - إنه درس المستوي المماس لسطح مجسم القطع الناقص، والذي يشكل جزءاً من الدراسة النظرية للقطع الناقص ولمجسمه أيضاً. لقد فقد هذا الجزء من النص بحيث لا يرقى إليه الشكل بوجوده كما أشرنا سابقاً. (مقابلته مع دراسته للقطع الزائد ولمجسم القطع الزائد).

[٢٣، ٢ - ٣] «لأنهما إن لقياه على غيرها فسيلقيان رسم غ با على غير نقطة ط...» كان أكثر دقة كتابته «لأنه إذا لقيه واحد منهما اظ مثلاً على غيرها فسيلقي رسم غ با على غير نقطة ط...» وبالتالي تصحيح المثنى.

[٢٣، ٣ - ٤] «فلان نقطتي ط بل». إذا  $B_1$  (انظر الشكل رقم (١٠) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية) موجودة بين A و F يكون معنا:

$$AB_1 + CB_1 < FA + FC$$

وإذا كانت النقطة F بين A و  $B_1$  يكون معنا:

$$AB_1 + CB_1 > FA + FC$$

وفي هاتين الحالتين، تكون المساواة مستحيلة.

[٢٣، ٧ - ٨] فالدراسة التي سبق أن أجراها ابن سهل على الانعكاس أثناء درسه النظري للقطع الناقص - والتي فقدت - جعلته ينهي هنا بسرعة.

[٢٣، ١١] «البُلُور أو البُلُور» هذا التعبير العربي هو نقل عن *Αβήρ* مع تبديل واضح للحرفين p و λ؛ يدل إذا التعبير اليوناني على الزمرد الريحاني الشفاف أو الزمرد المصري (beryl). والمقصود هو البلور الصخري الشفاف (الصوان) ذو قرينة الانكسار  $1,544 < n < 1,553$  وذو الثقل النوعي 2,65 والتركيب الكيميائي  $SiO_2$  [انظر الجداول المثبتة من حسن وخفاجي في: شرف الدين أبو العباس أحمد بن يوسف التيفاشي، أزهار الأفكار في جواهر الاحجار، تحقيق م. ي. حسن وم. ب. خفاجي (القاهرة: [د.ن.], ١٩٧٧)].

نستعيد هنا أوصاف هذا البلور بلغة معدنية عربية إذ لا نحفظ إلا أقوال البيروني، خليفة ابن سهل ومعاصر ابن الهيثم والتيفاشي حيث أعطى تركيماً متأخراً قليلاً.

وبالفعل فقد خصص البيروني صفحات عدة في الجماهر في معرفة الجواهر (ص ١٨١-١٨٩) لهذا البلور ولاستعمالاته وخواصه. فالمقصود، بحسب البيروني، هو المّها أو المّها أي من مادة مركبة، كما يدل الاسم العربي نفسه، من عنصري الحياة: الماء والهواء. وكهلهين العنصرين تكون هذه المادة شفاقة ولا لون لها. ويذكر البيروني عندئذ شعراء من ذلك العصر كالبحترى والصاحب بن عباد... تغنوا بصفاء البلور الصخري وشفافيته. كما يشير أيضاً إلى صناعة حرفيّة مزدهرة وذات قيمة للبلور الصخري هذا في البصرة في ذلك العصر. كان هذا الحدث ذا أهمية كبرى بالنسبة إلى ابن سهل وابن الهيثم حيث انتقلا في وقت من الأوقات إلى البصرة أو بغداد.

يركز عالم المعادن التيفاشي (١١٨٤-١٢٥٣) من بين خواص هذا البلور على منفعة: «إنه يستقبل به الشمس ثم ينظر إلى موضع الشعاع الذي خرج من الحجر فيستقبل به خرقة سوداء فتحترق». [انظر: ٢٠٣، مصححة عن: أبو العباس أحمد بن يوسف التيفاشي، الاحجار الملوكة، استانبول، حسن حسنو باشا، ٦٠٠ القاهرة: دار الكتب، مجموعة طبيعيات، تيمور (٩١)، ورقة ٩٢].

شهادة التيفاشي هذه تجعل من وجود العدسة المستوية المحدبة أمراً ممكناً من البلور الصخري في ذلك العصر. مع هذا تنقصنا بعض المعطيات الأثرية كي نثبت بشكل أكيد هذا الافتراض.

تبدو، مع ذلك، نصوص أخرى وكأنها تثبت هذا التخمين. زد على ذلك أن أحداها يظهر أن أصحاب الإرساد أنفسهم استعملوا عدسات مماثلة في ملحوظاتهم: وهكذا فلن تقي الدين بن المعروف كان قد كتب في نهاية كتابه في المناظر بعنوان: كتاب نور حدقات الأبصار ونور حدقات الأنظار والذي أنهاه سنة ٩٨٢ هجرية (١٥٧٤م) ما يلي: «ومن ههنا، استقام لنا أن نعمل بلورة نرى بها الأشياء التي تحتفي من البعد كأدق الأهلة وقلوع المراكب الكائنة في أبعاد مسرفة ولا يدركها الطرف بأحد الأبصار كالتى عملها حكماء اليونان ووضعوها في منارة الاسكندرية؛ وإن من الله تعالى بفسحة في العمر، ألّفت رسالة <في >

عملها وطريقة الإيصار بها، إن شاء الله تعالى<sup>٩</sup>.

انظر: تقي الدين بن المعروف، كتاب نور حدقات الأبصار ونور حدقات الأنظار (اوكسفورد، مكتبة يودلين، مارش ١١٩)، ورقة ٨٣<sup>١٠</sup>.

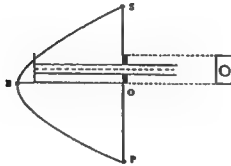
[٢٥، ٥] فللقطع الزائد المحدد هكذا البورتان A و L. انظر: أبولونيوس، المخروطات، المقالة الثالثة، القفيتين ٤٥ و ٥١.

[٢٥، ٩] فالهدفان هما، كما أشرنا سابقاً، في مستويين عموديين على محور مجسم القطع الزائد. أحدهما مثقوب بثقب محدد بدائرة، وعلى الثاني رُسمت دائرة مساوية للدائرة الأولى، أما خط مركزيهما فهو مواز لمحور مجسم القطع الزائد الذي يعطي منحى الشمس. فإذا اجتازت الأشعة الثقب، فإنها تطبع بقعة مضيئة تغطي تماماً دائرة الصفيحة الثانية.

يجب إذاً الافتراض ان هذه الأشعة لم تتلق أي انكسار، في حين أن المسار بين الدائرتين هو كله في الهواء أو كله في البلور. تستبعد بقية النص الفرضية الأولى؛ يبقى إذاً أن نتخيل ان الهدف الأول هو على السطح المستوي O وان الهدف الثاني موجود في البلور بجوار B.

#### الشكل رقم (٢)

هدف على مجسم القطع الزائد



[٢٥، ١٢] اعتبر. يستعمل هنا ابن سهل، كما سيأتي لاحقاً وبالمفهوم نفسه - [٣٩، ٤] و [٥٠، ٣] - الفعل اعتبر بمعنى اختبر أو جرب. إن أهمية هذا الفعل

في المصطلح البصري عند ابن الهيثم لاحقاً، وكذلك هذه الترجمة<sup>(١)</sup>، وإن أعطت المعنى الذي يقصده المؤلف، فهي ليست حرفية، ولهذا السبب فإنهما يستدعيان تفسيراً.

إن المعاجم العربية، كذلك التي هي لابن فارس، وابن سيدي، وابن منظور، والزاهدي وكلي لا نسمي إلا البعض منهم بين القرنين العاشر والثامن عشر تتوافق جميعها مع أدب ما قبل الإسلام ومع الاستعمال القرآني على أن الجذر «عبر» يدل على الانتقال من شيء ما إلى غيره، كما يحتوي الفعل اعتبر من بين معانيه العديدة: تفحص شيئاً أو تفحص عملاً لكي نستنتج خلاصة ما، أو نستدل على معنى مجهول أساساً. وبشكل عام فاسم الفعل «اعتبار» كما نقرأه في معجم أبي البقاء - الكلبيات - ما معناه<sup>(٢)</sup>: «هو تفحص الأشياء ودلائلها لاستقراء الكامن من المنظور». فهذا التعبير، يقول أبو البقاء نفسه، له معنى الامتحان. [انظر: أبو البقاء، الكلبيات، تحقيق أ. درويش وم. المصري، ٥ ج (دمشق: د. ن.)، ١٩٧٤، ج ١، ص ٢٣٥]. نشير بالمقابل إلى أن المعاجم [انظر: الطحطاوي، كشف اصطلاحات الفنون، تحقيق مولوي محمد وجيه، عبد الحق وغلاد قادر، ٢ ج (كالكتونا: د. ن.)، ١٨٦٢، ج ٢، ص ٩٥٩ مثلاً] تعطي معاني كثيرة لهذه الكلمة ولاستعمالات شتى في الفلسفة، وفي القضاء، وفي السيرة النبوية الشريفة... الخ.، حيث إن بعضها يقترب، ولو من بعيد، من معنى الاستنتاج عن طريق الملاحظات أو عن طريق الأحكام الصادرة سابقاً. ومن دون إطالة هنا العرض بشواهد من مصادر أدبية ومعجمية، نقول بأن التفحص الذي نستطيع إجراؤه يدل على معنى عام، بما فيه الكفاية، لقبول قرارات عدة. فاستعمال ابن سهل كلمة «اعتبار» هو في المقابل، أدق من ذلك بكثير. فهو يستعمله بمفهوم التجربة والاختبار في البصريات. وبالفعل، بعد أن نحت قطعة من البلور الصخري الشفاف والمتجانس ذات سطح مستو لإقرار قانون سنيلليوس، ولكي يحدد بذلك قرينة الانكسار، يعود إلى استعمال هذا الفعل في المناسبتين الأوليين إلى العدسة المستوية المحببة، وفي المناسبة الثالثة إلى العدسة محدبة الوجهين، ويفرض كل مرة بأن تكون العدسة المستعملة متحوتة من المادة نفسها التي استعملت أثناء

(١) يقصد المؤلف الدكتور رشدي راشد هنا للترجمة من العربية إلى الفرنسية (لترجم).

(٢) تُرجمت هذه الجملة عن الفرنسية (لترجم).

التجربة المخصصة لتحديد قرينة الانكسار - «من نفس الجوهر الذي اعتبرنا به...». ومن الجلي أن ابن سهل استعمل هنا فعل «اعتبر» بمعنى جُزِبَ أو اختبر أي في المناسبات التي يبدو فيها هذا الاستعمال ضرورياً لا غنى عنه. ول سوء الحظ لم تصلنا نصوص أخرى لهذا المؤلف والتي تسمح لنا من ناحية أولى بمعرفة ما إذا كان القصد تعبيراً تقنياً واستعمالاً شائعاً أم لا، ومن ناحية أخرى أي دور كان ابن سهل يعطي لهذه التجربة في منهجيته العلمية. أما في رسالته الثانية، حول الفلك، وكما نعلم، لم يلجأ إلى أية تجربة؛ وتكمن أهمية هذه التساؤلات في فهم الأفكار التي تركز عليها الطريقة العلمية، ليس فقط أفكار ابن سهل بل أفكار خليفته ابن الهيثم أيضاً، والذي استعمل بكثرة هذا التعبير حيث أعطاه معاني عديدة ومن بينها معناه التقني.

وبالفعل، فمنذ نصف قرن مضى، أشار مصطفى نظيف إلى أن الفعل «اعتبر» مع مشتقاته المختلفة تنتمي في الواقع إلى مصطلح البصريات التقني لابن الهيثم. وأبدى فيدمان (Wiedemann)، وبشكل مستقل، ملاحظة مشابهة، كما أن كثيرين من المؤلفين الآخرين لفتوا النظر إلى الترجمة اللاتينية للعبارة التالية: اعتبر (experiri)، اعتبار (experimentatio)، معتبر (experimentator). ولنر ما كتبه مصطفى نظيف: «تجِب الإشارة إلى أن ابن الهيثم استعمل تعبيراً خاصاً عبّر فيه عن معنى التجربة [experiment]، مذكورة بالانكليزية في النص] بحسب المصطلح الحديث. لقد أشار إليها بكلمة «الاعتبار». وسمى الشخص الذي يجري التجربة: «المعتبر». وقال عن الشيء المطابق للحقيقة: الصادر عن التجربة «الاثبات الاعتبار» كي يميزه عن الإثبات بالقياس. إضافة إلى ذلك فقد تبيّن «للاعتبار» مهمتين في البحث العلمي؛ الأولى هي استقراء القواعد والقوانين العامة، والثانية هي التحقق من أن النتائج المستنتجة هي صحيحة»<sup>(٣)</sup>. [انظر: مصطفى نظيف، «الحسن بن الهيثم والنهاية العلمية منه وأثره المطبوع على علم اللوا»، محاضرة أقيمت في ١٢ نيسان/ أبريل ١٩٣٩، ص ١٤]. ثم يعيد مصطفى نظيف تفسيره هذا بتعابير مشابهة لهذه التعابير بعد بضع سنين. [انظر: مصطفى نظيف، الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية، ٢ ج (القاهرة: جامعة فؤاد الأول، ١٩٤٢ - ١٩٤٣)، ص ٤٣ - ٤٨]. لقد قُبِلت تأكيدات مصطفى نظيف من قبل دارسي تاريخ ابن

(٣) أعلنت صياغة هذه الفقرة إلى العربية عن الفرنسية (لترجم).

الهيثم كما هي أو مع بعض التعديلات تبعاً للحالة. [انظر: Saleh Beshara Omar, *Ibn al-Haytham's Optics* (Chicago: Bibliotheca Islamica, 1977); Rushdi Rashid: «Optique géométrique et doctrine Optique chez Ibn al-Haytham», *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 6, no. 4 (1970), et «Lumière et vision: L'Application des mathématiques dans l'optique d'Alhazen», dans: *Roemer et la vitesse de la lumière* (Paris: Ed. R. Taton, 1978); Matthias Schramm, *Ibn al-Haytham's Weg zur Physik*, Boethius; Texte und Abhandlungen zur Geschichte der Exakten Wissenschaften; Bd.1 (Wiesbaden: Fraj Steiner, 1963), and A. I. Sabra, «The Astronomical Origin of Ibn al-Haytham's Concept of Experiment», papier présenté à: *Actes du congrès international d'histoire des sciences, Paris, 1968* (Paris: [s. n.], 1971). فمصطلح ابن الهيثم التقني بدعي لدرجة أن أحداً لا يستطيع الاعتراض عليه. يأتينا إثبات إضافي من القرنين الثاني عشر والثالث عشر، أي من مترجم كتاب المناظر إلى اللاتينية ومن شارحه في نهاية القرن الثالث عشر، كمال الدين الفارسي. لقد وجد الأول بدوره مصطلحاً آخر كي يعبر عن هذه التعابير: *experire, experimentator, experimentare*, بينما استعمل الثاني وبكثرة هذا التعبير وطوّع معناه التقني *experimentatio*... باستعمال منهجي. لكن هذا المصطلح لم يخص للاستعمالات التقنية فقط عند ابن الهيثم وكذلك عند كمال الدين الفارسي، بل اشتمل على مداليل أخرى للمعنى الشائع. وباختصار، فقد أبرز هذا المصطلح التقني مسألتين متلازمتين، الأولى هي فقه لغوية، والأخرى منطقية، ومن الضرورة تفحصهما، باقتضاب على الأقل، لكي نفهم بشكل أفضل المعاني التي يعلقها باصطلاحاته.

لقد بينا في: Rashid, «Lumière et vision: L'Application des mathématiques dans l'optique d'Alhazen», بصريات ابن الهيثم والفارسي جملة من المعاني المتعلقة بطبيعة العلاقات بين الهندسة والفيزياء، أي بحسب قدرة تطابق المعلومات الفيزيائية مع الرياضيات. وهكذا يتغير معنى المصطلح في أعمال ابن الهيثم وخلفائه بتغير الموضوع، فمن البصريات الهندسية، إلى البصريات الفيزيائية، إلى البصريات الارصادية أو إلى نظرية الابصار. لقد استطعنا تبيان أن التجربة، في البصريات الهندسية، هي عبارة عن تركيب تجريبي معقد نوعاً ما ومخصص للمراقبة التقنية للإثباتات المجرية سابقاً على المستوى

اللغوي بواسطة الهندسة؛ أما في البصريات الفيزيائية التي يعترها الغموض والتباس دلالة الألفاظ للمفاهيم، فنرى أن ابن الهيثم يعني «التجربة» إرجاع هذه المفاهيم الناقصة والمشوهة، بواسطة الهندسة إلى الحقل التجريبي الذي يشكل وحده مكان وجودها؛ هذه هي مهمة النموذج الميكانيكي مثلاً لتفسير ظاهرة الانعكاس أو الانكسار؛ أو هدف التجارب المخصصة لبيان أن الألوان تنتشر مثل الضوء. بينما تغطي كلمة «تجربة» في نظرية الإبصار، في الأساس مراقبة بسيطة. هذا التنوع في المعنى الذي يبدأ بالمراقبة البسيطة، ثم بالتجربة بمعنى المراقبة التجريبية، وحتى بمعنى إنتاج نموذج مختصر للظاهرة. كما حدث في ما بعد مع الفارسي لتفسير ظاهرة قوس قزح. هذا التنوع هو أساسي لفهم مصطلح العصر، حيث يجد منشأه في العلاقات بين الرياضيات ونظرية الحدث. فإذا أردنا إذناً للتخلص من الوهم الفيلولوجي، الذي يرى في دوام الاصطلاحات رسوخاً واستمراراً للمعنى، فيجب علينا التيقظ الشديد إلى تركيب هذه الاصطلاحات وإلى تحولاتها.

نتساءل بادئ ذي بدء هل سبق لهذه الاصطلاحات، أو للرئيسة منها على الأقل، أن استعملت ليس فقط قبل ابن الهيثم، ولكن قبل ابن سهل في البصريات أولاً ثم في بقية العلوم التي اتخذت طابعاً رياضياً واستطاعت أن تشكل مصدراً لابن سهل؟ في الحالة هذه، ويعترف ابن سهل نفسه، نعرف بأنه قد أطلع على الترجمة العربية لكتابات بعض علماء الانعكاس القدماء، والذين لم يسمهم، كما أطلع على المقالة الخامسة من كتاب المناظر لبطليموس. لذلك أصبح من الجائز الافتراض أنه كان على علم مسبق بأعمال أسلافه العرب في البصريات.

إن تفحص أعمال الانعكاسيين اليونان والتي ترجمت إلى العربية، أو التي عُرفت بطريقة غير مباشرة من الانعكاسيين العرب - إقليدس، ديوقليس، هارون، ثايون، أنثيميوس التريالي، ديدم وأخر يُدعى «دترومس»... - يظهر لنا أن الاصطلاح كان غائباً، حتى في الأماكن التي ترقب وجوده فيها. فمثلاً في مقدمة كتاب ثايون الاسكندري تنقيح المناظر فقد كتب: «تلاحظ جميع هذه الأحداث بالشكل الأكثر وضوحاً في الظروف الاصطناعية...» [٤٧/٧]. يرجع ثايون هنا إلى الظواهر المراقبة كالظلال أو التي جرت عليها التجربة كالضوء الساقط من خلال شق، كي يتحقق من الانتشار المستقيم. فلم يذكر أي اصطلاح خاص يعبر به عن هذه التجربة؛ كذلك فإن الانعكاسيين وعلماء فكروا بصنع المرايا المحرقة انطلاقاً من النماذج المدروسة هندسياً، لم يستعملوا اصطلاحاً خاصاً



عند شروعهم بعملية الإحراق، أي عندما كانوا يشرعون بالتجربة. إن تفحص النصوص اليونانية التي بقيت أو الترجمة العربية للبعض منها يثبت غياب هذا الاصطلاح. فلا يحق لابن سهل أن يستعير من مجموعة النصوص الانعكاسية هذه اصطلاح «التجربة» هذا.

لنعود إذاً إلى كتابات أسلافه العرب. إن ضياع النص العربي الأصلي لكتاب المناظر (*De aspectibus*) للكندي يحرماننا من مصدر مهم غني بالمفردات. لكن تفحص الترجمة اللاتينية لهذا الكتاب لا يوحي أبداً بوجود اصطلاح مماثل لهذا في النص العربي. حتى في المكان الذي يعيد فيه ترجمة ثابون الاسكندري المذكورة آنفاً فإنه لم يستعمل هذا الاصطلاح. كما أن بقية كتابات الكندي العربية التي سلمت وبصورة خاصة كتابه المرايا المحرقة لم تحتج على اصطلاحات مماثلة أيضاً.

واستناداً إلى لغة بصريات القرن التاسع فإننا نجد أنفسنا أمام مفردات لغة مختلفة كل الاختلاف عن هذه الأخيرة، ومن المحتمل جداً أن تكون مستعارة من لغة ترجمات كتب علم النجوم، ككتاب المجسطي (*Almageste*) مثلاً لبطليموس ومن لغة أصحاب الارصاد العرب. وبالفعل ففي رسالة لم تُدرس قط حتى الآن وعنوانها: «في علل ما يعرض في المرايا»، [انظر: قسطا بن لوقا، كتاب في علل ما يعرض في المرايا المحرقة من اختلاف المناظر (مشهد، اسطانبول، ١٩٩٢)، ورقة ٧]، فقد استعمل قسطا بن لوقا، معاصر الكندي، ولمرات عدة الاصطلاحين «امتنح» و«محنة» كي يحقق بالتجربة المبنية على الملاحظة والاختبار بعض المعلومات الانعكاسية. وهكذا لمعرفة ما إذا كانت المرأة مستوية تماماً، فأول امتحان يقضي بملاحظة شكل الجسم الذي يجب أن يبقى من دون تغيير إذا ما تغيرت المسافة بين المرأة والجسم؛ أما الامتحان الثاني فهو تفحص كيفية ارتداد أشعة الشمس على المرأة. وفي هذا المثل كما في الكثير من أمثاله المطبقة ليس فقط على المرأة المستوية بل وأيضاً على المرأتين المقعرة والمحدبة، يشير الفعل «امتنح» والاسم «محنة» إلى نوع من التحقق والمراقبة بالحواس لحقيقة المعلومات. إذاً استعمل هذان الاصطلاحان في ذلك العصر وبهذا المعنى في المفاهيم المتغيرة جداً، كما تشهد على ذلك كتابة ثابت بن قرة في: الرسالة للشوق إلى العلوم (طهران، مالك، ١٦٨٨)، ورقة ٧ وما بعدها.

ويقودنا استقصاؤنا، الذي لم نذكر منه سوى بعض الدلائل، إلى الاستنتاج انطلاقاً من النصوص الانعكاسية التي وصلتنا، بأن المصطلحين «الاعتبار» و«الامتحان» لا يدلان على الشيء نفسه، ومن ناحية أخرى لم يُعرف الاعتبار لا في المدارس الانعكاسية اليونانية أو العربية حتى أوائل القرن العاشر، نضيف إلى ذلك أن هذا الغياب هو مثبت في أعمال علماء الانعكاس في القرن العاشر مثل عُطارد [Rushdi Rashid, Dioclès, Anthémios de Tralles, Didyme et al.: *Sur les miroirs ardents*] ومصنف النخب أحمد بن عيسى في كتاب المناظر والمرايا المحرقة على مذهب اقليدس في حلل البصر، ومن المحتمل جداً أن يكون من القرن العاشر لأنه يقتبس قضايا من رسالة الكندي حول المرايا المحرقة. استعمل أحمد بن عيسى مرة واحدة الاصطلاح «اعتبر» في معناه العام وليس في معناه التقني.

لنرجع الآن إلى كتاب المناظر لبطليموس. فالحالة هي دقيقة للغاية هنا، لأن هذا الكتاب قد وصلنا بترجمته اللاتينية المأخوذة عن العربية والمفقودة حتى الآن، كما أن الأصل اليوناني مفقود أيضاً. وهذا يعني أنه لا يوجد تحليل فيلولوجي يستطيع الزعم بالتوصل إلى نتائج أكيدة لأنه يفترض أن المترجم العربي أعطى اصطلاح بطليموس نفسه، ويدوره فقد تصرف المترجم اللاتيني بالشيء نفسه. وبعد الأخذ بهذا التحفظ، نشير أولاً إلى أنه في مقطع من المقالة الخامسة يذكرنا به ابن الهيثم نقراً: «ثم يقول [بطليموس] في آخر المقالة الخامسة: تصنع ثلاثة أوعية من الزجاج النقي والشفاف. شكل أحدها مكعب، وشكل الثاني أسطواني محدب، أما الثالث فسطحه أسطواني مقعر. ثم يقول [بطليموس]: نملؤها ماء، ونغمس فيها مساطر و«تعتبر» أشكالها»<sup>(٤)</sup>. [انظر: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، الشكوك على بطليموس، تحقيق عبد الحميد صبره ونبيل الشهابي؛ تصدير إبراهيم مذكور (القاهرة: مطبعة دار الكتب، ١٩٧١)، ص ٦٩]. فمن البديهي أن تعني «اعتبر»: تفحص بالتجربة وهذا التفحص مرتبط بجهاز مصنع لهذه الغاية. ومن الجلي أن ابن الهيثم يلخص هنا نص بطليموس بتعابير من الترجمة العربية. فالترجم اللاتيني يعيد بدوره الجملة، الأهمية ذاتها بالنسبة إلينا: «considerantes de Claudius Ptolemaeus, L'Optique de Claude diversitatibus formarum...» [انظر Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile, éd.

(٤) أعدت هذه الفقرة لابن الهيثم إلى العربية عن الفرنسية (لترجم).

par Albert Lejeune, Université de Louvain, recueil de travaux d'histoire et de philologie; 4 sér. fasc. 8 (Louvain: Bibliothèque de l'Université, bureaux du recueil, 1956), p. 261. فإذا تُرجمت «اعتبر» (considérer) هنا، فلقد استعمل experimentum خمس مرات ليُعبّر عن المصدر «اعتبار»، مرة واحدة إيان دراسته عن الانعكاس، وأربع مرات عن الانكسار، فلهذه المناسبات الخمس معنى مشترك مع المناسبة التي أثارها استشهاد ابن الهيثم: ألا وهي التجربة التي تحصل بألة مصممة لهذه الغاية.

وهكذا يكتب بطليموس في كتابه المناظر [٩١، ١٣]: «ولكن هذا يكون أكثر ظهوراً ووضوحاً للبصر، وما قلناه يظهر أكيداً بالتجربة [experimentum]». يصف هنا بطليموس جهازه التجريبي الشهير [٩٢] كي يحقق قوانين الانعكاس. ثم يكتب في [٢٧٧، ٢] «تحدث كمية الانكسار التي تحصل في الماء والرئية بحسب هذه التجربة التي تتم بواسطة صفيحة من النحاس كنا قد أعدناها لنلاحظ الذي جرى للمرايا». وهنا كما في [٢٣٢، ١] و [٢٣٦، ٦] أي الاختبار بواسطة الجهاز الشهير والمصمم لدراسة الانكسار. ويمكن القول إنه في جميع هذه المناسبات حيث يستدعي الاختبار استعمال الجهاز الشهير ذكر الاصطلاح، وإن أكثرية المناسبات مرتبطة بدراسة الانكسار.

ولكن ما هو الاصطلاح العربي الذي نقله المترجم -الأمير أوجين الصقلي- إلى اللاتينية وعبر عنه بكلمة experimentum؟ التخمين الأكثر احتمالاً هو كلمة «اعتبار» أولاً لأن هذه الكلمة تنتمي إلى مفردات لغة الترجمة وقد شهد بذلك، كما يبدو، ابن الهيثم في استشهاد؛ ثم بسبب استعمال العصر: فقد لجأ المترجم اللاتيني لكتاب المناظر لابن الهيثم إلى هذا المصطلح للدلالة على الكلمات العربية؛ وأخيراً بسبب ملاءمة المعنى بين experiri وبين ما ترمي إليه الكلمة العربية. ومهما يكن، فإذا صح هذا التخمين، يكون التاريخ قد سار بحسب البيانة التالية: يكون ابن سهل قد استعار الاصطلاح من كتاب المناظر لبطليموس في المعنى الذي أورده هذا الكتاب أي مرتبطاً باستعمال جهاز (organon) الذي باستطاعته تجنيد إحداث، أو على الأقل تجزيء ظاهرة الانتشار الضوئي للتحقق من عمله والمعروف قبلاً بواسطة الهندسة. فقد لجأ ابن سهل إلى هذا المصطلح كما فعل بطليموس أيضاً في هذا الوضع، وهذا ما يفسر كثرة استعماله في الانكساريات. فابن الهيثم المطلع على أعمال بطليموس وابن سهل استعار هو أيضاً هذا المصطلح ليصف هذه

الأوضاع ونظراءها. لكن بما أن التجربة تدخل في إصلاحه كميّار أو كجزء من نظرية الإنبات، فلقد أدخلها في مختلف القطاعات البصرية - الفيزيائية والارصادية ونظرية الإبصار... أي هنالك، حيث تكون العلاقات بين الرياضيات ونظرية الظواهر لم ترتق بعد إلى مستوى البصريّات الهندسية، فلقد أكثر من معاني هذا الاصطلاح نظراً إلى هذه العلاقات في مختلف الميادين البصرية، ولهذا فاصطلاح «اعتبار» يعني تجربة بالمعنى الحقيقي كما يعني تجربة فكرية أو ملحوظة مباشرة تثبت القاعدة. ونفهم عندئذ لماذا أصبح هذا المصطلح ذا استعمال كبير أكثر بكثير من استعمال أسلافه له. كما نفهم أيضاً غياب هذا المصطلح قبل الترجمة العربية لكتاب المناظر لبطليموس. فلم نر إلا الكندي ولا قسطين لوقا قد استعملاه قط من قبل.

[٢٨، ١٥] يظهر هذا المقطع أن ابن سهل يعرف تكافؤ تحديدي القطع الزائد، بالقطر والضلوع القائم من جهة وبخاصة ذات البؤرتين من جهة أخرى، وكذلك خاصة المماس التي لا يلحظ أي ضرورة لبرهنتها.

[٣١، ٢] يأخذ ابن سهل معطية أن النقاط  $A, K, B, L$  هي على خط مستقيم محقة  $BK = BL$  وأن  $AK/AB$  تساوي عكس قرينة انكسار البلور.

[٣١، ٦] وهكذا تحقق النقطة  $N$  المنشأة  $NA - NL = AK$  حيث إن  $AK$  هو طول معطى. ومعنا أيضاً  $BA - BL = AK$ ، فإذا  $N$  و  $B$  تنتميان إلى القطع الزائد ذي البؤرتين  $A$  و  $L$  وذو الرأس  $B$ .

[٣٤، ١٤] يفسر ابن سهل، في هذه الفقرة بأن الجزء متغيّر الشكل مثبت في النقطة  $P$  إلى الدائرة ذي المركز  $A$  والتي هي ثابتة، وفي النقطة  $T$  على المقطع  $UT$  المتصل بالمقطع  $LU$ ، والنقطة  $L$  هي ثابتة أيضاً.

[٣٦، ٧] يثبت ابن سهل في هذا البرهان بالخلف أن الفرضيات الثلاث التالية هي متعارضة:

- تنتمي  $N$  إلى المنحني المسمّى «الانتقال من  $B$  إلى  $N$ ».

- تنتمي  $B_K$  إلى المنحني نفسه.

-  $NB_K$  متعامد مع  $AL$ .

[٣٦، ١٦] «خط  $L$  بك بث»؛ كما في دراسة  $N$ ،  $LB_K B_V = UT$ .

[٣٨، الشكل رقم (١٥)] رسم الناسخ الشكل رقم (١٥)، من دون أن يضع الأحرف، على الورقة ١٨<sup>ط</sup>، ويستعيده على الورقة ١٩<sup>ط</sup>.

[٤٠، ٢] «خط بك» يفترض هنا أن  $B_K$  موجودة على القوس  $BN$  وأن  $B_W$  هي نقطة التقاطع بين المستقيم  $AB_K$  والدائرة  $(A, AK)$ ، يكون معنا عندئذ  $AB_K - LB_K = AK$  لأن  $LB_K = B_K B_W$ .

[٤٠، ٤] انظر الصفحة ٣٦.

[٤٢، ٤]  $AC_g - LC_g = AC_1 = AK$  لأن  $A$  و  $L$  هما البؤرتان.

[٤٢، ٦] بالفعل، كون  $C_n$  على القوس  $BC_b$ ، يكون معنا  $C_m C_n = LC_n$ . لكن  $C_n$  هي بين  $C_m$  و  $C_k$ ، لذلك:

$$C_m C_n = C_m C_k - C_n C_k$$

لكن:

$$AC_k = AC_m + C_m C_k < AC_1 + C_k C_b$$

لذلك:

$$C_m C_k < C_k C_1$$

وأيضاً:

$$C_m C_k < LC_k.$$

يكون معنا إذاً:

$$C_m C_n < LC_k \cdot C_n C_b$$

ومعنا في المثلث  $LC_k C_n$ :

$$LC_k - C_n C_k < LC_n$$

لذلك:

$$C_m C_n < LC_n.$$

[٤٥، ٢] وبالفعل  $C_7 C_8 > LC_8$  وبحسب ما تقدم لذلك، يكون معنا:

$$C_7 C_8 + C_8 C_1 > LC_8 + C_8 C_1$$

وبالتالي:

$$C_1 C_2 > LC_1$$

[٥٣، ٧] أما بالنسبة إلى الترجمة العربية لكتاب المناظر لبطليموس أو لتاريخ إنجازها أو هوية المترجم فإننا نكاد لا نعرف شيئاً عنها. وفي الواقع كان قدر هذا الكتاب فريداً: فقد ضاع الأصل اليوناني، كما فقدت ترجمته العربية المنقولة عن اليونانية ولم يبق سوى الترجمة اللاتينية التي أنجزها الأمير اوجين الصقلي عن العربية في النصف الثاني من القرن الثاني عشر. وبحسب أقوال هذا الأمير فلقد حقق ترجمته مستعيناً بمخطوطتين عربيتين ينقصهما الفصل الأول ونهاية المقالة الخامسة والأخيرة من كتاب المناظر [Ptolemaeus, *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile*, pp. 3 et 8]. أبدت شهادات عربية أخرى كذلك التي لابن الهيثم تأكيدات الأمير اوجين هذه، ولم يدحض أحد هذه المزاعم في الواقع، فالتساؤل هنا عن سبب ضياع هذه الأجزاء من المخطوطة -أو المخطوطات- اليونانية التي وصلت إلى المترجم العربي. نعلم الآن عن هذا الأخير أنه عاش ما بين السنوات السبعين من القرنين التاسع والعاشر. كما يذكر ابن سهل كتاب المناظر هذا في كتابته ٩٨٣-٩٨٥ ميلادية؛ هذا التاريخ متأخر للذين يلمون بتاريخ حركة الترجمة للنصوص العلمية اليونانية. لكن تفحصاً لأعمال الكندي وابن لوقا البصرية من جهة أخرى، يبين عكس ما تأكد، [انظر: Al-Kindi, «Al-Kindi, Tideus und Pseudo-Euclid. Drei Optische Werke», Herausgegeben und Erklärt von Axel A. Björnbo und Seb. Vogl, *Abhandlung zur Geschichte der Mathematischen Wissenschaften* (Leipzig, Berlin), vol. 26, no. 3 (1912), p. 70 sq. and Ptolemaeus, *Ibid.*, p. 29 de l'introduction]. بأنهما لم يعرفا كتاب المناظر لبطليموس -فتفحص معرفتهما في الانكسار يكفي لإثبات ذلك. ومن المحتمل أن تكون هذه الترجمات قد حصلت بين جيل الكندي وابن لوقا وجيل ابن سهل، إذاً خلال الفترة التي ذكرناها آنفاً. تبقى فترة الغموض هذه طويلة ولكننا لا نستطيع اختصارها الآن نظراً إلى امكانية معرفتنا المحدودة في هذا الموضوع.

لنعود الآن إلى ابن سهل. لقد عقد النية، كما يقول نفسه، على كتابة نوع من الشرح للمقالة الخامسة من كتاب المناظر لكي يجمع مساهماته المختلفة إبان

«تصفحه» هذا الكتاب. موضوع هذه الرسالة هو شفافية الفلك ويبدو أنه مرتبط بالمسائل المثارة في الفقرات من ٢٣ إلى ٣٠، مع الفارق أن ابن سهل يستبعد مسألة الابصار ولا يأتي على ذكر «الشعاع البصري» أبداً.

[٧٠، ٤] لقد حدد ثابت بن قرة في رسالته حول «قطوع الأسطوانة ومسطحها الجانبي» الإسقاط الأسطواني- القضية ٧. أي الإسقاط الأسطواني لشكل مستوي على سطح مستوي مواز لهذا الشكل. لجأ ابن قرة إلى هذا الإسقاط في القضية ٨ من الرسالة المنوه عنها آنفاً ليرهن أن القطوع المستوية لأسطوانة ما بواسطة مستويين متوازيين هي أشكال متساوية. في القضية ١٠ والتي أثارها ابن سهل في الصفحة ٧٢، والتي ترجمناها<sup>(٥)</sup> -الصفحة ٧٠، الملاحظة ٥ - نجد إسقاطاً أسطوانياً لدائرة على مستوي غير مواز لمستوي الدائرة.

فإشارة ابن سهل لنص ثابت بن قرة هذا تثبت، من دون حاجة إلى شرح إضافي، تسلسل الأفكار. يبقى علينا أن نذكر أن القوهي وابن سهل قد درسا بطريقة أكثر شمولية هذا الإسقاط الأسطواني ليس فقط للأشكال المستوية، بل وأيضاً للأشكال الفراغية، حتى وإن اقتصرنا دراستها على إسقاط خطوطها المرسومة على الكرة لمقتضيات الاسطرلاب.

[٧٥، ٣] يتفحص هنا القوهي، كما يذكر ابن سهل، حالة الإسقاط التسطيحي وفيه إسقاط لكل نقطة من الدائرة ما عدا القطب. يعتبر ابن سهل هذه النتيجة معلومة. كما يعرفها، كما تعلم، الصاغاني معاصره. نشير أنه في حالة الاسطرلاب، يحوّل الإسقاط المخروطي الكرة S؛ ذات قطب معلوم، إلى مستواها الاستوائي؛ إذا فهو إسقاط تسطيحي ذو قدرة  $2R^2$ ، حيث R هو نصف قطر دائرة كبرى من S. لاحظنا في الفصل الثالث أن المؤلفين استعملوا في دراستهم هذه القضية ١، ٥ المتعلقة بالمخروطات (قطوع المخروط المستوية بمستويات مصادة للمتمازي). كما يبدو لنا التكلم هنا بلغة التعاكس (inversion) مغلوط تاريخياً. وبالفعل فقد حصل المؤلفون على خاصيتين للتعاكس ونعني: ١ - إن إسقاط الدائرة هو دائرة إذا كان القطب خارج المستوي؛ ٢ - إذا كان القطب نقطة من مستوي الدائرة يكون إسقاط هذه الدائرة المستقيم الذي يشكل تلاقي هذا المستوي مع

---

(٥) يقصد المؤلف أنه ترجمها إلى الفرنسية (لترجم).

مستوي الإسقاط. لكنهم لم يعرفوا، بحسب ما نعلم، على الخاصة التالية: يحافظ التماثل على قيم الزوايا ويصورة خاصة الزوايا القائمة.

[٧٥، ٩] يوضح بيان القوي لهذه القضية [انظر الملحق رقم (٣)] بأن المقصود هو إنشاء الاسطرلاب لأفق محدد - أي أنه معلوم بخط عرضه - إذا ما علمنا الإسقاط A لنقطة معلومة P من الكرة التي تمثل القللك، وقطب هذه الكرة B. فللنقطة P إذا إحداثيات معلومة - السميت والارتفاع بالنسبة إلى هذا الأفق. فإنشاء الاسطرلاب يرجع إلى تحديد مركزه. نستنتج من تحليل القوي أنه إذا كانت B هي القطب، و A هي الإسقاط و G هي مركز الاسطرلاب، يكون المثلث ABG ذا شكل معلوم أي أنه محدد بتشابه ما. ينطلق ابن سهل عندئذ من دائرة ذات مركز E تمثل النقطة C عليها القطب وينشئ للأفق ذي خط العرض المعطى الإسقاط F للنقطة P<sub>1</sub> التي يكون لها إحداثيات P نفسها؛ عندها واستناداً إلى تحليل القوي، يكون المثلث المنشئ CEF مشابهاً للمثلث ABG المطلوب. وهكذا نرى أن إنشاء مركز الاسطرلاب G هو مباشر.

[٧٧، ١٧] تكتب هذه القضية على الشكل التالي: لتكن النقطتان C و D من المقطع AB، عيّن النقطة K من المقطع CD، بحيث:

$$\frac{AK \cdot KD}{BK \cdot KC} = \frac{B}{F}$$

هي نسبة معلومة.

فلتكن G وسط المقطع AD [انظر الشكل رقم (٨) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية]، و H وسط المقطع BC، تأخذ النقطة I على العمود في H على المستقيم AB بحيث:

$$\frac{DG^2}{CI^2} = \frac{B}{F}$$

ونأخذ النقطة L على المستقيم GI بحيث:  $\frac{CG^2}{CL^2} = \frac{B}{F}$ .

عندها نخرج المستقيم IK موازياً لـ CL. ولنبرهن أن K هي النقطة المطلوبة. يفترض الاستدلال أن النقاط الأربع موجودة على الترتيب التالي A، C، D و B؛ فإذا كانت  $K \in ]CD[$ ، تكون عندها  $K \in ]AD[$  و  $K \in ]BC[$

البرهان:

$$IK // CL \Rightarrow \frac{GK}{IK} = \frac{GC}{CL}$$



إذاً يكون معنا:

$$\frac{GK^2}{IK^2} = \frac{B}{F}.$$

لكن النقطة G هي في وسط المقطع AD ومعنا  $K \in ]AD[$ ، لذلك يكون

معنا:

$$(1) KA \cdot KD + KG^2 = GD^2,$$

ومن ناحية ثانية، بما أن H هي في وسط BC وكما أن  $K \in ]BC[$ ، فيكون

معنا:

$$(2) KB \cdot KC + KH^2 = HC^2.$$

لنضف  $HI^2$  إلى طرفي المعادلة (2)، فنحصل على:

$$(3) KB \cdot KC + IK^2 = IC^2.$$

نستنتج من المعادلتين (1) و (3):

$$\frac{KA \cdot KD + KG^2}{KB \cdot KC + IK^2} = \frac{B}{F}.$$

لكنه معنا:

$$\frac{CK^2}{IK^2} = \frac{B}{F},$$

فإذاً يكون:

$$\frac{KA \cdot KD}{KB \cdot KC} = \frac{B}{F},$$

والنقطة K هي إذاً النقطة المطلوبة.

نشير إلى أن بيان القضية لا يحدد المواضع النسبية للنقطتين D و H من جهة، والنقطتين C و G من جهة أخرى.

تحدد النقطة I على العمود في النقطة H على المستقيم AB بالمعادلة:

$$\frac{DG^2}{CI^2} = \frac{B}{F}.$$

ولكي تكون النقطة I موجودة، يجب أن تتحقق المتباينة:

$$CI > CH;$$

$$DG = \frac{1}{2} AD \quad \text{ولكن}$$

$$CH = \frac{1}{2} BC \quad \text{وكذلك}$$

$$AD^2 > \frac{E}{F} \cdot BC^2. \quad \text{يجب إذاً:}$$

إذا وُجدت I، بإمكاننا إنشاء النقطة L على CG، وموضعها مرتبط بـ  $\frac{E}{F}$ .

ليس الإنشاء، الذي أشار إليه ابن سهل، ممكناً دائماً. ومع ذلك، فللقضية دائماً حل وحيد إذا كانت النقاط الأربع بالترتيب التالي: A و C و D و B.

وبالفعل، إذا أخذنا النقطة A كأصل على المستقيم المعطى وإذا اعتبرنا القيم c و d و b و x على التوالي الفواصل للنقاط D و C و B و k. ولنفترض:

$$b > d > x > c > 0.$$

فيكون حل القضية هو حل للمعادلة التالية:

$$\frac{x(d-x)}{(b-x)(x-c)} = \frac{E}{F} \Leftrightarrow x^2(E-F) + x[Fd - E(b+c)] + Ebc = 0.$$

$$\text{فلنضع: } f(x) = x^2(E-F) + x[Fd - E(b+c)] + Ebc$$

يكون معنا إذاً:

$$f(c) = Fc(d-c) > 0$$

وكذلك:

$$f(d) = E(d-b)(d-c) < 0;$$

فيكون للمعادلة من الدرجة الثانية جذران، بحيث أحدهما يحقق  $c < x < d$ ؛ وبذلك نستنتج أن للقضية إذاً حلاً واحداً دائماً.

[٥، ٧٩] نُكتب هذه المسألة بالشكل التالي: لتكن النقطة C (الشكل رقم ٩) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية) على المقطع المعطى AB، المطلوب هو تحديد النقطة L على المقطع CB بحيث:

$$\frac{CA \cdot CL}{AL \cdot BL} = \frac{D}{E}.$$

هي نسبة معطية.

لتكن النقطة K في وسط المقطع AB، ثم نحدد على التوالي النقطة G، والمقطع H والنقطة I والنقطة L بالمعادلات التالية:

$$\frac{AC \cdot CG}{BK^2} = \frac{D}{E}, \quad \frac{AC}{KG} = \frac{D}{H}, \quad \frac{GI^2}{KI^2} = \frac{H + (E/4)}{E/4}, \quad IL = IK,$$

ولنبرهن أن L هي النقطة المطلوبة.

تبيّن العلاقة التي تحدد النقطة I أن  $GI > IK$ ، إذاً تكون النقطة L بين G و I، ولذلك نستطيع أن نكتب:

$$GK \cdot GL + KI^2 = GI^2,$$

عندئذ يكون معنا:

$$\frac{GK \cdot GL + KI^2}{KI^2} = \frac{H + (E/4)}{E/4},$$

وبذلك نحصل على:

$$\frac{GK \cdot GL}{KI^2} = \frac{H}{E/4}$$

ونحصل أيضاً على:

$$\frac{GK \cdot GL}{KL^2} = \frac{H}{E}.$$

ولكن:

$$\frac{D}{H} = \frac{AC}{KG} = \frac{AC \cdot GL}{GK \cdot GL},$$

فإذاً، تكون المعادلة:

$$(1) \quad \frac{AC \cdot GL}{KL^2} = \frac{D}{E}.$$

معنا أن النقطة K هي في وسط المقطع AB، فإذا كانت L بين A و B، يكون معنا إذاً:

$$AL \cdot BL + LK^2 = BK^2,$$

ونحصل على المعادلة:

$$(2) \quad \frac{D}{E} = \frac{AC \cdot CG}{AL \cdot BL + LK^2} = \frac{AC \cdot CL + AC \cdot GL}{AL \cdot BL + LK^2}.$$

نستنتج من المعادلتين (1) و (2):

$$\frac{AC \cdot CL}{AL \cdot BL} = \frac{D}{E},$$

تستجيب النقطة L إذا للمسألة المطروحة.

نلاحظ أولاً أن موضع النقطة G هو محدد بالطول CG الذي يرتبط بالنسبة  $\frac{D}{R}$ . بإمكاننا افتراض وجود النقطة G على امتداد المقطع AC، لكن إذا كانت المتباينة  $CG < CB$  محقة، عندها يمكن للنقطة G أن تكون بين C و B، أما إذا كانت المتباينة  $CG > CB$  فتكون G وراء النقطة B. وإذا افترضنا أن النقطة I بين النقطتين G و K، عندها تكون النقطة L بين G و I.

أخذ ابن سهل G بين C و B، عندها أضحت L على المقطع BC، وبذلك يتحقق البرهان والنقطة L تستجيب للمسألة.

لكن المؤلف لا يبرهن أبداً أن النقطة L، التي هي على المقطع GI، هي بالضرورة على المقطع BC.

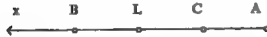
نشير بالتالي إلى أنه يمكن حل هذه المسألة بمعادلة من الدرجة الثانية.

وبالفعل، فلنأخذ على نصف المستقيم Ax النقاط B، C و L ذات الفواصل الإيجابية على التوالي b، c و x والتي تحقق المتباينات:  $0 < c < x < b$ . لنفترض أن  $\frac{D}{R} = K$  تكون بذلك معادلة المسألة المطروحة هي التالية:

$$\frac{c(x-c)}{x(b-x)} = K,$$

والتي نكتب بالشكل التالي:

$$Kx^2 + x(c-bK) - c^2 = f(x) = 0.$$



تعطي هذه المعادلة جذرين  $x' < 0 < x''$ . يجب على الجذر الموجب أن يحقق المتباينة  $c < x' < b$  لذلك يجب إذا أن يكون معنا:

$$f(c) < 0 \Leftrightarrow Kc(c-b) < 0 \Leftrightarrow c < b,$$

$$f(b) > 0 \Leftrightarrow c(b-c) > 0 \Leftrightarrow b > c.$$

فهذان الشرطان هما محققان، وللمسألة حل دائماً.

[٢١، ٣] معطيات هذه المسألة هي: دائرة L، نقطة A خارج هذه الدائرة، زاوية DEM. والنسبة  $\frac{DE}{EM}$  [انظر الشكل رقم (١٠) من النص الرابع، انظر ملحق

الأشكال الأجنبية]. المطلوب هو إخراج مستقيمين من النقطة A يلاقيان الدائرة في B و C بحيث تكون الزاوية  $\angle BAC$  تساوي الزاوية  $\angle DEM$  و  $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{EM}$ .

لتكن النقطة G على امتداد ED، نعيّن على القوس الكفوء HIN للزاوية MDG على الدائرة، ثم ننشئ، على نصف المستوي HIN، وعلى HN قوساً كفوءاً للزاوية DEM.

لتكن K النقطة المشتركة لهذا القوس والدائرة (L.A). يلقى المستقيم HK هذه الدائرة L على النقطة I. ثم نُخرج من L نصفي مستقيمين اللذين يلاقيان الدائرة على التقاطعين B و C بحيث إن:

$$\angle ALC = \angle KLN \text{ و } \angle ALB = \angle KLI.$$

حيثُذا يكون معنا:  $BL = IL$ ،  $AL = KL$  و  $\angle ALB = \angle KLI$  ويكون المثلثان ALB و KIN متساويين بالقياس، ولذلك يكون:

$$AB = KI \text{ و } \angle BAL = \angle IKL$$

كما نبرهن بالطريقة نفسها أن:

$$AC = KN \text{ و } \angle CAL = \angle NKL$$

ونستنتج من ذلك الزوايا التالية:

$$\angle BAC = \angle IKN = \angle MED.$$

ومن ناحية أخرى بما أن:

$$\angle HIN = \angle MDG \text{ ، لذلك نحصل على } \angle MDE = \angle NIK.$$

لكن مساواة الزاويتين  $\angle MED = \angle IKN$  تعطينا أن المثلثين EMD و KNI هما متشابهان، إذاً يكون معنا:

$$\frac{KI}{KN} = \frac{ED}{EM}.$$

لكن بما أن  $AB = KI$  و  $AC = KN$ ، إذاً نحصل على النسبة:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{ED}{EM}.$$

فإذا وُجدت النقطة  $K$ ، يحدّد هذا الإنشاء النقطتين  $B$  و  $C$  اللتين تستجيبان للمسألة.

لتكن النقطة  $P$  نقطة التقاء وسيط المقطع  $HN$  والقوس الكفوء، يكون إذاً:

إذا  $LA > LP$ ، تكون النقطة  $K$  غير موجودة.

إذا  $LA = LP$ ، عندها  $K = p$ ؛ وللمسألة حل واحد.

إذا  $LA < LP$  يكون للمسألة حلان.

نشير إلى أن النقطة  $I$ ، وهي نقطة التقاء المقطع  $HK$  بالدائرة ذات المركز  $L$ ، بإمكانها أن تكون على أحد القوسين الموصولين بالمقطع  $HN$ ، أو على النقطة  $H$  عندئذ يكون المستقيم  $KH$ ، في هذه الحالة الأخيرة، مماساً للدائرة  $L$ . ويكون معنا في الحالات الثلاث  $\angle KIN = \angle MDE$ .

[٨٢، ١٥] معطيات هذه المسألة هي: الدائرة  $K$  والنقطة  $A$  خارج هذه الدائرة والزاوية  $\angle DEM$  وطول  $G$ . المطلوب هو إخراج مستقيمين من  $A$  [الشكل رقم (١١)] من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية] واللذين يلقيان الدائرة على  $B$  و  $C$  حيث إن:

$$BC = G \text{ و } \angle BAC = \angle MEN$$

لنخرج وتراً حيثما اتفق  $HI$  ذا طول  $G$ ، ولننشئ على  $HI$  قوساً كفوءاً للزاوية  $\angle MED$ . ولنخرج الدائرة  $(K, AK)$ . ولتكن  $N$ ، إذا وُجدت نقطة مشتركة لهذه الدائرة وللقوس الكفوء. وليكن المستقيمان  $KB$  و  $KC$  خارجين من  $K$  بحيث إن  $\angle AKC = \angle NKI$  و  $\angle AKB = \angle NKH$ .

عندها يكون المثلثان  $NHK$  و  $ABK$  متساويين بالطول، وكذلك المثلثان  $NIK$  و  $ACK$  من جهة، والمثلثان  $HKI$  و  $BKC$  من جهة أخرى. فإننا نستنتج من ذلك أن:

$$BC = HI = G \text{ و } \angle MED = \angle HNI = \angle BAC$$

نشير إلى أن وسيط المقطع  $HI$  يقطع القوس الكفوء على النقطة  $N_1$ .

فإذا كان معنا  $AK > AN_1$ ، تكون المسألة من دون حل.

أما إذا كان معنا  $AK = AN_1$ ، يكون المثلث  $HN_1I$  متساوي الضلعين وكذلك المثلث  $ABC$  والمحور هو  $AK$ .

وإذا كان معنا  $AK < AN_1$ ، فعندها تلقي الدائرة  $(K, AK)$  القوس الكفوء على نقطتين  $N$  و  $N'$  متناظرتين بالنسبة إلى وسيط القطع  $KN_1$ . وفي هذه الحالة يكون للمسألة حلان متناظران بالنسبة إلى  $AK$ .

[٨٣، ١٠] «صورة»، بالنسبة إلى معنى هذا المصطلح في كتاب المناظر لابن الهيثم [انظر: Rashid, «Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al-Rashid, Haytham», pp. 278-280].

[٨٥، ١٠] «زاوية كـ أ أصغر من زاوية كـ هـ ط». الانكسار الحاصل من الوسط الكثيف إلى الوسط اللطيف، يعطي بحسب ابن الهيثم  $d < (i + d)/2$ . إلا أن هذه الحالة ليست دائماً محققة [انظر: Rusdhi Rashid, «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique», *Revue d'histoire des sciences*, no. 21 (1968), p. 204]. بالتالي، فهذا البرهان غير صحيح دائماً مع أن الشرط  $d < i/2$  هو محقق في حالة التجارب والأجهزة المستعملة. فقد تفحص مصطفى نظيف هذه الحالات المختلفة [انظر: نظيف، الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية، ص ٧٤٤ - ٧٧٣].

[٩١، ٩] إذا كانت النقطة  $A$  مرئية والنقطة  $B$  هي العين، فالانكسار لا يحصل إلا في مستوي قطري، كما في السابق.

يطبق ابن الهيثم مبدأ الرجوع الماكس للضوء (العودة المتطابقة) ويستنتج منه أن لنقطتين معطيتين  $A$  و  $B$ ، تكون النقطة  $B$  وحيدة في الحالة الثانية كما في الأولى.

[٩٢، ١١] وبالفعل فالقصد هو الحد الأقصى للنسبة  $i/d$ . إلا أن هذه النسبة هي دالة متناقصة مع  $i$  في المجال  $[0, i_0]$ ،  $i_0$  هي القيمة الحد لـ  $i$  [المصدر نفسه، ص ٢٠٣-٢٠٤]. عندما تكون  $i$  قريبة من الصفر، تكون النسبة  $i/d$  في حدها الأقصى. يكون معنا إذا في هذه الحالة:

$$i = nr, \quad d = r - i = \frac{1}{n}i - i = i\left(-\frac{1}{n} - 1\right) = i \cdot \frac{1-n}{n},$$

وعندما تميل  $i \rightarrow 0$ ،  $\frac{i}{d} \rightarrow \frac{n}{1-n}$ ، وهو حلها الأقصى.  
 إذا  $n = \frac{2}{3}$ ، تكون القيمة القصوى لـ  $\frac{i}{d}$  تساوي ٢، لذلك يجب أن تكون في هذه الحالة:

$$\angle GKE = 4 \angle KHI.$$

[٩٣، ٩] يجب أن نفترض هنا، وكما فعل ابن الهيثم ضمناً، أن  $i$  قريبة من الصفر وأن  $\angle GKE = i/d$ . لكن  $i/d$  تظل أصغر من حدها الأقصى، إذاً  $d = \angle GKE$  مع  $d > \angle GKE$ . وهكذا فالشعاع المنشأ EA لا يعطي إلا عل وجه التقريب الشعاع المنكسر المقرون بـ BE. وكلما اقتربت E من C، كلما تحسنت المقارنة. فالزاوية  $\angle HEA$  التي حصلنا عليها يقسمها الخط BL في النسبة.

$$m = \frac{\angle HEL}{\angle LEA} \text{ وهو الحد الأقصى لـ } \frac{1}{d}.$$

نجد الإشارة إلى أن الفارسي، في شرحه كتاب المناظر لابن الهيثم [انظر: كمال الدين الفارسي، تنقيح المناظر للنوي الأبصار والبصائر، مج ٢، ص ١٧٤]، لاحظ أن زاوية الانحراف لا تستطيع أن تكون أصغر من الزاوية  $\angle LEA$ .

وبالعكس، إذا كانت النقطة A ثابتة، فلكل نقطة B نقرن زاوية  $\angle AEH$ . إذا كان القوس CE صغيراً بما فيه الكفاية وإذا قسمنا  $\angle HEA$  في النسبة  $m$ ، نحصل على المستقيم LB الذي يلقي امتداد AD في النقطة B. وهكذا نحصل لكل نقطة E قريبة من C، على نقطة B وحيدة بحيث إن الشعاع BE ينكسر باتجاه A.

[٩٥، ١] «... المبصر». يميز ابن الهيثم هنا بين صورة B، التي هي تقاطع الأشعة الصادرة عن B بعد انكسارها مع الشعاع BC العمودي على الكرة والتي تستطيع العين رؤيتها.

[٩٧، الشكل رقم (٦)] باستثناء الأحرف، فهذا الشكل موجود في النص اللاتيني.

[٩٩، ٣] D هي في داخل كل من الزاويتين ACB وAMB، والنقطتان C وM تقعان في الجهة نفسها بالنسبة إلى AB؛ لذلك يكون معنا:

$$\angle BCA = \angle U - \angle A,$$

$$\angle BMA = \angle U + \angle B$$





حيث نستنتج إن:

$$\angle BMA > \angle BCA.$$

[٩٩، ٦] انظر الملاحظة السابقة.

[٩٩، ١٠] وبالفعل  $\angle ACH = r$  و  $\angle AMH = r_1$  ، والافتراض  $i_1 < i$  كل هذا يعطينا:

$$r_1 - d_1 < r - d \Leftrightarrow d - d_1 < r - r_1.$$

[١٠١، الشكل رقم (٧)] باستثناء الأحرف، هذا الشكل موجود في النص اللاتيني.

[١٠٢، ٨] تقع النقطة M بين C و D، معنا  $\angle BCA < \angle BMA$ ؛ إذًا فالشرط المزدوج  $\angle BCA \leq \angle BMA$  هو مستحيل.

[١٠٤، ٤] انظر الشكل رقم (٢) من النص الخامس والصفحة ٩١.

[١٠٦، الشكل رقم (١) من النص السادس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية] دراسة الكاسر تبين أنه إذا كان القوس BI أصغر من القوس BC، حيث  $i_1$  يكون  $EL > EH$ ، إذًا يتلاقى المقطعان CH و IL. وكذلك يتلاقى المقطعان MK و NO، ويكون معنا  $DK < DO$ . تجدر الإشارة إلى أن الشكل يعطي في المخطوطة بأن  $EH > EL$ ، هذا ما صححناه. فهذا الخطأ موجود في النسخة التي اشتغلها الفارسي. وقد لاحظ هذا الأخير في شرحه، [الفارسي، تنقيح المناظر للنوي الأبهصار والبصائر، مج ٢، ص ٢١٥ - ٢١٦] أن الشكل غير صحيح واقترح تصحيحاً مشابهاً للشكل المقترح هنا.

[١١٠، ٦] إذا بدلنا الكرة بأسطوانة من البلور ذات دائرة ذلية BCDG

وراسمات عمودية على مستوي هذه الدائرة، يظل البرهان السابق صحيحاً للأقواس CI و MN. لكن المنطقة الكروية المرسومة من القوس IC تلتقي فقط مع السطح الأسطواني بواسطة القوس IC ونظيره IC<sub>1</sub>. ونرى المستقيم KO مزدوجاً، كما نرى أن كل واحدة من الصورتين بقطر ظاهري غير منعدم، ويساوي الزاوية CAI.

وهكذا نفهم شرح الفارسي [المصدر نفسه، مج ٢، ص ٢١٦] عندما يكتب ما معناه: «أقول أن الفائض في مقدار الطول ممنوع دائماً، بينما الفائض في مقدار العرض مسموح به إذا كان لـ KO عرض، وهذا مبرهن بخصوص الكرة المحرقة»<sup>(٦)</sup>.

[١١١، ١٣] المقالة السابعة من كتابنا في المناظر [انظر: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، كتاب للمناظر، المقالة السابعة (استانبول، سليمانبة، فاتح، ١٣٢١٦)، ص ٢٧٧ - ٢٢٨، ٣٤٤ - ٣٤٥ و ص ٢٥٦].

«وإذا صادفت الأضواء الممتدة في الجسم المماس للضوء الذي هو مبدأها جسماً مخالف الشفاف لشفاف الجسم الذي هي فيه، فإن ما كان منها على خطوط قائمة على سطح الجسم الثاني امتد على استقامته في الجسم الثاني، وما كان منها على خطوط مائلة على سطح الجسم الثاني انعطف في الجسم الثاني ولم ينفذ [ص ٢٢٨] على استقامته وامتد في الجسم الثاني على سموت خطوط مستقيمة غير الخطوط الأولى التي كان تمتد عليها في الجسم الأول. وأن الضوء إذا كان منعطفاً يكون الخط الذي امتد عليه الضوء في الجسم الأول والخط الذي انعطف عليه في الجسم الثاني في سطح واحد مستوي، وأن انعطف الضوء إذا خرج من الجسم الألفظ إلى الجسم الأغلف يكون إلى جهة العمود الخارج من موضع الانعطف القائم على سطح الجسم الأغلف على زوايا قائمة، وإذا خرج من الجسم الأغلف إلى الجسم الألفظ كان انعطفه إلى ضد الجهة التي فيها العمود الخارج من موضع الانعطف القائم على سطح الجسم الألفظ على زوايا قائمة». [انظر أيضاً: Rashid, «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique»]

[١١١، ١٤] المصطلح «سَبَر» مستعمل هنا كمرادف لـ «اعتبر» - انظر للملاحظة الإضافية [٢٥، ١٢]. هذا الاستعمال هو مبرر. وقد أكد هذا المعنى

(٦) ترجم هذا النص عن الفرنسية (المترجم).

شعراء النصف الأول من القرن السابع [انظر: أبو عيان الثقفي، ديوان أبي عيان الثقفي (حلب: منشورات م. فاخوري، ١٩٨٢)، ص ١٦٥ - ١٦٦]. في شرح هذا الديوان من قِبَل لغوي القرن العاشر أبو هلال العسكري (المتوفى بعد ٣٩٥)، الكلمة «مسابر» (ج. مسبر) تشير إلى المجسات التي تقيس عمق الجروح.

هذا المعنى التقني نلقي هذه الكلمة: سَبَر وقاس قبل أن نأخذ المعنى العام لاكتشف وتفحص؛ أو، كما كتب العسكري، أصبح الاستعمال شائعاً «ثم كثر حتى جعلت التجربة سبراً». [انظر: المصدر نفسه، ص ١٦٦].

[١١١، ١٤-١٥] وبالفعل، نقرأ في مناظر بطليموس (§ ٣١، ص ٢٤٣) بخصوص انكسار الشعاع المرئي:

«In transitu enim eius a subtiliori corpore ad grossius declinat ad perpendicularem; in transitu autem eius a grossiori corpore ad subtilius declinat ad diversam perpendiculari partem».

[١١٢، ٨-٦] يعطي بطليموس (§ ١٨، ص ٢٣٤) الجدول التالي لانكسار هواء/زجاج:

الانحراف	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠
الانحراف	٧	١٣٣٠	١٩٣٠	٢٥	٣٠	٣٤٣٠	٣٨٣٠	٤٢

[١١٢، ٨] تجدر الإشارة إلى أن ابن الهيثم يحدد زاوية الإسقاط بـ «الزاوية المحددة بالشعاع والناظم». بينما يسميها الفارسي «العطفية». أما زاوية الانكسار، «الانعطاف»، التي تقابل زاوية الانحراف بمصطلحنا الحديث؛ وهي الزاوية التي يُحدّثها الشعاع المنكسر مع امتداد الشعاع الساقط. فزاوية الانكسار، بالمعنى الحديث، تقابل زاوية الشعاع المنكسر مع الناظم، الزاوية التي أشار إليها ابن الهيثم بـ «الزاوية التي تبقى بعد الانكسار» يعني  $i - r$ .

[١١٢، ١٥] هذه المقالة لابن الهيثم عن «المزولة»، غير المدروسة سابقاً، ستُثبت وترجم في [أعمال ابن الهيثم الرياضية لرشدي راشد]. نذكر هنا التحليل للمقدمة ٣ من هذه المقالة التي يستند إليها ابن الهيثم. هذه المقدمة كما نصّها المؤلف مفادها:

«إذا فصلنا عن دائرة قوسين مختلفين وإذا قسمنا القوسين وفق النسبة نفسها

بشكل أن القسم الأكبر من القوس الأكبر لا يكون أكبر من ربع الدائرة، عندئذ تكون نسبة جيب القسم الأكبر للقوس الصغير على جيب القسم الصغير لهذا أكبر من جيب القسم الكبير للقوس الكبير على جيب القسم الصغير لهذا القوس<sup>(٧)</sup>.  
[انظر: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، خطوط الساعات (استانبول، المتحف العسكري، ٢٠٢٥)، صفحات غير مرقمة، و(عاطف، ١٧١٤/٧)، ص ٦٠].

نستطيع إعادة كتابة هذه المقدمة:

المقدمة ٣ - لتكن على دائرة النقاط A, B, C بحيث يكون:

$$\frac{\pi}{2} \geq \widehat{AB} > \widehat{BC},$$

والنقطة D على  $\widehat{BA}$  و E على  $\widehat{BC}$  بحيث يكون:

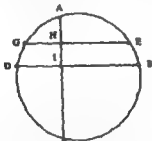
$$\frac{\widehat{BD}}{\widehat{BE}} = \frac{\widehat{BA}}{\widehat{BC}}$$

$$\frac{\sin \widehat{BD}}{\sin \widehat{BE}} > \frac{\sin \widehat{BA}}{\sin \widehat{BC}} \quad \text{عندئذ:}$$

لبرهان هذه المقدمة، يبين ابن الهيثم أولاً مقدمتين اثنتين أخريين وهما:

المقدمة ١ - لنأخذ على دائرة وترين متوازيين BD و EG من جهة واحدة بالنسبة إلى المركز،  $\widehat{EG} < \widehat{BD} < \pi$ . يقطع الخط العمودين على هذين الوترين القوس EG في A، والوتر EG في H والوتر BD في I، عندئذ:

$$\frac{AI}{AH} > \frac{AD}{AG} \quad \text{و} \quad \frac{AI}{IH} < \frac{AD}{DG}$$



المقدمة ٢ - لنأخذ على دائرة الأقواس  $\widehat{AB}$  و  $\widehat{AD}$  بحيث يكون:

$$\widehat{AB} \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{و} \quad \widehat{AD} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

إذا كانت E على AB و G على AD بحيث يكون  $\frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AG}$ ، عندئذ:

$$\frac{\sin \widehat{AD}}{\sin \widehat{AG}} > \frac{\sin \widehat{AB}}{\sin \widehat{AE}}$$

(٧) ترجم هذا النص عن الفرنسية (لترجم).



والحال أن بطليموس قد أثبت هذه الخاصة [انظر : Claudius Ptolemaeus  
*Composition mathématique de Claude Ptolémée*, trad. de N. Halma, 2 vols.  
 . (Paris [s. n.], 1813), vol. 1, pp. 34-35]

يُتَيج من ذلك أن:  $\frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}} > \frac{AH}{HC}$  ؛ وكذلك  $\frac{\widehat{BD}}{\widehat{BE}} > \frac{DI}{IE}$  .  
 ليكن BS عمودياً على AC، عندئذ تكون معنا المتباينة  $\frac{MC}{CS} > \frac{\widehat{KC}}{\widehat{BC}}$

وذلك استناداً إلى المقدمة الأولى، ويُتَيج من ذلك:

$$\frac{AS}{CS} > \frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}} \quad \text{و} \quad \frac{AC}{CS} > \frac{\widehat{AC}}{\widehat{BC}}$$

ولتكن النقطة T من AC حيث إن  $\frac{AT}{TC} = \frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}}$  ولذلك فهي واقعة بين H و S .  
 ليكن  $JL_2$  عمودياً على AC، وتكون النقطة  $L_2$  واقعة بين S و C فنحصل  
 على:

$$\frac{AL_2}{L_2C} > \frac{AS}{SC} > \frac{AT}{TC}$$

لنفرض CV موازٍ لـ  $AG$ ، والنقطة V موجودة على  $JL_2$ ، فيكون معنا:

$$\angle ACV = \angle CAG = \angle ACG,$$

ويُتَيج من ذلك أن:

$$CV = CJ \quad \text{و} \quad L_2V = L_2J$$

يقطع المستقيم VT المستقيم AG في O، فيكون معنا:

$$\frac{AO}{CV} = \frac{AT}{TC} = \frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}}$$

وبذلك يكون:

$$\frac{AO}{CJ} = \frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}} = \frac{\widehat{BD}}{\widehat{BE}} = \frac{\widehat{AD}}{\widehat{CE}}$$

إن الموازي لـ AC، المُخرج من النقطة O، يلقى المستقيم FL في النقطة N، ويكون  
 معنا  $AT > TC$ ، وينتج من ذلك  $AO > CJ$  وتكون إذاً النقطة N وراء  
 النقطة J. وتكون  $\angle ANO = \angle NAC$  زاوية حادة، ولذلك تكون زاوية  $\angle AON$  زاوية  
 منفرجة .

لتكن النقطة I' هي التقاء المستقيم AN مع الدائرة. فتكون هنالك ثلاث

حالات ممكنة للنقطة D:

أ) موضع النقطة D بين النقطتين A و F.

يقطع المستقيم AD المستقيم ON في S' والمستقيم FL في U. فيكون معنا:

$$\frac{AU}{CF} > \frac{AO}{CF} \text{ و } AU > AS' > AO$$

ويستج من هذا ان:

$$\frac{AU}{CF} > \frac{\widehat{AD}}{\widehat{CE}}$$

يقطع المستقيم CE المستقيم FL في النقطة R؛ فتكون الزاوية  $\angle CBH$  حادة، ويستج من ذلك أن الزاويتين  $\angle CRJ$  و  $\angle CBR$  هما منفرجتان، ويكون معنا المتباينة  $CJ > CR$  وكذلك:

$$\frac{AU}{CR} > \frac{AU}{CJ} > \frac{AD}{CE} > \frac{\widehat{AD}}{\widehat{CE}} \Rightarrow \frac{AU}{AD} > \frac{CR}{CE} \Rightarrow \frac{UD}{AD} > \frac{RE}{CE} \Rightarrow \frac{DU}{UA} > \frac{ER}{RC}$$

يلقى المستقيم DC المستقيم BH في النقطة W. تعطينا مبرهنة مينلاؤس مطبقة على المثلث ADC وعلى الخط المعترض UWH:

$$\frac{HC}{HA} \cdot \frac{UA}{UD} \cdot \frac{WD}{WC} = 1;$$

وبإمكاننا أن نكتب:

$$\frac{CW}{WD} = \frac{CH}{HA} \cdot \frac{UA}{UD} \text{ و } \frac{CH}{HA} = \frac{CW}{WD} \cdot \frac{DU}{UA}$$

كما يعطينا تطبيق المبرهنة نفسها على المثلث DEC وعلى الخط المعترض RIW:

$$\frac{WD}{WC} \cdot \frac{RC}{RE} \cdot \frac{IE}{ID} = 1,$$

ويستج من ذلك ان:

$$\frac{WC}{WD} = \frac{IE}{ID} \cdot \frac{RC}{RE}.$$

فيكون معنا إذاً:

$$\frac{ID}{IE} \cdot \frac{ER}{RC} = \frac{AH}{HC} \cdot \frac{DU}{UA}.$$

ولكن بما ان:

$$\frac{DU}{UA} > \frac{ER}{RC},$$

نحصل على:

$$\frac{DI}{IE} > \frac{AH}{HC},$$

وبالتالي:

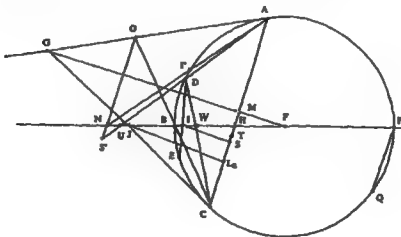
$$\frac{\sin \widehat{DB}}{\sin \widehat{BE}} > \frac{\sin \widehat{BA}}{\sin \widehat{BC}}.$$

ب) وفي حال كانت النقطة D موجودة في I'، يكون معنا عندئذ:

$$AN > AO \text{ و } S' = N = U$$

ويجري البرهان بالطريقة نفسها.

ج) وفي حال كان موضع النقطة D بين I' و B نحصل على الشكل التالي:



نفترض، في هذه الحالة، أن عدد صحيح n بحيث إنه، إذا كان القوس  $\widehat{BD}$   $\widehat{BD} = 2^n$ ، تكون النقطة D' بين I' و A، فنقرن بها E' بحيث إن:  $\widehat{AE'} = 2^n \widehat{BE}$ . فالاستدلال المطبق سابقاً على التقطعتين D' و E' يعطينا أن:

$$\frac{\sin \widehat{BD'}}{\sin \widehat{BE'}} > \frac{\sin \widehat{BA}}{\sin \widehat{BC}}.$$

ولكن بتطبيقنا المقدمة ٢ نحصل على المتباينات:

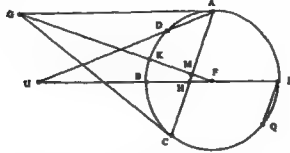
$$\frac{\sin \widehat{BD}}{\sin \widehat{BE}} > \frac{\sin 2 \widehat{BD}}{\sin 2 \widehat{BE}} > \dots > \frac{\sin 2^n \widehat{BD}}{\sin 2^n \widehat{BE}}.$$



ويكون بإمكاننا إذا أن نكتب:

$$\frac{\sin \widehat{BD}}{\sin \widehat{BE}} > \frac{\sin \widehat{BD'}}{\sin \widehat{BE'}} > \frac{\sin \widehat{BA}}{\sin \widehat{BC}}.$$

الحالة الثانية: إذا كانت  $\widehat{AB} = \frac{\pi}{2}$ ، عندها تكون  $\widehat{AP} = \widehat{QC} = \frac{\pi}{2}$ .



في هذه الحالة يصبح المستقيم GA المماس في A موازياً لـ FB. ومهما يكن موضع النقطة D، فالمستقيم AD يلقى FB في نقطة U. ويمر البرهان كالسابق.

وهكذا أعطى ابن الهيثم البرهان لهذه المقدمة الثالثة. أي أن لكل نقطة D حيث تكون  $\widehat{BD} < \widehat{BA}$ ، يمكننا إثبات أن:

$$\frac{ID}{IE} = \frac{RE}{RC} = \frac{HA}{HC} \cdot \frac{UD}{UA}.$$

لكن ولكي نتوصل إلى الاستنتاج، يجب أن نبرهن أن  $\frac{UD}{UA} > \frac{RE}{RC}$ .

عندئذ يميز ابن الهيثم ثلاث حالات:

1-  $D \in \widehat{AF}$ ، في هذه الحالة يكون  $AU > AO$ ،

2-  $D = F$ ، يكون معنا أيضاً  $AU > AO$ ؛

ونستطيع في هاتين الحالتين الاستنتاج.

لكن إذا كانت  $D \in \widehat{FB}$ ، فالنقطة S هي على امتداد ON، والنقطة U هي بين N وB، يكون معنا  $AN > AO$ ، ولكن بما أن  $AU < AN$ ، فباستطاعتنا الحصول على  $AU < AO$ ، أو  $AU = AO$ ، أو  $AU > AO$  وبذلك يكون متعلزاً تطبيق استدلال الحالة الأولى. لهذا السبب رأينا ابن الهيثم ينزل الصعوبة كما رأينا في الحالة (ج).

إن وجود العدد الصحيح n يطرح صعوبة جديدة. وبالمثل، إذا افترضنا  $\widehat{BA}$

$\alpha = \beta$  و  $\widehat{BI'} = \beta$  (بحيث إن  $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \beta$ ) و  $\gamma = BD$ . فإذا كانت  $\gamma < \beta$  نفترض  
عن عدد صحيح  $n$  حيث إن:  $\gamma_n = 2^n \cdot \gamma$ . وتحقق  $\gamma$  المتباينة المزدوجة:  $\beta < \gamma_n < \alpha$   
(mod  $2\pi$ ).

فالمسألة ليست ممكنة دائماً عكس ما تصور ابن الهيثم. ولنأخذ مثلاً  $\gamma = 3^\circ$   
فالمسألة (3.2<sup>9</sup>)  $n \geq 0 = (\gamma_n)$  تعطينا ٣، ٦، ١٢، ٢٤، ٤٨، ٩٦، ١٩٢،  
٣٨٤... فتكون (mod 360)  $24 = 3 \cdot 2^7 = \gamma_7$  وكذلك  $\gamma_8 = 48$  (mod 360).  
فإذا لاحظنا  $D_n$  النقطة المقرونة بـ  $\gamma_n$ ، يكون معنا:

$$D_3 = D_7, D_4 = D_{20}, \dots, D_n = D_{n+4}$$

إذاً مهما يكن انتماء  $\beta$  إلى المجال  $[48, 360]$  مع العلم أن  $\alpha \leq 90^\circ$ ، فمن غير الممكن  
إيجاد  $D_n$  بين  $\Gamma$  و  $A$ .

بإمكان هذه الصعوبات أن تفسر تلك التي صادفها لاحقاً الفارسي في تحرير  
هذه القضية وكما يكتب [انظر: الفارسي، تنقيح المناظر للنوي الأبصار والبصائر،  
ص ١٣٤، الأسطر ١٣ - ١٥/١٦ - ١٧]:

«لكن بما أن النسخة كانت متلفة جداً، لم أستطع قراءتها، ولذلك اكتفيت  
بذكر النص. وإذا ما استطعت قراءتها لاحقاً سأزيد التحرير في هذا المكان»<sup>(٨)</sup>.

ثم توقف الفارسي في شرحه عند الشرط الذي صاغه ابن الهيثم في مقالته  
هذه خطوط الساحات أو المزاولة<sup>(٩)</sup>، ولكن الغريب في الأمر أنه لم يذكره في مقالته  
ل الكرة المحرقة والذي هو:

$$\widehat{BC} < \widehat{AB} \leq -\frac{\pi}{2}.$$

في حين أن هذا الشرط ليس ضرورياً. أضف إلى ذلك أن ابن الهيثم نفسه طبق  
مقدمته الثالثة في القضيتين ٣ و ٤ التابعتين ل الكرة المحرقة حيث اعتبر القوس  $\widehat{TJ}$ ،  
الذي بإمكانه أن يكون أكبر مقداراً من  $-\frac{\pi}{2}$  لبعض قيم  $i$ ، لأن  $4d > \widehat{TJ}$  وهذا ما  
ليس من الممكن أن يفوت ابن الهيثم.

وبالفعل، لنسترجع النص ولنفرض  $\widehat{BD} = \beta_1$ ،  $\widehat{BE} = k\beta_1$ ،  $\widehat{BA} = \alpha_1$ ،

(٨) نقلت هذه الجملة عن الترجمة الفرنسية (المترجم).

(٩) (المترجم).

$\widehat{BC} = k\alpha_1$ ، مع  $k < 1$ ؛ فنكتب شرط ابن الهيثم مجدداً:

$$\beta < \alpha_1 < \frac{\pi}{2}.$$

يكفي، بالفعل، أن نأخذ  $\alpha_1 = 120^\circ$ ،  $\beta_1 = 90^\circ$  و  $k = 1/2$ ، لكي نحصل على:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin k \alpha_1} = 1 \quad \text{و} \quad \frac{\sin \beta_1}{\sin k \beta_1} = \sqrt{2}$$

لنر أن الشرط  $\alpha_1 < \frac{\pi}{2}$  هو محدد.

بإمكاننا من جهة أخرى أن نبرهن أن القضية تبقى صحيحة في حال  $\beta_1 < \pi$ ، وبالفعل، لنفرض أن:

$$f(x) = \frac{\sin x}{\sin kx} \quad \text{مع} \quad K < 1$$

ولنبرهن أن الدالة  $f$  المحددة على المجال  $]0, \pi[$  هي متناقصة في هذا المجال. إننا نحصل على الدالة المشتقة التالية:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{\cos x \cdot \sin kx - k \cos kx \cdot \sin x}{\sin^2 kx}, \\ &= \left\{ \sin(kx - x) + \frac{1-k}{2} [\sin(x+kx) + \sin(x-kx)] \right\} \frac{1}{\sin^2 kx}, \\ &= \left[ -\frac{1+k}{2} \sin(kx - x) + \frac{1-k}{2} \sin(x+kx) \right] \frac{1}{\sin^2 kx}, \\ &= \frac{1-k^2}{2 \sin^2 x} \left[ \frac{\sin x(1+k)}{1+k} - \frac{\sin x(1-k)}{1-k} \right]. \end{aligned}$$

ولنفرض أن:

$$g(x) = \frac{\sin x(1+k)}{1+k} - \frac{\sin x(1-k)}{1-k},$$

يكون معنا:  $g'(x) = -2 \sin x \cdot \sin kx$  و  $g(0) = 0$ .

ولكن  $x \in ]0, \pi[$ ،  $k < 1$ ، لذلك  $kx \in ]0, \pi[$  وبالتالي  $g'(x) < 0$  على المجال  $]0, \pi[$ ، فإذا  $g$  تتناقص ابتداء من  $g(0) = 0$ . يكون معنا إذاً  $g(x) < 0$ ، ولذلك  $f'(x) < 0$ ، وبالتالي تكون الدالة  $f$  متناقصة على المجال  $]0, \pi[$ . وبذلك تكون المتباعدة:

$$\frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} > \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$$

محقة إذا كانت  $\beta_1 < \alpha_1 \leq \pi$ .

نشير أخيراً إلى أن ابن الهيثم وسَّع، في مقالاته خطوط الساعات، القضية السابقة لكي تشمل قوسين متشابهين في دائرتين مختلفتين. لكنه لم يأخذ بهذا الاتساع في مقالته الكرة للحرقرة، بينما يُذكر بها الفارسي عند شرحه لها.

[١١٣، ٢] سيتحدد لاحقاً موضع الدائرة على الكرة. أي أن محور الدائرة هو المستقيم الذي يصل مركز الكرة مع مركز الشمس.

[١١٨، ٣ - ٤] زاوية  $\widehat{ADM}$ . يفترض هذا أن  $\widehat{AN} > \widehat{AM}$ ، إذا  $i_N > i_M$ .

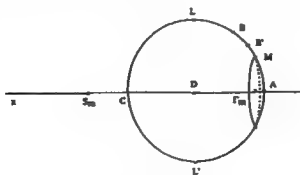
[١١٨، ٤ - ٥] «تمام النصف». يعني هذا التعبير الفرق  $(\frac{i}{2} - d)$ ؛ فانطلاقاً من المساواة  $i - d = r - \frac{i}{2}$ ، نكتب  $\frac{i}{2} - d = r - i$ ، و  $i - 2d = 2r - i$ .

[١٢٠، ٩] فمن جهة ينتمي القوسان  $JO$  و  $TJ$ ، ومن جهة ثانية ينتمي القوسان  $BO$  و  $TB$  إلى دائرتين مختلفتين. لم تُثر هذه الحالة في التمهيدات، ولكنها دُرست، كما ذكرنا، في المقالة خطوط الساعات.

[١٢٣، ١٥] نقرن بكل نقطة  $M$  من نصف الدائرة  $LAL'$  المواجهة للشمس:

- دائرة  $\Gamma_m$  ذات المحور  $DH$ .

- نقطة  $S_m$  من نصف المستقيم  $Cx$  التي تشكل البؤرة المقرونة بهذه الدائرة.



يثبت ابن الهيثم في القضية الرابعة أنه عندما تبتعد  $M$  من  $A$ ، عندها تقترب  $S$  من  $C$ .

في القضية الخامسة، يرمي ابن الهيثم إلى تحديد المقاطع التي تحوي النقط  $S$

تبعاً للأقواس التي ترسمها النقطة  $M$ . ويأخذ نقطتين فارتقن بحيث إنهما تناظران القوسين  $50^\circ$  و  $AB = 40^\circ$ ؛ وتقسم الدائرتان  $T$ ، اللتان تناظرهما، نصف الكرة المواجه للشمس إلى ثلاث مناطق: رأس كرة مرسوم من  $AB$ ، ومنطقتين كرويتين ترسم الأولى من القوس  $BB'$  والثانية من القوس  $BL$ . تم يدرس المقاطع الحاقية للبور التابعة لهذه المناطق.

[١٢٤، ٥] انظر ملاحظات الصفحتين ١١١ و ١١٢.

[١٢٥، ١٧] «الشكل الأول». المقصود في الفرضية  $50^\circ > i > \widehat{AP}$ ،  $\widehat{AB}$ .

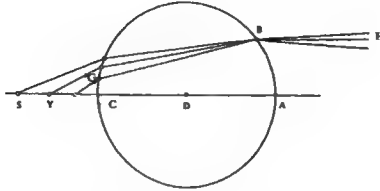
[١٢٨، ١٤] «الشكل الرابع». درس ابن الهيثم الأشعة التابعة إلى  $i > 50^\circ$ ، واستنتج أن لكل شعاع نقطة من القوس  $KC$  مقرونة به ونقطة من المقطع  $CN$ ، حيث أن  $N$  هي البؤرة التابعة لـ  $50^\circ = i$ .

نشير من ناحية أولى إلى أن ابن الهيثم لم يميز البؤرة  $N \neq N'$  والتابعة لزاوية السقوط  $i = 40^\circ$ ، كما أنه لم يتفحص من ناحية أخرى الأشعة التابعة لزاويا السقوط  $50^\circ < i < 40^\circ$ ؛ وهكذا فإنه لم يبرهن أن لكل شعاع من هذه الأشعة شعاعاً منكسراً أولاً يسقط بعد  $K$  وبؤرة تنتمي إلى المقطع  $NN'$ . والحال أن ابن الهيثم قد برهن هنا في هذا النص بأنه عندما تزيد زاوية الإسقاط، تنتقل البؤرة على مقطع حاول ابن الهيثم تحديد طرفه، مما يعني أنه كان يعرف النتيجة السابقة حتى ولو لم يذكرها.

في هذه الحال يلوم الفارسي ابن الهيثم [انظر لاحقاً ص ١٥٠، السطر ١] لأنه قسم، ومن دون سبب، المجال  $[40^\circ, 90^\circ]$  إلى قسمين. ولا يبدو هذا اللوم مبرراً ولا سيما أن الفارسي نفسه يبين في ما بعد أهمية زاوية السقوط الموجودة بين  $40^\circ$  و  $50^\circ$  والتي يسميها «الفصل» [انظر لاحقاً ص ١٥٢].

[١٣١، ٢٠] إذا أخذنا بعين الاعتبار القطر الظاهري للشمس، تشكل الأشعة الشمسية الساقطة في نقطة  $B$  من الكرة، غروطاً ذا زاوية رأسية صغيرة جداً، و  $BH$  هو الشعاع المركزي لهذا المخروط. تنكسر هذه الأشعة في  $B$  ونحصل في داخل الكرة على غروط يحيط بـ  $BG$ ، ذي زاوية رأسية أيضاً صغيرة جداً، ويمدد هذا المخروط على الكرة سطحاً صغيراً حول النقطة  $G$ . حيث يتكسر كل شعاع

ساقط على هذا السطح ويبقى بجوار الشعاع GY وهذه الحزمة من الأشعة تحيط بالنقطة Y من المقطع CS.



[١١، ١٣١] لقد أثبت أن الإحراق يحدث على مقطع CS يساوي ربع القطر مع تركيز أقوى للحرارة على المقطع  $R = \frac{1}{3} CN^2$ .

[٣، ١٣٣] وكما ذكرنا في الفصل الرابع من تحليلنا، فإن فيدمان (B. Wiedemann) قد ترجم هذا النص سنة ١٩١٠ من دون أن يثبتته أولاً. وهذا ما جعل الترجمة مشوشة. لكنها أدت خدمة جليّ للمؤرخي علم البصريات؛ كما أنها لا تقل مستوى عن أكثرية ترجمات النصوص العلمية العربية المعروفة حالياً وتتفوق حتى على الكثير منها. يبقى أن نضيف أنها تشتمل على الكثير من المعاني المعكوسة وعدم الدقة مما يجعلها أحياناً غير موثوق بها.

[٩، ١٣٣] «العطفية». يستنبط الفارسي بعض التعابير الأكثر بساطة من تلك التي استعملها ابن الهيثم. وهكذا فإنه يشير إلى زاوية السقوط بكلمة واحدة «العطفية» وإلى الانكسار بكلمة «البقية». كما يرمز إلى المستوي الذي يشمل الشعاع الساقط والشعاع المنكسر والناظم في نقطة السقوط بـ «سطح الانعطاف» [انظر: الفارسي، تفقيح المناظر لنوي الأبيصار والبصائر، لا سيما ج ٢، ص ١٣٣].

[٩، ١٣٦] «مبدأ انعطاف أول». يشير هذا المصطلح الجديد هنا إلى الدائرة ذات المحور DI والتولدة من النقطة M، نقطة الانكسار الأول.

كل شعاع ساقط على نقطة من الدائرة المرسومة بالنقطة M والموازي لـ AC ينكسر باتجاه نقطة من الدائرة المرسومة بالنقطة B، حيث ينكسر ثانية نحو النقطة S

من المستقيم AC. لجميع هذه الأشعة زاوية السقوط نفسها. فلكل سقوط معطى يقابله نقطة S أي بؤرة معينة.

أن الاستدلال صحيح لأي زاوية سقوط  $i$  مهما كانت؛  $i < \frac{\pi}{2}$ . نقرن كل سقوط  $i$  بنقطة S ويبرهن ابن الهيثم في القضية الثالثة ان النقطة S نفسها لا تستطيع أن تُقرن بسقوطين مختلفين.

[١٣٧، الشكل رقم (١)] قد أعيد رسم الجزء المهم من الشكل على الصفحة التالية في المخطوطات A، L و S.

[٢، ١٣٩] «نصفها» تبين دراسة  $d/i$  بأنها تكبر مع  $i$  إذا انتجت  $i$  إلى  $[0, \frac{\pi}{2}]$ ؛ [انظر: Rashid، «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique»، pp. 202-204].

[٩، ١٤١] تشير إلى المقدمة، كما رأيناها، إنها صحيحة إذا  $0 < \widehat{TJ} < \pi$ ، وبذلك تُطبق هنا من دون مناقشة.

[٧، ١٤٤] «نهايات» يعرّف الفارسي هنا البؤرة بـ «نهاية».

[١٥، ١٤٨] يكون معنا:

$$\widehat{IK} < \widehat{IJ} \text{ أو } \widehat{IK} - \widehat{ZI} < \widehat{IZ} \Leftrightarrow \widehat{IK} < \widehat{IZ} + \widehat{ZI}$$

ونستنتج من هذا أن J بين K و C.

لكن موضع النقطة K بالنسبة إلى Z و J متعلق بالزاوية  $i$ . وبالفعل يكون معنا:

$$\widehat{CJ} < \widehat{CZ} = \widehat{AF} = i.$$

لنفترض  $\widehat{CK} = 10^\circ$ ، فنحصل بذلك على:

إذا كانت  $i < 10^\circ$ ، فإن  $\widehat{CJ} < \widehat{CZ} < \widehat{CK}$ ، وتكون Z بين J و K،

أما إذا كانت  $i = 10^\circ$ ، تكون Z و K منطبقتين،

أما إذا كانت  $40^\circ > i > 10^\circ$ ، فإن  $\widehat{CJ} < \widehat{CK} < \widehat{CZ}$ ، وتكون K بين J و Z.

وبذلك تكون ملاحظة الفارسي مبررة.

[٢، ١٤٩] بالقابل لا تبدو ملاحظة الفارسي هذه مبررة. وبالفعل يبرهن

ابن الهيثم في هذه الفقرة بأنه إذا كانت  $i < 40^\circ$ ، يحصل عندها الانكسار الأول

نحو نقطة من القوس KC، كما لو كانت  $i > 50^\circ$ ، وهذا الاستنتاج لم يُذكر سابقاً.

[١٥٠، ٢٠٢] يجب هنا قراءة CN' و NV'، مع ذلك لا يحسب ابن الهيثم إلا طول CN.

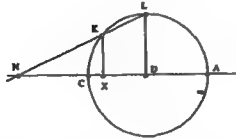
[١٥٠، ٦] وبالفعل لتحديد طول CN، حيث N هي التقاء المستقيمين AC و KL، وعلى افتراض أن نصف قطر الدائرة يساوي  $60^\circ$ ، فابن الهيثم لا يعطي أي تفسير لهذا الحساب. بعد أن يشير إلى أن:

$$(1) \frac{LD}{KX} = \frac{DN}{NX}$$

$$(2) KX = KD \cos 10^\circ = 10,416 \approx 10,5;$$

ثم يعطي من دون أي تبرير:

$$(3) CX > 0,5.$$



نستطيع الحصول على هذه النتيجة غير المباشرة بالشكل التالي: نشير إلى أن  $\angle CKX = \angle KX$ . فلذا كانت  $\angle CDX = 10^\circ$ ، وكذلك  $\angle KDC = 85^\circ$  و  $\angle KCX = 5^\circ$  وذلك يكون:

$$CX = 10,5 \cdot \tan 5^\circ = 10,5 \cdot 0,09 = 0,9,$$

وهكذا يكون CX أكبر من 0,5 بشكل جلي.

نستنتج من (1) و (2):

$$\frac{NX}{ND} = \frac{10,5}{60}, \text{ ولذلك يكون } NX = \frac{1}{6}$$



ويكون الفرق  $CX = NX - NC$  كبيراً كفاية، لكي نستطيع أن نكتب:

$$NC < \frac{1}{6} ND \text{ أي أن } NC < 12.$$

نتج إذا هذه النتيجة من الشروط (1)، (2) و (3) التي أعطاها ابن الهيثم منذ ابتداء حسابه. ويتج من ذلك أن:

$$NC < \frac{1}{6} (NC + CD) \text{ ، وبذلك يكون } CD < \frac{1}{5} NC.$$

نشير إلى أن ابن الهيثم قد أثبت (القضية ٢) أن الزاوية  $\angle KND$  هي مضاعفة للانحراف، ويكون معنا:

$$\angle KND = 2d_{50} = 40^\circ.$$

فإذاً يكون معنا:

$$ND = LD \cotg 40^\circ = CD \tg 50^\circ,$$

وبذلك يكون:

$$NC = ND - CD = CD (\tg 50^\circ - 1) = CD \cdot 0,1917... < \frac{1}{5} CD,$$

وهذه الطريقة أسرع وأدق من سواها.

لم يجد ابن الهيثم موضع  $N'$  المقرون بالزاوية  $i = 40^\circ$ . معنا:

$$\angle KN'C = 2d_{40} = 30^\circ \text{ مع } XN' = KX \cdot \cotg KN'C$$

فلذلك:

$$XN' \approx 10,416 \cdot \sqrt{3} = 18,04$$

وكذلك أيضاً:

$$CN' = XN' - XC = 18,04 - 0,91 = 17,13.$$

يكون إنفاً:

$$\frac{1}{4} R < CN' < \frac{1}{3} R.$$

إذا كانت  $S$  وسط  $CV$ ، يكون معنا  $SC = \frac{1}{2} R$ . يستج ابن الهيثم مؤكداً أن «الأشعة المنكسرة على  $CS$  هي أكثر عدداً بكثير من الأشعة المنكسرة على  $SV$ » ويحدث الاحتراق على  $CS$ .



بإمكاننا مواجهة الحالات الثلاث:

$$\Delta d' > \Delta i' \text{ و } \Delta d' = \Delta i', \Delta d' < \Delta i'$$

[١٥٣، ٢] انظر الفارسي، تنقيح المناظر لنوي الأَبصار والبصائر، ج ٢،

ص ١٣٤.

[١٥٣، ٥] «قوس الخلاف». يمكننا الإشارة أولاً إلى المطابقة شبه التامة بين اسم طريقة الاستكمال التي اقترحها الفارسي والاسم الذي استعمله في ما بعد الكاشي في كتابه زيج الخاقاني، يطبق الكاشي بالفعل في هذا الزيج طريقة الاستكمال المعروفة «بقوس الاختلاف» [انظر: E. S. Kennedy, «A Medieval Interpolation Scheme Using Second Order Differences», in: A. Locust's Leg, *Studies in Honour of S. H. Taqigadeh* (London: [n. pb.], 1962)] حيث يرجع الأصل إلى القرن العاشر. يبدو أن نسخه لهذه الطريقة كان قد عرفها قبلاً الخازن [انظر: J. Hamadanizadeh: «Interpolation Schemes in *Dustūr al-Munajjimīn*», *Centaurus*, vol. 22, no. 1 (1978)]. لذلك، فعندما يتكلم الفارسي عن هذه الطريقة يبدو وكأنه يشير إلى خوارزمية معروفة عند الرياضيين وكأنه يطبق نسخة خاصة منها. فهو يكتب بما معناه: «اتبعنا طريقة ذكية هي من نوع قوس الاختلاف»<sup>(١٠)</sup>. المقصود إذن هو طريقة معروفة جيداً في عصر الفارسي والتي ترجع احتمالاً إلى القرن العاشر. لنذكر باختصار هذه الطريقة كما عرضها الكاشي ونبرهن في ما بعد بأنها شبيهة بتلك التي استعملها الفارسي. نشأت هذه الطريقة في الأصل لتحديد دوائر الطول للكواكب كتوابع للزمن ونعرضها كالتالي:

نفرض أن  $x$  تنتمي إلى  $[x_{-1}, x_p]$ ، حيث إن  $y_{-1} = f(x_{-1})$  و  $y_p = f(x_p)$  هي معروفة والمجالات  $[x_{k-1}, x_k]$  علماً أن  $k = 0, 1, \dots, p$  هي مجالات متساوية. ونريد أن نعرف قيم  $f$  لكل من  $x_1, x_2, \dots, x_{p-1}$ . لنفترض:

$$\Delta y_k = y_k - y_{k-1} \text{ و } m(\Delta y_k) = \frac{y_k - y_0}{p}$$

وهذا الأخير هو الوسط الحسابي للزيادات من المنزلة الأولى على المجال  $[x_0, x_p]$ .

إذا افترضنا أن الزيادة في المنزلة الأولى ثابتة وهي تساوي الوسط الحسابي على

(١٠) نقلت هذه الجملة من الفرنسية (الترجم).

المجال  $[x_0, x_p]$  يكون معنا الاستكمال الخطي:

$$(1) \quad k = 0, 1, \dots, p \quad \text{مع} \quad y_k = y_0 + Km (\Delta y_k)$$

لكن إذا كانت  $m(\Delta y_k) \neq \Delta y_{k-1}$ ، نواجه عندها استكمالاً من المنزلة الثانية.

وهكذا ففي طريقة الكاشي نحدد العدد  $e$  الذي هو تصحيح للوسط:

$$e = \frac{m(y_k) - \Delta y_{k-1}}{q} \quad \text{مع} \quad q = -\frac{p+1}{2}$$

ونفترض أن:

$$\Delta^2 y_k = \Delta y_{k+1} - \Delta y_k = e;$$

ولجميع الأعداد  $k$ ،  $k = 0, 1, \dots, p$ ، تكون الزيادة في المنزلة الثانية عندئذ ثابتة ونأخذ:

$$\Delta y_m = \Delta y_{k-1} + (m+1)e;$$

ونحصل من جراء ذلك على:

$$y_k = y_0 + \sum_{m=0}^{k-1} \Delta y_m.$$

وبذلك يكون:

$$(2) \quad y_k = y_0 + k \Delta y_{k-1} + \frac{k(k+1)}{2} \cdot e;$$

ومن البديهي أننا نعرف  $y_p$  في حال كانت  $k = p$ .

لنعود الآن إلى حساب  $f(i) = d/i$  عند الفارسي. فالجال لزاوية السقوط  $i$  هو  $[40^\circ, 90^\circ]$ ، والمقسوم إلى مجالات متساوية من  $5^\circ$ ، بحسب الفارسي عندها الزيادة الوسطى على مجال مقداره  $5^\circ$  ويحد:

$$m(\Delta y_k) = 45'' = \frac{1}{80}.$$

وبما أن:

$$f(40^\circ) = y_0 = \frac{3}{8} \quad \text{و} \quad k = \frac{i-40}{5}$$

تعطي الصيغة (1) عندئذ:

$$f(i) = \frac{i + 110}{400}$$

ولنفرض على المجال  $[0^\circ, 40^\circ]$  أن:

$$x_p = 0^\circ, x_0 = 40^\circ, x_{-1} = 45^\circ, k = \frac{40 - i}{5}$$

وضع الفارسي  $\Delta y_{-1} = 45'' = 1/80$ ، والتي كانت قيمة الوسط السابقة، ولحظ أنها تفرق عن الوسط على المجال  $[0^\circ, 40^\circ]$  الذي هو:  $m(\Delta y_k) = 56'' 15'''$ . ويستنتج من ذلك:

$$e = \frac{(56'' 15''' - 45'') \cdot 8}{8(8+1)/2} = 2'' 30''' = \frac{5}{7200}$$

كما تكتب الصيغة (2) مجدداً مع  $y_k = f(i)$ :

$$f(i) = \frac{1}{8} - \frac{40-i}{5} \cdot \frac{1}{80} - \frac{(40-i)(45-i)}{50} \cdot \frac{5}{7200}$$

$$f(i) = \frac{1}{4} + \frac{265}{72000}i - \frac{i^2}{72000}$$

نرى إذا أن المقصود من الطريقة نفسها المطبقة مع ضوابط المعطيات الفيزيائية.

[٣، ١٥٥] «تجاوز الربع» يقصد الفارسي بهذه العبارة: بما أن النسبة الكبرى من الانحراف على السقوط تزيد النسبة الصغرى بمقدار أقل من ربع، كما أن هذه النسبة الأخيرة هي أكثر من ربع...

[٢، ١٥٦] «مثلث»، المقصود هو العدد المثلث، أي مجموع الأعداد الصحيحة الأولى  $n$ ، وهو  $n(n+1)/2$ .

[٥، ١٥٩] إن كلمة «تركيب»، عندما تكون مقرونة بكلمة «تحليل»، يجب أن تترجم بمعنى التركيب. فللمزيد من المعلومات حول تاريخ التركيب والتحليل في الرياضيات عند العرب وبصورة خاصة في هذا العصر، انظر دراستنا «التحليل والتركيب عند ابن الهيثم» في: Rushdi Rashid, éd., *Mathématiques et philosophie de l'antiquité à l'âge classique* (Paris: Centre national de la recherche scientifique, 1991), pp. 131-162.

[١٥٩، ٦] لقد تساءلنا عن هوية مراسل ابن سهل، ص ١٦٣، لكي نوحى بوصف ما: وجه مثقف، مطلع على الرياضيات. فهذا النوع من الأشخاص كان شائعاً في ذلك العصر، بحيث بدت لنا تسمية مراسل ابن سهل والشني نوعاً من المغامرة نظراً إلى المعلومات القليلة عنه والتي أوردها الشني في كتابته. لكن من بين الأشخاص الذين نستطيع التفكير بهم، وبشكل ظني، أردنا لفت النظر إلى نظيف بن يمن المتطبب. فهذا الطبيب، واللاهوتي المسيحي، كان ضليعاً بالرياضيات، كما كان هليينستياً، نعرف له ترجمة لبعض الإضافات في المقالة العاشرة من كتاب الأصول لإقليدس: «ما نقله... مما وُجد في اليوناني من الزيادة في أشكال المقالة العاشرة» والتي نسخها السجزي، رسالة أحمد بن محمد بن عبد الجليل إلى أبي علي نظيف بن يمن المتطبب في عمل مثلث حاد الزوايا من خطين مستقيمين مختلفين (باريس، المكتبة الوطنية، ٢٤٥٧)، ص ٨٠ - ٨٢. فنظيف بن يمن هذا كان معاصراً لابن سهل ومطلعاً على أعماله، كما يشهد السجزي بذلك وهذا الأخير هو معاصر ومراسل لابن سهل. ولنتنظر ما كتبه السجزي جواباً على رسالة نظيف بن يمن:

«سألت آدم الله سعادتك عن عمل المثلث الحاد الزوايا من خطين مستقيمين مختلفين، وذكرت أن أبا سعد العلاء بن سهل عمل ذلك من القطع الناقص من الشكل <...> من المقالة الثالثة من كتاب أبولونيوس في المخروط على طريق القسمة والتحديد». [انظر: السجزي، المصدر نفسه، ص ١٣٦ ط - ١٣٧].

نفهم من هذه الرسالة أن نظيفاً بن يمن كان يعرف أعمال ابن سهل وكان يرأسل رياضياً عصره ليسألهم عن براهين القضايا. فهو يسأل السجزي، في هذه المراسلة، أن يعطيه البرهان عن قضية كان ابن سهل قد برهنها. وبالفعل أعطاه السجزي البرهان المطلوب من دون أن يستعين بالمخروطات وبحسب رأيه (السجزي) إنه أبسط من برهان ابن سهل.

ومن المؤكد فإن سلوك نظيف بن يمن هذا ليس معزولاً أبداً. ودائماً بحسب السجزي فإن ابن يمن كتب له أيضاً بموضوع برهان مقدمة إنشاء الخمس في الدائرة. يكتب السجزي بخصوص الرسالة حول القضية العاشرة من المقالة الرابعة من كتاب إقليدس في الأصول ما معناه: «هذه هي الرسالة التي كتبها نظيف بن

يمن بخصوص طلبه لبرهان هذه القضية<sup>(١١)</sup>؛ ويتابع السجزي: «لقد سألت، أعزك الله، بالنسبة إلى مقدمة إنشاء الخمس في الدائرة...»<sup>(١٢)</sup> [انظر: السجزي: المقالة الرابعة من كتاب إقليدس في الأصول، الشكل العاشر (استانبول، راشت، ١١٩١)، ص ٩٣].

تبين شهادتا السجزي هاتان بأن هذا المثقف والطبيب والفيلسوف والمضطلع بالرياضيات كان يرسل معاصريه لكي يسألهم البراهين الجديدة. أضف إلى ذلك بأن المثليين اللذين ذكرناهما سابقاً يتعلقان بالتحليل الهندسي. وفي الواقع هذا هو سلوك مراسل الشني الذي يملك برهان ابن سهل يكتب إلى الشني طالباً منه التركيب. وهكذا فإن ابن يمن يمكن أن يكون مرشحاً لمراسل الشني وابن سهل. ومن جهة ثانية فهو الوحيد عندنا حتى الساعة والذي نعرف عنه هذه المعطيات.

[١٠، ١٦٣] نكتب هذه الملقمة ٦ مجدداً:  $a$  معطية، أحسب  $x$  كي نفي بالمعادلة:

$$(1) (a + x)x = H.$$

لنفرض أن  $AB$  يساوي  $a$  و  $x$  يساوي  $BE$  و  $BC$  متعامداً مع  $AB$  بحيث إن  $BC^2 = H$ .

ليكن القطع الزائد ذو المحور  $AB$ ، والرأس  $B$  والضلع القائم مساوياً لـ  $AB$ . فالمستقيم الذي يمر بالنقطة  $C$  والموازي لـ  $AB$ ، يقطع القطع الزائد في النقطة  $D$  التي تسقط في  $E$  على المستقيم  $AB$ . يكون معنا إذاً:

$$\frac{EB \cdot BA}{DE^2} = 1,$$

$$DE = BC \quad \text{وبالإنشاء:}$$

$$DE^2 = H \quad \text{لذلك يكون:}$$

(١١) نقلت هذه الجملة من القرنية (الترجم).

(١٢) انظر للملاحظة السابقة.

ونتيجة لذلك:  $EB \cdot EA = H$

فيكون المقطع المطلوب هو  $BE$  إذاً.

ملاحظة: لنضع  $H = \alpha^2$ ، فإن المعادلة  $x(x + a) = \alpha^2$  نكتبها مجدداً:

$$y = \alpha \quad (\text{معادلة مستقيم})$$

$$y^2 = x(x + a) \quad (\text{معادلة قطع زائد قائم}).$$

فالمستقيم هو موازٍ للمحور ويقطع القطع الزائد القائم في نقطتين حيث لإحدهما فاصلة (*abscisse*) موجبة وتعطي الحل (الشكل رقم (٢) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

بينما هناك حل آخر لهذه المسألة نفسها في مقالة ابن الحسين حول البركار التام [انظر: M. F. Wazpcke, «Trois traités arabes sur le compas parfait», *Bibliothèque impériale et autres bibliothèques*, vol. 22 (1874), p. 26] وهو التالي:

لتكن النقطة  $I$  في وسط  $AB$ ، نفتش عن النقطة  $E$  بحيث:

$$AE \cdot EB = BC^2.$$

بينما يكون معنا لجميع النقاط  $E$  من  $Bx$ :

$$AE \cdot EB = IE^2 - IB^2,$$

ولذلك:

$$IE^2 = IB^2 + BC^2 = IC^2,$$

النقطة  $E$  موجودة على الدائرة ذات المركز  $I$  ونصف القطر  $IC$ .

نلاحظ من جهة أخرى بأن هذه المسألة التي عالجها المؤلف، قاطعاً القطع الزائد القائم بمستقيم موازٍ للمحور، نستطيع حلّها بواسطة قطع زائد كيفما كان ونستطيع إنشاء بؤرتيه.

وبالفعل فإن  $H$  و  $a$  هما مقداران معطيان، وبذلك نستطيع تحديد  $p$  إذا كتبنا  $H = ap/4$ . نأخذ عندئذ القطع الزائد ذا المحور المعترض  $AB = a$  وبضلع قائم  $p$ ، فتكون المعادلة النسوية إلى  $AB$  وإلى المماس في  $B$  مثلاً:



$$(2) \quad y^2 = p x + \frac{p}{a} x^2 = \frac{p x}{a} (x + a).$$

نكتب المعادلة (1) مجدداً:

$$(3) \quad x(x + a) = a \cdot \frac{p}{4}.$$

$$y^2 = p^2/4 \quad \text{نستنتج من (2) و (3):}$$

$$y = p/2 \quad \text{فلذلك يكون معنا:}$$

فالمستقيم  $y = p/2$  يقطع القطع الزائد في نقطتين  $D$  و  $D_1$  اللتين يكون إسقاطهما  $E$  و  $E_1$  على المستقيم  $AB$ . يكون معنا عندئذ:

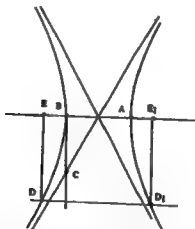
$$BE = x, AE = x + a.$$

تكون النقطتان  $E$  و  $E_1$  يورتي القطع الزائد. وبالفعل، فالمعادلة (3) تقابل التحديد الذي أعطاه أبولونيوس في المخروطات، ٣ - ٥، لبؤرة  $F$ :

$$(AB + BF). BF = AB. \quad \frac{1}{4} \text{ côté droit.}$$

نشير إنه في المقدمة ٦، يضع المؤلف  $H = BC^2$  ويفترض  $a = p$ ، وبذلك يكون:

$$BC = \frac{p}{2} = \frac{a}{2} = \frac{AB}{2} \quad \text{و} \quad BC^2 = \frac{p^2}{4}.$$



[١٦٥، ١٣] تتلخص المقدمة ٨ بما يلي: إذا كان معنا مثلث مساحته  $D$ ,

ونسبة  $E/G$ ، وزاوية  $xAy$ ، ونقطة  $B$  على أحد ضلعي الزاوية، أخرج من  $B$  مستقيماً يقطع الضلع الآخر في نقطة  $C$  حيث إن:

$$\frac{D}{\text{aire } ABC} = \frac{E}{G}.$$

نشئ مستطيلاً مساحته H بحيث تكون:

$$\frac{D}{H} = \frac{E}{G},$$

ثم نشئ على المستقيم AB متوازي الأضلاع ABIC ذا الزاوية  $\alpha$  Ay،  
بحيث إن:

$$\text{aire } ABIC = 2H$$

وهكذا تكون:

$$\text{aire } ABC = H$$

وهكذا تكون النتيجة.

نلاحظ أن المؤلف لم يشر إلى طبيعة السطح H. أما شكل المخطوطة فهو مستطيل. لم يفسر المؤلف لا إنشاء H ولا إنشاء متوازي الأضلاع ABIC. يبدو، من دون أدنى شك، إن هذين الإنشاءين هما عاديان بالنسبة إليه.

[١٦٦، ٨] ليكن BD متعامداً على AC، فإذا كانت الزاوية BAC  $\alpha$  معلومة تكون الزاوية BAD  $\alpha$  معلومة أيضاً، و BD . AC =  $\frac{1}{2}$  aire (ABC)، لكن:

$$\frac{AB \cdot AC}{\text{aire } (ABC)} = \frac{2 \cdot AB \cdot AC}{AC \cdot BD} = 2 \cdot \frac{AB}{BD},$$

فالنسبة  $\frac{BA}{BD}$  هي معروفة عندما تُعرف الزاوية BAD  $\alpha$ ، ولذلك تكون النتيجة.

نلاحظ أن المؤلف، من دون أن يسمي جيب الزاوية BAC  $\alpha$  فإنه يميز هذه الزاوية بالنسبة  $\frac{BA}{BD}$  والتي هي عكس الجيب، وهذا يقودنا إلى:

$$\frac{\text{aire } (ABC)}{AB \cdot AC} = \frac{1}{2} \sin \alpha A.$$

[١٦٧، ٨] نحصل على النتيجة مباشرة من المقدمة ٩.

$$\frac{\text{aire } (ABC)}{AB \cdot AC} = \frac{1}{2} \sin \alpha A, \quad \frac{\text{aire } (DEG)}{DE \cdot DG} = \frac{1}{2} \sin \alpha D;$$

وبما أن:  $\sin \alpha A = \sin \alpha D$

لذلك نكتب:

$$\frac{\text{aire } (ABC)}{\text{aire } (DEG)} = \frac{AB \cdot AC}{DE \cdot DG}$$

[١٨٠، ٦] للتعبير عن «خط التقارب» انظر للؤلف الرياضي لشرف الدين الطوموسي في: *Rushdi Rashid, Sharaf al - Dīn al - Tūsī. Œuvres mathématiques. Algèbre et géométrie au XII<sup>ème</sup> siècle* (Paris: Les Belles lettres, 1986), vol. 1, remarque [8,3], p. 126.

[١٨٤، ١٢-١٩] كتب ابن سهل هذه الفقرة، وكما أشرنا في الفصل الرابع من تحليلنا، بلغة تتسم بالفخامة اللفظية وكان هذا سبب كاف لجعلها ضحية الناسخين. لقد أعدنا بناءها بإنشاء ابن سهل وعصره. وهكذا بدل «لزمنا بسبابه» وهي غلطة واضحة فقد اخترنا «لزمنا بسببه». كما أنه من المحتمل أن تكون في الأصل بصيغة الجمع «بأسبابه». أما بالنسبة لكلمة عَنْ فإنها تعني «قصر» أو «عجز» ويقال «رجل عتي» أي عاجز. ونقرأ أيضاً: «من لم يعرف التنجيم والتشريح فهو عتي في معرفة الله تعالى». [مخطوطة استانبول، مجموعة حسن حُسنو باشا رقم ٦٠٠، ص ١٠٣].

[١٨٩] يشكل هذا النص جزءاً من كتاب: السجزي، كتاب أحمدين محمد بن عبد الجليل في المسائل المختارة التي جرت بينه وبين مهندس شيراز وخراسان وتعليقاته (دبلن، تشستر بيتي، ٧٦٥٢؛ استانبول، سليمان، راشت، ١١٩١). يستعيد السجزي في هذا الكتاب بعض المسائل التي درسها رياضيون عدة، كالقوهي وأبو الحسن الإقليدي.

فالنص المثبت والمترجم هنا هو إذاً استشهاد للسجزي لتحليل ابن سهل. ومع ذلك، فهذا الأخير لا يعطينا شيئاً عن مصدر هذا الاستشهاد، بل يعطينا فقط تاريخ تأليفه هذا الكتاب في شهر ذي الحجة سنة ٣٨٦ هجرية (٩٩٦م).

لقد أثبتناه استناداً إلى مخطوطتين مذكورتين في مراجع البحث، إحداهما في دبلن (Dublin)، تم نسخها في بغداد صبيحة نهار الجمعة الواقع فيه ٧ من شهر رمضان سنة ٦١١ (١٢١٥).

كما نعرف، إضافة إلى هذا النص، وجود كتابة أخرى ذكرها نظيف بن يعن والسجزي حول «عمل المثلث حاد الزوايا من خطين مستقيمين مختلفين».

نضيف إلى هذا، مسألة أخرى أثارها السجزي أيضاً: إذا كان معنا مقطعان AB و BC، أخرج من النقطة C مقطعاً AB حيث أن نسبته إلى ما يفصل من AB من جهة A أو من جهة B تكون مساوية لنسبة معطية.

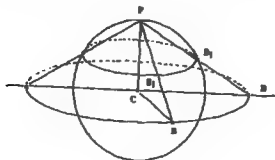
يذكر المجزي أن ابن سهل قد برهن هذه القضية في: السجزي، جواب  
أحمد بن محمد بن عبد الجليل عن مسائل هندسية (استانبول، راشيت، ١١٩١)،  
ص ٩١١.

يمكننا التساؤل إذا كانت هذه المسائل تنتمي إلى كتابة ابن سهل نفسها، أو إلى كتابات عدة، وما هي. كما يمكننا أن نستفسر عن الروابط التي تجمعها برسالة ابن سهل حول تحليل المسائل الهندسية والتي اشتمل الشني قسماً منها. ليس عندنا أي رد على هذه التساؤلات. تبدو هذه المؤشرات وكأنها تثبت فرضياتنا على اتساع إنجاز ابن سهل الرياضي ومكانته المرموقة في أواخر القرن العاشر.

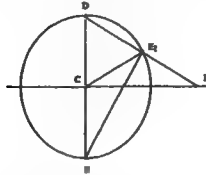
[١٩٥، ١٧] يعتبر هنا القوي إسقاطاً تسطيحياً ذا قطب  $N$  أو  $S$ . فسطح الاسطرلاب  $P$  هو عمودي على  $NS$ ، إذاً فهو موازٍ للسطح الاستوائي أو إنه هو ذاته هذا السطح. ويتعلق اختيار القطب بالجزء من الفلك الذي نريد تمثيله على الاسطرلاب.

[٢٠٤، ٤] يستخدم القوي، في هذه المقالة الثانية، نتيجة المقالة الأولى؛ فهو يُرجع بالتالي كلاً من المسائل الست التي عاجلها إلى تحديد مركز ونصف قطر الكرة. فهذا المركز هو مركز الاسطرلاب أيضاً. نستطيع بالتالي تحديد إسقاط كل نقطة من الكرة على مستوى الاسطرلاب.

[٢٠٨، ١٤] كل نقطة، حيث تكون مائلتها هي على مسافة معلومة من قطب الكرة، فإنها تنتمي إلى دائرة يكون مركزها منطبقاً مع مركز الاسطرلاب. يمكننا إذاً أن نعتبر ان المسافة  $BC$  المعطية هي الطول الفاصل بين مركز الاسطرلاب  $C$  ونقطة كيفية من الدائرة المقرونة بالمسافة الزاوية للمعلطة؛ فمائلتها هي النقطة  $B_1$ ، والقوس  $PB_1$  هو المسافة الزاوية المعلومة و  $PC$  هو نصف القطر  $D$  المطلوب. يرجعنا كل هذا إلى الإنشاء المساعد الذي يستعمل القضية الثانية من هذا الفصل.



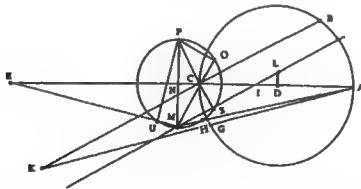
[٢١٨، ٥] للمعطيات هي: الدائرة  $ABC$  في مستوي الاسطرلاب، ومسافة قطب عمائله إلى قطب الكرة، وطول المقطع  $DE$  الذي يصل قطب الكرة بالنقطة التي تكون عمائلها على مسافة معلومة من هذا القطب.



ليكن  $C$  مركز الكرة، و  $D$  قطبها، و  $E$  نقطة من الاسطرلاب حيث  $E_1$  هي عمائلها. إننا نعلم الطول  $DE$  والقوس  $DE_1$ . إذا فإننا نعلم الزاوية  $\angle DCE_1$  والزاوية  $\angle CDE$ . يكون نصف القطر المطلوب هو  $CD = G$  الذي نحصل عليه بإنشاء المثلث قائم الزاوية ذي الوتر  $DE$  والزاوية المعلوم  $CDE$ .

فإذا عرفنا الدائرة  $ABC$ ، والمسافة من قطب عمائله إلى قطب الكرة، ونصف قطر هذه الكرة  $G$ ، نكون في الحالة نفسها من المسألة السابقة.

[٢٢١، ١٥] إذا كانت المسافة المعطاة هي أصغر من الأولى، فإننا نجعلها تساوي  $\widehat{AB} - \widehat{CG}$ . عندئذ نأخذ النقطتين  $B$  و  $G$  كل واحدة من ناحية بالنسبة لـ  $AC$ ، أما النقطة  $K$  فهي في خارج الدائرة  $ABC$ .



يتم الاستدلال بالطريقة ذاتها ونبرهن أن القوس  $\widehat{MS}$  هو متشابه مع القوس  $\widehat{AB}$ ، وكذلك بالنسبة للقوسين  $\widehat{MU}$  و  $\widehat{CG}$ .

وبالفعل فالزوايا  $\angle MPS = \angle NIM = \angle BCA$  و  $\widehat{MS}$  هو إذاً متشابه مع القوس  $\widehat{AB}$ . من ناحية أخرى، لدينا الزوايا التالية:  $\angle UPM = \angle E = \angle BKA$ ، فرق القوسين  $\angle BCA - \angle CAG = \angle MU$  إذاً متشابهاً مع  $\widehat{AB} - \widehat{CG}$ ، فرق القوسين المعطيين.

وبذلك تكون الكرة ذات المركز  $N$ ، ونصف القطر  $NM$ ، والقطب  $M$  هي الكرة المطلوبة.

[٢٢٦، ١١] إن معرفة  $K = EG/EK$  و  $(\alpha \in ]0, \pi[)$   $\angle EGK = \alpha$  لا تحولنا دائماً لتحديد أي مثلث متشابه مع  $EGK$ .

لنفترض أنه معنا المقطع  $EG = a$  ونصف المستقيم  $Gx$  حيث إن الزاوية  $\angle EGx$  تساوي  $\alpha$ . فيجب على النقطة  $K$  المطلوبة أن تنتمي إلى نصف المستقيم  $Gx$  وإلى الدائرة ذات المركز  $E$  ونصف القطر  $a/K$  (الشكل رقم (١٦) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)، حيث  $\alpha$  هي حادة و (الشكل رقم (١٧) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)، عندما تكون  $\alpha$  منفرجة كما هو مبين أدناه.



(١) إذا كان  $K < 1$ ، يكون معنا  $a < a/K$  مهما تكن  $\alpha$ ، حادة، قائمة أو منفرجة، فالدائرة  $(E, a/K)$  تقطع نصف المستقيم  $Gx$  في نقطة واحدة  $K$ . ويحجب المثلث  $EGK$  عن المسألة.

(٢) إذا كان  $K = 1$ ، فليس للمسألة حلّ إذا كانت  $\alpha \geq \frac{\pi}{2}$ . فالحل  $K = K_0$  عندما تكون  $\alpha$  حادة والمثلث المتساوي الضلعين  $EGK_0$  هو المثلث المطلوب.

(٣) إذا كان  $K > 1$ ، يكون معنا  $a < a/K$ . فإذا كانت  $\alpha \geq \frac{\pi}{2}$ ، فليس للمسألة حلّ. وإذا كانت  $\alpha < \frac{\pi}{2}$ ، ليكن  $EH \perp Gx$ ،  $\sin \alpha = EH/EH$ ،  $K = 1/\sin \alpha$ ، ويحجب المثلث قائم الزاوية  $EHG$  عن المسألة.

إذا كان  $1/\sin \alpha < K < 1$ ، تقطع الدائرة  $(E, a/K)$  المقطع  $GK_0$  في نقطتين  $K_1$  و  $K_2$ ، لكن المثلثين  $EGK_1$  و  $EGK_2$  ليسا متشابهين لأن الزاويتين الحادتين

$EK_1G$  و  $GEK_2$  ليستا متساويتين.

وبالفعل فإن الزاوية  $\angle EK_2EG > \angle K_1K_2E = \angle EK_1G$ .

واختصاراً إذا كانت  $K < 1$ ، يكون الحل صحيحاً مهما تكن  $\alpha$ ، وإذا كانت  $K = 1$  فهو صحيح فقط عندما تكون  $\alpha$  حادة ويكون المثلث متساوي الضلعين، وإذا كانت  $K > 1$  فالحل يكون فقط إذا كانت  $\alpha$  حادة وتحقق  $\sin \alpha = \frac{1}{K}$ ، يكون عندها المثلث قائم الزاوية. فلنأخذ تنسأه: هل وضع القوهي نفسه بالفرضية  $k < 1$  من دون أن يوضح ذلك؟ إنه في النص يؤكد فقط أن  $K$  هو عدد معلوم.

[١٤، ٢٢٦] لتكن  $C$  نقطة على المقطع المغطي  $AB$ ، المطلوب هو إيجاد نقطة  $D$  على المقطع  $CB$  حيث إن (الشكل رقم (١٨) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية):

$$K = \frac{AC \cdot CD}{AD \cdot DB} \text{ عدد معلوم.}$$

معنا:

$$\frac{CA}{CB} = \frac{CA \cdot CD}{CB \cdot CD}$$

نستنتج من هنا:

$$\frac{BC \cdot CD}{DA \cdot DB} = k \cdot \frac{CB}{CA} = \frac{1}{k'}$$

لتكن  $E$  وسط المقطع  $AB$ ، والنقطة  $D$  هي بين  $A$  و  $B$ ، يكون معنا:

$$(1) \quad DA \cdot DB + ED^2 = EB^2,$$

لكن:

$$(2) \quad BC \cdot CD + BC \cdot BD = BD^2.$$

وإذا أخذنا بعين الاعتبار أن  $k' = \frac{DA \cdot DB}{BC \cdot CD}$ ، نميز عندها حالتين:

$$(1) \quad \text{إذا: } \frac{EB^2}{BC^2} = k' \text{، عندئذٍ } \frac{ED^2}{BC \cdot BD} = k'.$$

لكن:  $\frac{CB}{EB} = \frac{CB \cdot BD}{EB \cdot BD}$  هي معلومة، إذاً  $\frac{EB}{CB} = k' \cdot \frac{EB \cdot BD}{ED^2}$  هي معلومة.

لتكن  $I$  وسط  $DE$ ، يكون معنا  $ID^2 = 4 ED^2$  والنقطة  $B$  هي خارج المقطع

$$DE \text{، فيكون معنا: } EB \cdot BD + DI^2 = BI^2$$

إذا تكون النسب:  $\frac{ID}{IB^2}$  معلومة،  $\frac{ID}{IB}$  معلومة أيضاً، وكذلك  $\frac{ID}{BD}$  و  $\frac{ED}{BD}$ ؛  
إذا النقطة D هي معلومة.

$$\text{ب) إذا كانت } \frac{BC^2}{EB^2} \neq k' \text{، عندئذٍ } \frac{ED^2}{BC \cdot BD} \neq k'.$$

لنفترض:  $EB^2 > k'BC^2$ ، عندها يكون:  $ED^2 > k'BC \cdot BD$ . فيكون  
معنا استناداً إلى (1) و (2):

$$ED^2 - k'BC \cdot BD = EB^2 - k'BC^2.$$

لنضع عندها:

$$EB^2 - k'BC^2 = k'CB \cdot BK,$$

وهذا يحدد المقطع BK، والنقطة K هي على امتداد AB. فنحصل على:

$$ED^2 = KD \cdot CB \cdot KD \text{ مع } KD > BD.$$

$$\frac{BC}{EK} = \frac{BC \cdot KD}{EK \cdot KD} = k'' \quad \text{لكن:}$$

هذه النسبة هي نسبة معلومة لأن EK هو معلوم،

$$\text{لذلك: } ED^2 = k'k'' EK \cdot ED$$

وبما أن I هي وسط ED، يكون معنا  $ED^2 = 4 EI^2$

$$\text{و } EK \cdot KD = KI^2 - EI^2$$

نستنتج من هذا أن:  $EI^2 (4 + k'k'') = k'k'' \cdot KI^2$

$$\text{فالنسبة } \frac{EI}{KI} \text{ هي إذا معلومة، وكذلك النسبة } \frac{ED}{KE} = \frac{2 EI}{KI + IB} \text{ وأيضاً } \frac{KD}{KE}$$

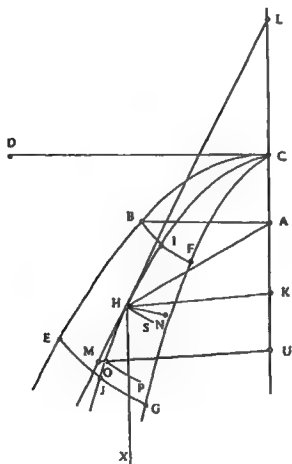
فالنقطتان E و K هي إذا معلومة؛ إذا النقطة D معلومة والمستقيم KD معلوم  
أيضاً.



**ملحق الأشكال الأجنبية(\*)**

## ١ - أشكال النص الأول

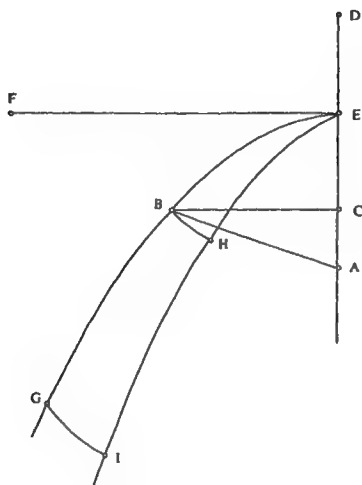
**الشكل رقم (١)**



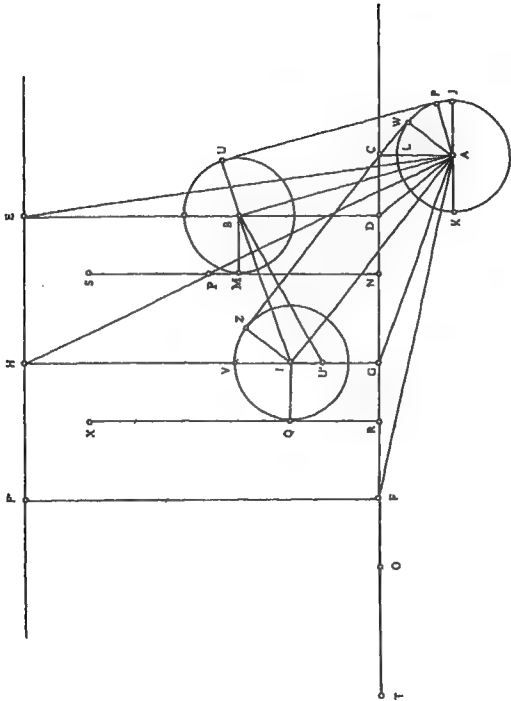
(\*) يقتصر الملحق على الأشكال التي تمت الإحالة إليها في النص، لذا سيلاحظ القارئ عدم تغطيتها (المحرر).



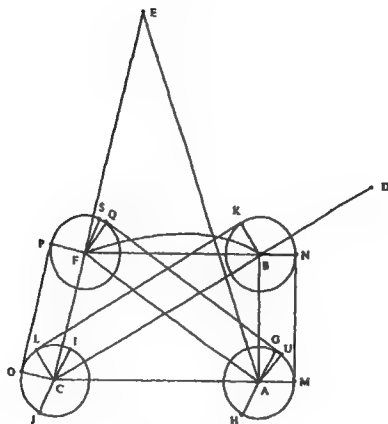
الشكل رقم (٤)



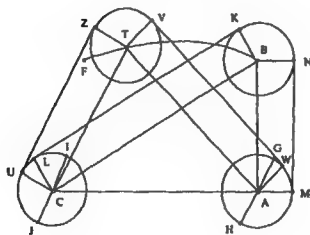
الشكل رقم (٥)



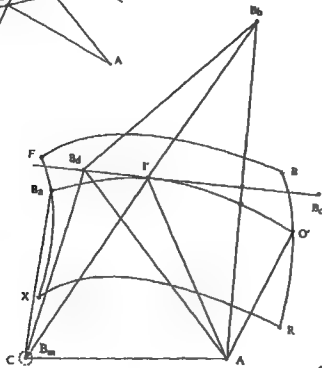
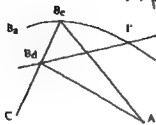
الشكل رقم (٦)



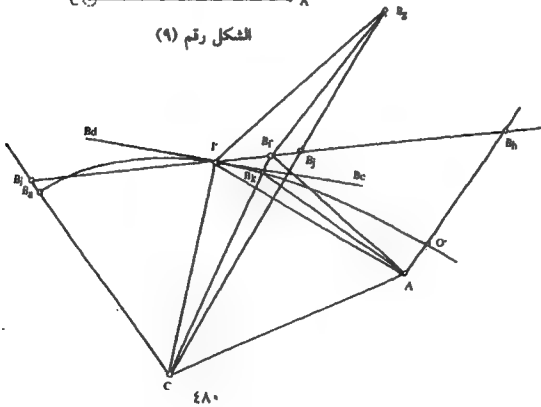
الشكل رقم (٧)



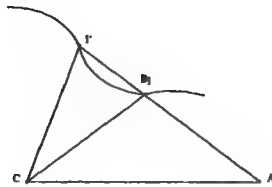
الشكل رقم (٨)



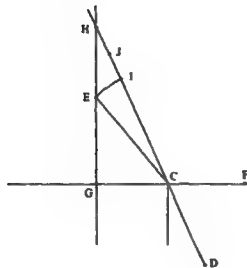
الشكل رقم (٩)



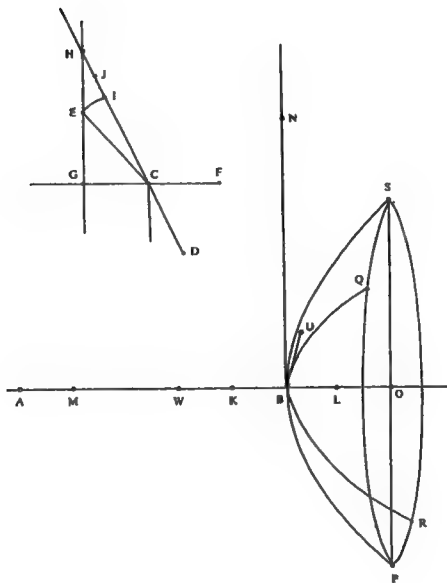
الشكل رقم (١٠)



الشكل رقم (١١)

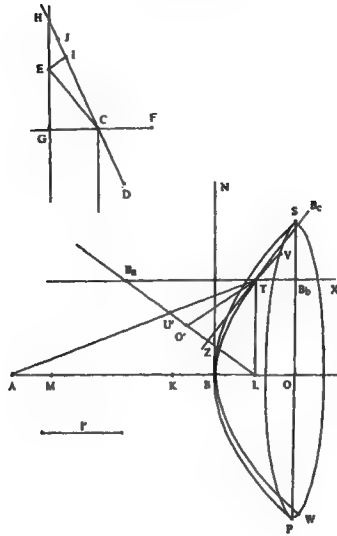


الشكل رقم (١٢)



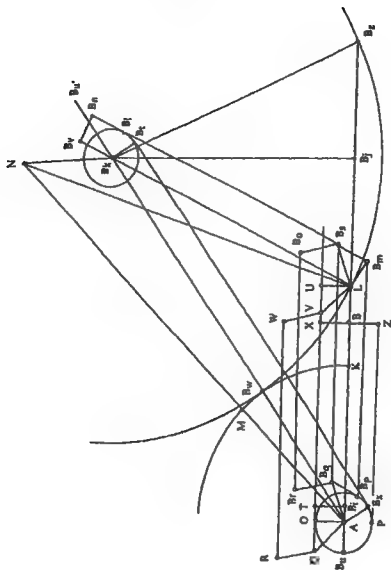


الشكل رقم (١٣)



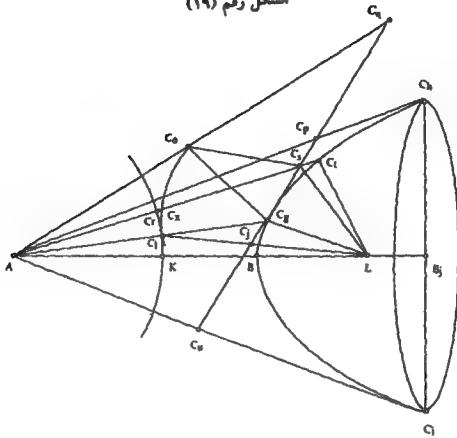


الشكل رقم (١٥)

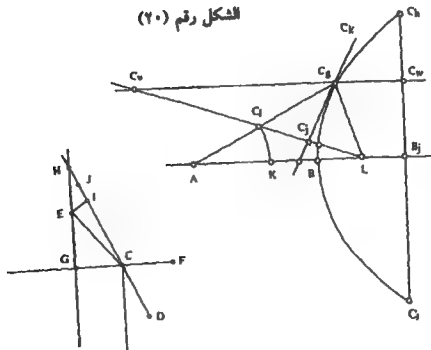




الشكل رقم (١٩)

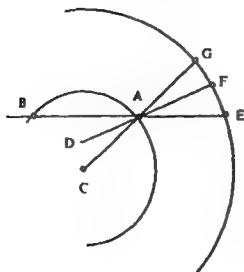


الشكل رقم (٢٠)

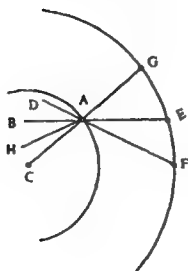




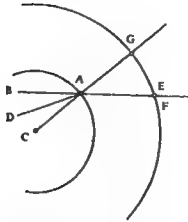
٢ - أشكال النص الثاني  
الشكل رقم (١)



الشكل رقم (٢)

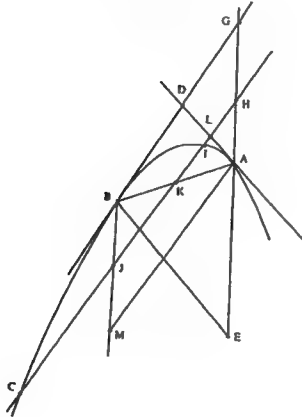


الشكل رقم (٣)



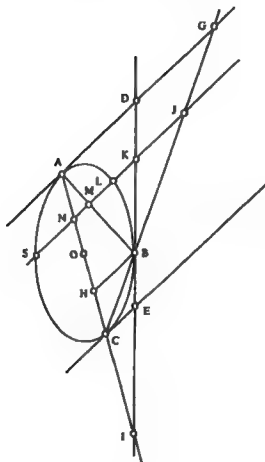
٣ - أشكال للنص الثالث

الشكل رقم (١)

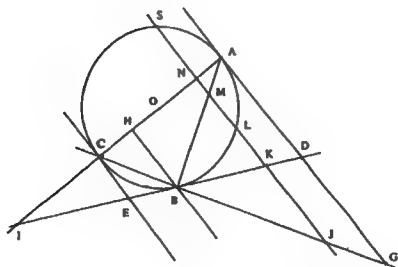




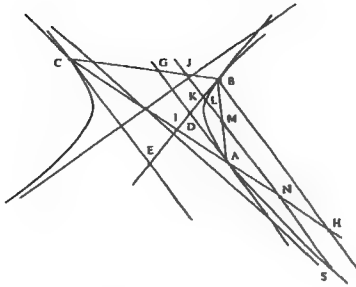
الشكل رقم (٢ - ١)



الشكل رقم (٢ - ب)

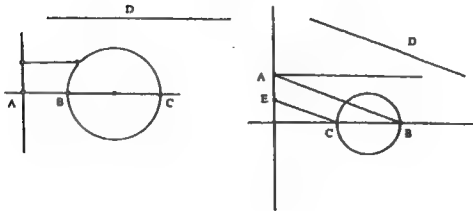


الشكل رقم (٢ - ج)

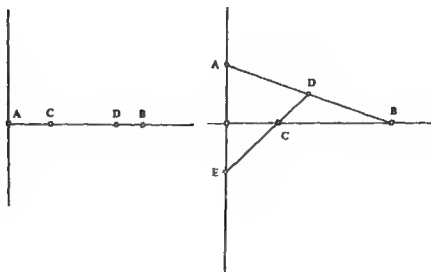


٤ - أشكال النص الرابع

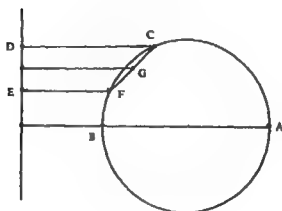
الشكل رقم (١)



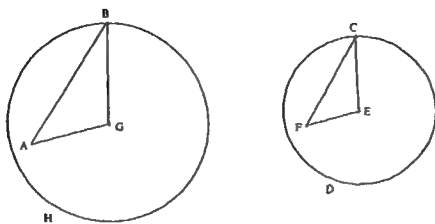
الشكل رقم (٧)



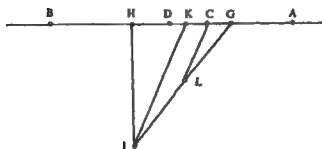
الشكل رقم (٤)



الشكل رقم (٧)



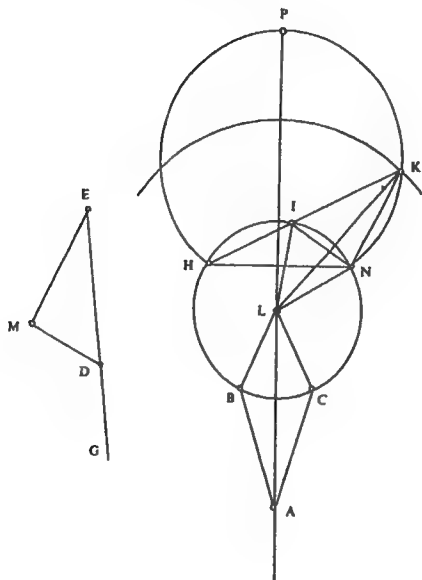
الشكل رقم (٨)



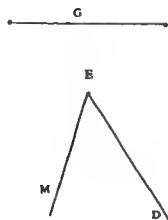
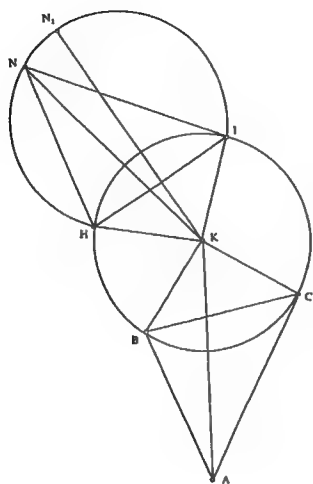
الشكل رقم (٩)



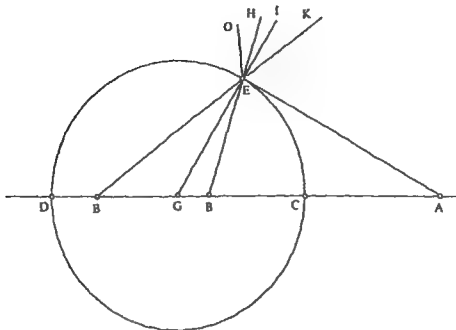
الشكل رقم (١٠)



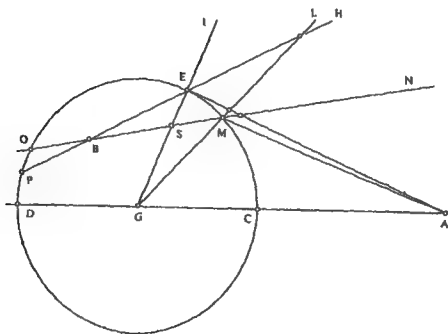
الشكل رقم (١١)



• - أشكال النص الخامس  
الشكل رقم (١)



الشكل رقم (٢)

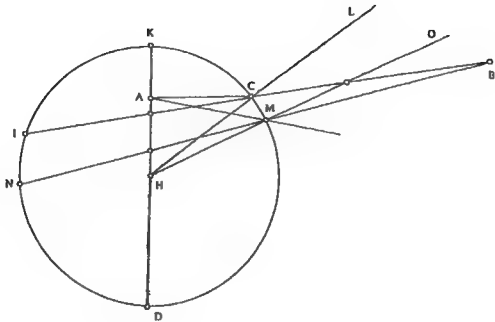




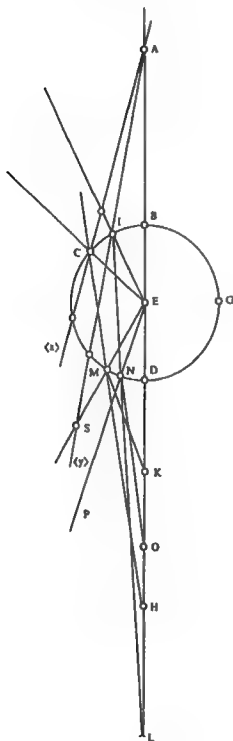




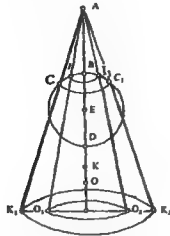
الشكل رقم (٧)



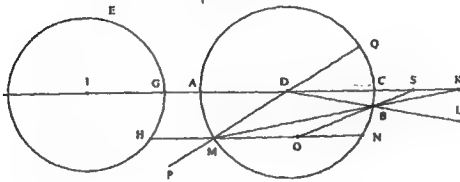
٦ - أشكال النص السادس  
الشكل رقم (١)



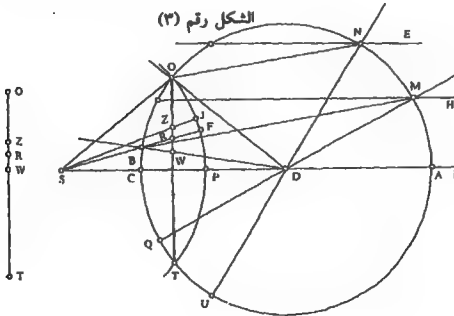
الشكل رقم (٢)



٧ - أشكال النص السابع  
الشكل رقم (١)



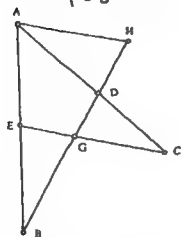
الشكل رقم (٣)



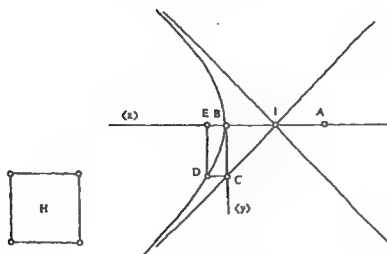


٨ - أشكال الملحق الأول

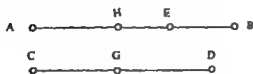
الشكل رقم (١)



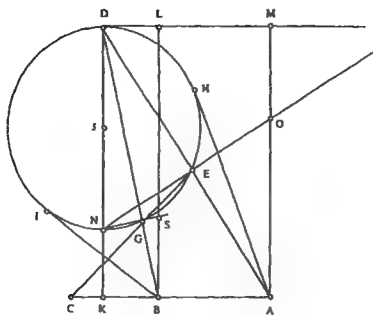
الشكل رقم (٢)



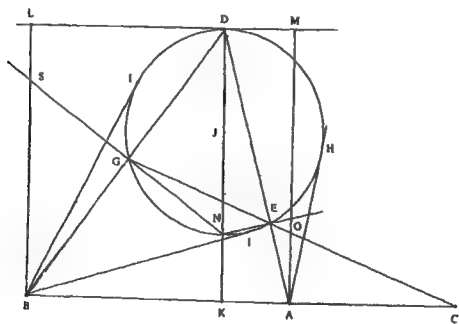
الشكل رقم (٣)



الشكل رقم (٧ - ١)



الشكل رقم (٧ - ب)

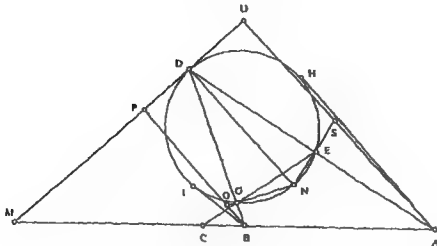




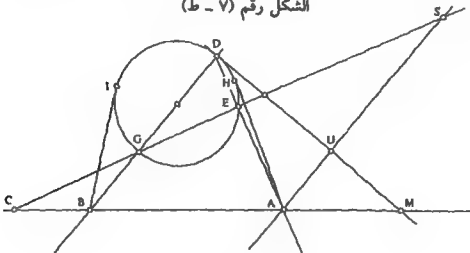




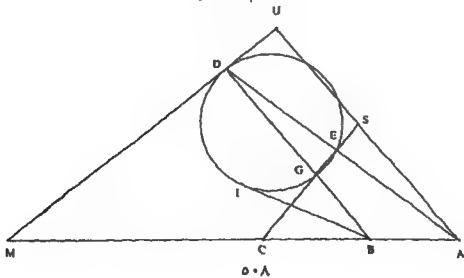
الشكل رقم (٧ - ح)



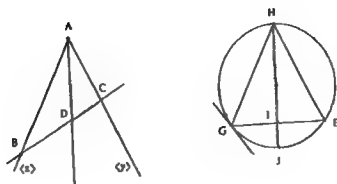
الشكل رقم (٧ - ط)



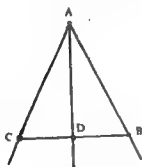
الشكل رقم (٧ - ي)



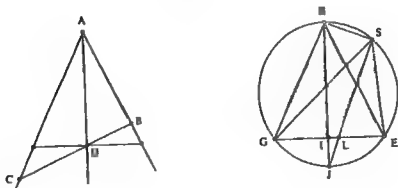
الشكل رقم (٨ - ١)



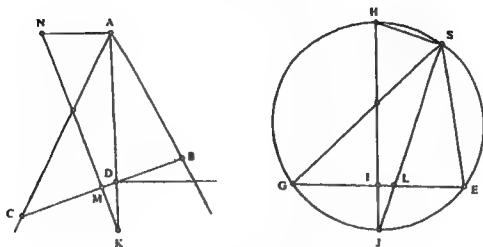
الشكل رقم (٨ - ب)



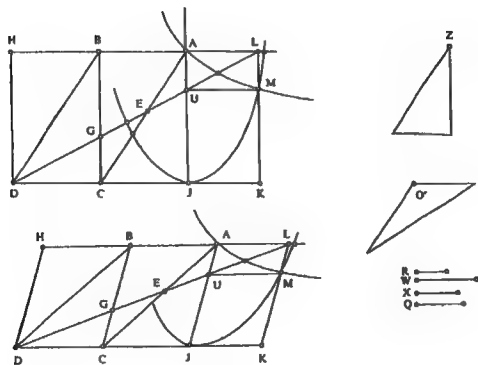
الشكل رقم (٨ - ج)



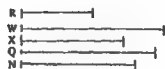
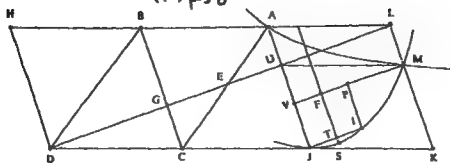
الشكل رقم (٨ - د)



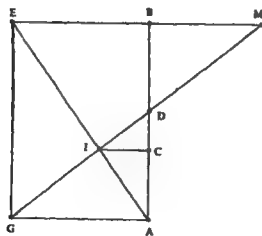
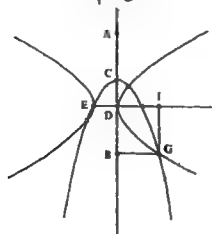
الشكل رقم (٩)



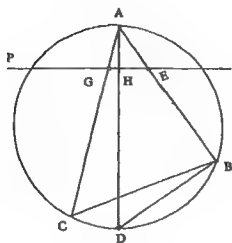
الشكل رقم (١٠)



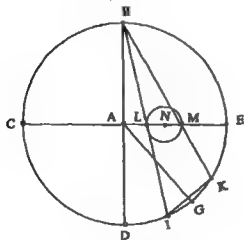
الشكل رقم (١١)



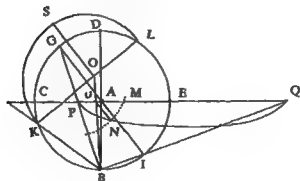
٩ - أشكال الملحق الثالث  
الشكل رقم (١)



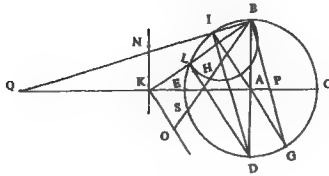
الشكل رقم (٢)



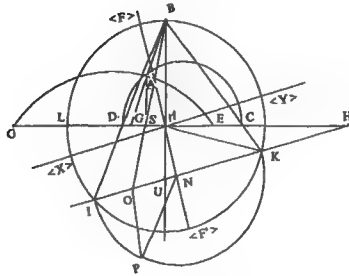
الشكل رقم (٣)



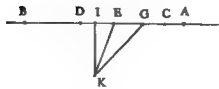
الشكل رقم (٤)



الشكل رقم (١٦)



الشكل رقم (١٧)



الشكل رقم (١٨)







## قائمة المصطلحات(\*)

(A)		(C)	
Aberration	: الزيف البصري	Cadran solaire	: مزولة - ساعة شمسية
Abacisse	: فاصلة (على محور السينات)	Calotte sphérique	: قبة كروية
Algorithme	: خوارزمية	Catoptrique	: علم الانعكاس
Angle inscrit	: زاوية محوطة	Cercle circonscrit	: دائرة محيطة
Antiparallèle	: مضاد للمتوازي	Cercle de hauteur	: دائرة الارتفاع
Apogée	: أوج	Cercle inscrit	: دائرة محوطة
Arc capable	: قوس كتفه الزاوية	Confondre	: منطبق
Ascension	: مطلع	Coniques	: قطع مخروطية، مخروطيات
Astre	: كوكب	Conjonction	: اقتران
Astres errants	: كواكب حائرة	Constellation	: كوكبة
Astrologie	: تنجيم	Construction	: إنشاء
Asymptote	: خط مقارب	Coordonnées éclip-tiques	: إحداثيات برجية
Axe	: محور	Coordonnées hori-zontales	: إحداثيات أفقية
Axes de coordon-nées	: محوري الإحداثيات	Côté droit	: ضلع قائم
Azémuit	: السم	Grépuscule du matin	: السحر
(B)			
Bissectrice	: منصف	Grépuscule du soir	: النفق
Branche d'hyperbole	: فرع القطع الزائد		

(\*) تيسلاً للقارئ، وضعت هذه القائمة بالمصطلحات (للترجم).

<b>(D)</b>		<b>(H)</b>	
Démonstration par l'absurde :	برهان الخُلف	Homologue :	مماثل
Dérivée :	المشتق	Hyperbole :	قطع مكافئ
Déviation :	زاوية الانحراف	Hyperbole équilatère :	قطع زائد قائم
Diagonal :	خط الزاوية	Hyperboloïde :	مجسم زائد
Dièdre :	زوجي السطح	<b>(I)</b>	
Dioptrique :	علم الانكسار	Incidence :	سقوط
Direction :	منحى	Inclinaison :	انحراف
Directrice :	دليل	Indice de réfraction :	قيمة الانكسار
Distance angulaire :	البعد الزاوي أو المسافة الزاوية	Inégalité :	المتباينة
Diurne :	يومي	Interpolation linéaire :	الاستكمال الخطي
Division harmonique :	قسمة توافقية	Inversion :	تماكس
<b>(E)</b>		<b>(L)</b>	
Ecliptique :	فلك البروج	Lemme :	مقدمة
Ellipse :	قطع ناقص، إهليلج	<b>(M)</b>	
Ellipsoïde :	مجسم ناقص	Médiatrice :	ومسيط
Excentricité :	اختلاف مركزي	Méridien :	خط الزوال
Extrapolation :	الامتكمال الخارجي	Miroir concave / Miroir convexe :	مرآة مقعرة / مرآة محدبة
<b>(F)</b>		<b>(O)</b>	
Fonction :	دالة	Obliquité de l'écliptique :	ميل فلك البروج
Fonction de second degré :	دالة درجة ثانية	Opacité :	كمدية
Fonction monotone :	دالة وحيدة التغير	Ordonnée :	إحداثية
Fonction offine :	دالة أنينية	Orthogonalité :	تعامد
Fonction polynôme :	دالة متعددة الحدود	<b>(P)</b>	
Foyer :	بؤرة	Parabole :	قطع مكافئ
<b>(G)</b>		Paraboloides :	مجسم مكافئ
Génératrice :	رسمية		

Paramètre	:	وسيط	Sections coniques	:	نظير مخروطية
Périgée	:	حضيض	Série	:	متسلسلة
Plan	:	مستوي	Signes zodiacaux	:	صور البروج
Plan tangent	:	مستوي مماس	Similitude	:	تشابه
Planète	:	كوكب	Sommet de la parabole	:	رأس القطع المكافئ
Points alignés	:	نقاط على خط مستقيم	Sous - normale	:	تعمودي
Pôle	:	قطب	Sous - tangente	:	لتحتماس
Postulat	:	مصادرة، مسلمة	Sphères concentriques	:	كرات متحدة المركز
Précession	:	اللياقرة	Sphères excentriques	:	كرات مختلفة المركز
Premier ordre	:	المرتبة الأولى	Stigmatisme	:	تسديد النظر
Progression	:	متوالية	Surface	:	سطح
Projection cylindrique	:	استقاط أسطوانتي	Surface de révolution	:	سطح دوراني
Projection stéréographique	:	استقاط تسطيفي	Symétrie	:	تماثل، تناظر
Projection zénitale	:	استقاط سمتي	(T)		
Projetante	:	المسقط	Tangente	:	مماس
Proposition	:	قضية	Terme	:	حد
Puissance de l'inversion	:	قدرة التماكس	Théorème	:	مبرهنة
(R)			Triangle rectangle	:	مثلث قائم
Référence	:	إسناد	(V)		
Retour inverse de la lumière	:	المودة المطابقة للضوء	Le Vertical	:	الخطامنة
(S)			(Z)		
Séculaire	:	قروني	Zénith	:	سمت الرأس



## المراجع

### ١ - العربية

#### كتب

- ابن الأثير، أبو الحسن علي بن محمد. الكامل في التاريخ. تحقيق كارلوس يوهانس تورنيغ. ليدن: بريل، ١٨٥١ - ١٨٧٦. ١٢ ج.
- ابن الجوزي، أبو الفرج عبد الرحمن بن علي. المنتظم في تاريخ الملوك والأمم. حيدرآباد - الدكن: دائرة المعارف العثمانية، ١٣٥٧ - ١٣٥٩ هـ/١٩٣٨ - ١٩٤٠ م. ١٠ ج.
- ابن خلكان، أحمد بن محمد. وفیات الأعيان وأنباء أبناء الزمان. تحقيق محمد عبي الدين عبد الحميد. القاهرة: مكتبة النهضة المصرية، ١٩٤٨ - ١٩٤٩. ٦ ج.
- ابن عراق، أبو نصر منصور بن علي. رسائل أبي نصر بن عراق إلى البيروني، حيدرآباد - الدكن: مطبعة جمعية دائرة المعارف، ١٩٤٨.
- ابن التميم، أبو الفرج محمد بن اسحق. الفهرست. تحقيق رضا تجدد. طهران: [د.ن.]، ١٩٧١.
- ابن الهيثم، أبو علي محمد بن الحسن. الشكوك على بطليموس. تحقيق عبد الحميد صبره ونيل الشهابي؛ تصدير ابراهيم مذكور. القاهرة: مطبعة دار الكتب، ١٩٧١.
- . مجموع الرسائل. حيدرآباد - الدكن: دائرة المعارف العثمانية، ١٣٥٧ هـ/١٩٣٨ - ١٩٣٩ م.
- . للناظر، المقالات الأولى، الثانية والثالثة. تحقيق عبد الحميد صبرا. الكويت: [د.ن.]، ١٩٨٣.
- أبو البقاء، الكليات. تحقيق أ. درويش وم. المصري. دمشق: [د.ن.]، ١٩٧٤.
- ج ٥.
- أبو حيان التوحيدي، علي بن محمد بن علي بن العباس. الامتاع واللوانسة. تحقيق أحمد أمين وأحمد الزين. [القاهرة]: مطبعة بولاق، [د.ت.].

أبو عريان الثقفي. ديوان أبي عريان الثقفي. حلب: منشورات م. فاخوري، ١٩٨٢.  
أعمال إبراهيم بن سنان. تحقيق أحمد سليم سعيدان. الكويت: [د.ن.].، ١٩٨٣.  
(السلسلة التراثية؛ ٦)

البيروني، أبو الريحان محمد بن أحمد. الجماهر في معرفة الجواهر. حيدرآباد: جمعية  
المعارف العثمانية، ١٣٥٥هـ/١٩٣٦م.

التيفاشي، شرف الدين أبو العباس أحمد بن يوسف. أزهار الأفكار في جواهر  
الأحجار. تحقيق م. ي. حسن وم. ب. خفاجي. القاهرة: [د.ن.].، ١٩٧٧.  
الحزاني، أبو اسحق إبراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة. رسائل ابن السنان. حيدرآباد-  
الذكن: دائرة المعارف العثمانية، ١٩٤٨.

———. المسائل المختارة. الكويت: دار نشر سعيدان، ١٩٨٣.

دانسارشت، أكبر. رسالة في تسطيح الكرة مع تلخيصها بالفارسية. طهران:  
[د.ن.].، ١٩٧٣.

الطحناوي. كشف اصطلاحات الفنون. تحقيق مولوي محمد وجيه، عبد الحق وغلام  
قادر. كالكوتا: [د.ن.].، ١٨٦٢. ٢ ج.

القلقشندي، أبو العباس أحمد بن علي. صبح الاعشى في صناعة الانشا. القاهرة:  
مطبعة بولاق، ١٩٦٣.

ميتز، أ. الحضارة الإسلامية، عصر النهضة في الإسلام. ط ٢. القاهرة: [د.ن.].،  
١٩٤٨.

نظيف، مصطفى. الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية. القاهرة: جامعة فؤاد  
الأول، ١٩٤٢ - ١٩٤٣. ٢ ج.

ياقوت الحموي، شهاب الدين أبو عبد الله. معجم البلدان. تحقيق فرديناند  
وستنفلد. غوتنجن: [د.ن.].، ١٨٦٦ - ١٨٧٣. ٦ ج.

### مخطوطات

ابن البناء. رفع الحجاب. استانبول، وهيي، مخطوط ١٠٠٦.  
ابن سهل. البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء. دمشق، الظاهرية،  
١٤٨٧؛ جنال، ١٧٠٦؛ لينينغراد، المؤسسة الشرقية ٨٩، مجموعة B، ١٠٣٠؛  
اوكسفورد، مكتبة بودلين، مارش ٧١٣، واوكسفورد، مكتبة بودلين، ذارست  
٣.

———. شرح كتاب صناعة الاسطرلاب لأبي سهل القوهي. ليدن، شرقيات ١٤.

- في خواص القطوع الثلاثة. باريس، المكتبة الوطنية، ٢٩/٢٤٥٧.
- كتاب تركيب المسائل التي حلها أبو سعد العلاء بن سهل. القاهرة، دار الكتب، م. رياضة، ٨/٤١.
- كتاب الحزاقات. دمشق، الظاهرية، ٤٨٧١، وطهران، ملمي، ٨٦٧.
- مسألة هندسية. دبلن، تشستر بيتي، ٣٦٥٢، واستانبول، سليمانية، راشت، ١١٩١.
- ابن عيسى، أحمد. كتاب المناظر والمرايا المحرقة على ملهب إقليدس في علل البصر. استانبول، راغب باشا، ٧٩٩ - ٩٣٤.
- ابن محمد، عطارد. الأنوار المشرفة في عمل المرايا المحرقة. استانبول، لالري، ٢٧٥٩ (١).
- ابن المعروف، تقي الدين. كتاب نور حدقات الابصار ونور حدقات الأنظار. اوكسفورد، مكتبة بولدين، مارش، ١١٩.
- ابن الهيثم، أبو علي محمد بن الحسن. خطوط الساحات. استانبول، المتحف العسكري، ٣٠٢٥ وعاطف ٧/١٧١٤.
- رسالة في الكرة المحرقة. برلين، ستاتس بيبليوتك، Oct. ٨/٢٩٧٠، واستانبول، عاطف ١٠/١٧١٤.
- تحرير كمال الدين الفارسي. كولومبيا، شرقيات ٣٠١، ٨٨ - ٢٥٢٦؛ استانبول، سليمانية، آيا صوفيا، ٢٥٩٨؛ استانبول، توكاي سراي، أحمد III، ٣٣٤٠؛ خودا - بخش ٢٩٤٥؛ ليدن، رقم ٢٠١، وطهران، مجلس شوري ٦٢٤٥١.
- كتاب المناظر، المقالة السابعة. استانبول، سليمانية، آيا صوفيا، ٢٢٤٨؛ استانبول، سليمانية، فاتح، ٣٢١٦، واستانبول، كوبرولو، ٩٥٢.
- المناظر. توكاي سراي، أحمد III، ٣٣٩٩. المقالة الأولى: استانبول، فاتح، ٣٢١٢؛ المقالة الثانية: استانبول، فاتح، ٣٢١٣، توكاي سراي، أحمد III، ١٨٩٩؛ المقالة الثالثة: استانبول، فاتح، ٣٢١٤، توكاي سراي، أحمد III، ١٨٩٩؛ المقالة الرابعة: استانبول، فاتح، ٣٢١٥، والمقالة السابعة: استانبول، فاتح، ٣٢١٦ و ٣٢١١؛ استانبول، آيا صوفيا، ٢٢٤٨.
- البوزجاني، أبو الوفاء. رسالة في جمع أضلع للربعات والمكعبات. مشهد، اسطان قدس ٣٩٣.
- البيروني، أبو الريحان محمد بن أحمد. استيعاب الوجوه للمكعبة في صنعة الاسطرلاب.

ليدن: مكتبة جامعة ليدن، ١٩٧١. مخطوط رقم ١٠٦٦.

——. تطبيع الصور وتطبيع الكور. ليدن، ١٠٦٨.

التيفاشي، شرف الدين أبو العباس أحمد بن يوسف. الأحجار الملوكة. استانبول، حسن حسن باشا، ٦٠٠، والقاهرة: دار الكتب، مجموعة طبعات، تيمور ٩١.

ثابت بن قرة. الرسالة المشوقة إلى العلوم. طهران، مالك، ٦١٨٨.

دثرومس. كتاب ابلونيوس في أشكال الصنوبرية. المكتبة البريطانية، ٧٤٧٣.

السجزي. جواب أحمد بن محمد بن عبد الجليل عن مسائل هتمسية. استانبول، راشنت، ١١٩١.

——. رسالة أحمد بن محمد بن عبد الجليل إلى أبي علي نظيف بن يمن المتطرب في عمل

مثلث حاد الزوايا من خطين مستقيمين مختلفين. باريس، المكتبة الوطنية، ٢٤٥٧.

——. كتاب أحمد بن محمد بن عبد الجليل في المسائل المختارة التي جرت بينه وبين مهندسي شيراز وخراسان وتعليقاته. دبلن، تشستر بيتي، ٧٦٥٢؛ استانبول، سليمان، راشنت، ١١٩١.

——. المقالة الرابعة من كتاب إقليدس في الأصول، الشكل العاشر. استانبول،

راشنت، ١١٩١.

الشتي. كشف تمويه أبي الجلود في أمر ما قنمه من المقدمتين لعمل المسنن بزمه.

القاهرة، دار الكتب، مجموعة فاضل ٤١ رياضة، مخطوطة رقم ٧٨٠٥.

الغندجاني. القيلة. اوكسفورد، مكتبة بودلين، ذارست ٣.

الفارسي، كمال الدين. تنقيح المناظر للنوي الابصار والبصائر. الهند، باتنا، خودا -

بخش، ٢٤٥٥ و ٢٤٥٦؛ الهند، متحف مهراجا منسنگ جابور؛ الهند، راذا،

رامبور، ٣٦٨٧ و ٦٤٤٤؛ إيران، اسطان قدس مشهد، ٥٤٨٠؛ طهران،

سباسالار، ٥٥١ و ٥٥٢، وروسيا، كيبيشيف.

الفرغاني. الكامل.

قسطنطين لوقا. كتاب في علل ما يعرض في المرايا المحرقة من اختلاف المناظر. مشهد،

اسطان قدس، ٣٩٢.

القوي. رسالة في عمل للسبع المتساوي الاضلع في دائرة معلومة. باريس، المكتبة

الوطنية، ٤٨٢١.

——. كتاب صنعة الاسطرلاب بالبرهان. كولومبيا، شرقيات ٤٥، سميث، وليدن،

شرقيات ١٤.

الكندي. كتاب الشماعات. خودا - بخش، ٢٠٤٨.



المجسطي. كتاب كامل الصناعة للطبية. استانبول، مكتبة الجامعة، ١٣٧٥.  
اليزدي. عيون الحساب. استانبول، هزيناسي، ١٩٩٣.

## دوريات

انبيا، عادل. «تسيع الدائرة». (حول تاريخ هذه المسألة في الرياضيات العربية).  
*Journal for the History of Arabic Science*: vol. 1, no. 2, 1977.

البيروني، أبو الريحان محمد بن أحمد. «الآثار الباقية عن القرون الخالية». ed. by C.E. Sachau. *Chronologie Orientalischer Völker* (Leipzig): 1923.

———. «تسطيح الصور وتطيح الكور». تحقيق أ. سعيدان. المجلة العلمية (الجمعية الأردنية - الأردن): السنة ٣، العددان ١ - ٢، ١٩٧٧.

الروذرواري، أبو شجاع. «ذيل كتاب تجارب الأمم». تحقيق وترجمة ه. ف. امدروز ود.س. مرجوليوث في: *The Eclipse of the Abbasid Caliphate*. Oxford: [n.pb.], 1921.

كرد علي. «مخطوط نادر». مجلة المجمع العلمي العربي: العدد ٢٠، ١٩٤٥.  
نظيف، مصطفى. «الحسن بن الهيثم والنهاية العلمية منه وأثره المطبوع على علم الدواء». محاضرة أقيمت في ١٢ نيسان ١٩٣٩.

———. «كمال الدين الفارسي وبعض بحوثه في علم الدواء». *Publications of the Egyptian Society for the History of Science*: no. 2, 1958.

## ٢ - الأجنبية

### Books

Bergé, M. *Pour un humanisme vécu: Abū Hayyān al-Tawhīdī*. Damas: Institut français de Damas, 1979.

Clagett, Marshall. *Archimedes in the Middle Ages*. Philadelphia: American Philosophical Society, 1980.

——— (ed.). *Archimedes in the Middle Ages*. Madison, Wis.: University of Wisconsin Press, 1964.

Crombie, Alistair Cameron. *Robert Grossetest and the Origins of Experimental Science, 1100-1700*. Oxford: Clarendon Press, 1953.

*Dictionary of Scientific Biography*. New York: Scribner's Sons, 1972; 1973.

Diophante. *Les Arithmétiques*. Texte établi et traduit par R. Rashed. Paris: Les Belles lettres, 1984.

Eastwood, Bruce S. *Astronomy and Optics from Pliny to Descartes*. London: Variorum Reprints, 1989.

Euclides. *Euclidis Optica Opticorum Recensio Theonis, Catoptrica, Cum Scholi-*

- is *Antiquis*. Edidit J. L. Heiberg. Leipzig: Teubner, 1895.
- Huxley, George Leonard. *Anthemius of Tralles: A Study in Later Greek Geometry*. Cambridge, Mass.: [n. pb.], 1959. (Greek, Roman and Byzantine Monographs; no. 1)
- Huygens, Christiaan. *Œuvres complètes* (T. 13, Dioptrique 1653, 1666, 1685-1692). La Haye: [s. n.], 1916.
- Ibn al-Haytham. *Optica Thesaurus Alhazeni Arabis Liber Septem*. Ed. par F. Risner and Basel (1572), with an Introduction by David C. Lindberg. 2nd ed. New York; London: Johnson Reprint, 1972.
- Kongelige Danske Videnskabernes Selskab: *Historisk - Filologiske Meddelelser*. Copenhagen: [n. pb.], 1927.
- Kracmer J. L. *Humanism in the Renaissance of Islam*. Leiden: E. J. Brill, 1986.
- Lejeune, Albert. *Euclide et Ptolémée, deux stades de l'optique géométrique grecque*. Louvain: [s. n.], 1948.
- Lindberg, David. C. *Studies in the History of Medieval Optics*. London: Variorum Reprints, 1983.
- Locust's Leg, A. *Studies in Honour of S. H. Taqigadeh*. London: [n. pb.], 1962.
- Maulavi, Abdul Hamid. *Catalogue of the Arabic and Persian Manuscripts in the Oriental Public Library at Bankipore*. Patna: [n. pb.], 1937.
- Metz, A. *Die Renaissance des Islams*. Ed. by H. Reckendorf. Heidelberg: [n. pb.], 1922. 2 vols.
- Meyerhof, Max. *The Book of the Ten Treatises on the Eye Ascribed to Hunain Ibn Is-Hāq (809-877 A.D.)*. Cairo: [n. pb.], 1928.
- Milhaud, G. *Descartes savant*. Paris: Félix Alcan, 1928.
- Al. Muqaddasi, Muhammad Ibn Ahmad. *Kitāb Ahsan Al-Takāsim fī ma'rifa al-Akālīm*. ed. by Michael Jan de Goeje. 2<sup>ème</sup> éd. Leiden; Leipzig: [n. pb.], 1906. (Bibliotheca Geographorum Arabicorum; 3)
- National Museum of American History (U.S.). *Planispheric Astrolabes from the National Museum of American History*. Washington: Smithsonian Institution Press, 1984. (Smithsonian Studies in History and Technology; no. 45)
- Omar, Saleh Beshara. *Ibn al-Haytham's Optics*. Chicago: Bibliotheca Islamica, 1977.
- Priestley, John Boynton. *The History and Present State of Discoveries Relating to Vision, Light and Colours*. London: [n. pb.], 1772; New York: Kraus Reprint Co. Millwood, 1978.
- Ptolemaeus, Claudius. *Composition mathématique de Claude Ptolémée*. Trad. de N. Halma. Paris: [s. n.], 1813. 2 vols.
- . *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile*. éd. par Albert Lejeune. Louvain: Bibliothèque de l'université, bureaux du recueil, 1956. (Université de Louvain, recueil de Travaux d'histoire et de philologie; 4 sér. fasc. 8)
- Rashid, Rushdi. *Dioclès, Anthémius de Tralles, Didyme et al.: Sur les miroirs ardents*.
- . *Entre arithmétique et algèbre: Recherches sur l'histoire des mathéma-*

- tiques arabes. Paris: Les Belles lettres, 1984. (Collection sciences et philosophie arabes)
- . *Mathématiques infinitésimales aux IX-XI<sup>ème</sup> siècles.*
- . *L'Œuvre optique d'al-Kindi.*
- . *Sharaf al-Dīn al-Tūsī. Œuvres mathématiques. Algèbre et géométrie au XII<sup>ème</sup> siècle.* Paris: Les Belles lettres, 1986.
- (éd.). *Mathématiques et philosophie de l'antiquité à l'âge classique.* Paris: Centre national de la recherche scientifique, 1991.
- Rømer et la vitesse de la lumière. Paris: Ed. R. Taton, 1978.
- Rosenfeld, B. *A History of Non - Euclidean Geometry: Evolution of the Concept of a Geometric Space.* New York: Springer-Verlag, 1988. (Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences; vol. 12)
- Schramm, Matthias. *Ibn al-Haytham's Weg zur Physik.* Wiesbaden: Franz Steiner, 1963. (Boethius; Texte und Abhandlungen zur Geschichte der Exakten Wissenschaften; Bd. 1)
- Sezgin, F. *Geschichte des Arabischen Schrifttums.* Leiden: E. J. Brill, 1978.
- Simon, G. *Le Regard, l'être et l'apparence dans l'optique de l'antiquité.* Paris: Seuil, 1988.
- Ver Eecke, P. *Les Opusculs mathématiques de Didyme, Diophane et Anthémios.* Paris: Bruges, 1940.
- Vossius, Isaac. *De Lucis natura et proprietate.* Amstelodami: Apud Ludovicum & Danielem Elzevirios, 1662.

### Periodicals

- Anboubā, Adel. «Construction de l'heptagone régulier par les arabes au 4<sup>ème</sup> siècle de l'hégire.» *Journal for the History of Arabic Science:* vol. 2, no. 2, 1978.
- Berggren, J. L. «Al Bīrūnī on Plane Maps of the Sphere.» *Journal for the History of Arabic Science:* vol. 6, nos. 1-2, 1982.
- . The Correspondence of Abū Sahl al-Kūhī and Abū Ishāq al-Sābī: A Translation with Commentaries.» *Journal for the History of Arabic Science:* vol. 7, nos. 1-2, 1983.
- Hamadanizadeh, J. «Interpolation Schemes in Dustūr al-Munajjimīn.» *Centaurus:* vol. 22, no. 1, 1978.
- Heath, Th. «The Fragment of Anthemius on Burning Mirrors and the Fragmentum Mathematicum Bobiense.» *Bibliotheca Mathematica:* vol. 7, ser. 3, 1906-1907.
- Heiberg, J. L. and E. Wiedemann. «Ibn al-Haytham's Schrift über Parabolische Hohlspiegel.» *Bibliotheca Mathematica:* vol. 3, no. 10, 1909-1910.
- Al-Kindī. «Al-kindī, Tidesus und Pseudo-Euclid. Drei Optische Werke.» Herausgegeben und Erklärt von Axel A. Björnbo und Seb. Vogl. *Abhandlung zur Geschichte der Mathematischen Wissenschaften* (Leipzig, Berlin): vol. 26, no. 3, 1912.
- Korteweg, D. J. «Descartes et les manuscrits de Snellius.» *Revue de*

- métaphysique et de morale*: no. 4, 1896.
- Krause, Max. «Stambuler Handschriften Islamischer Mathematiker.» *Quellen und Studien zur Mathematik, Astronomie und Physik*: Bd. 3, no. 4, 1936.
- Lejeune, Albert. «Recherches sur la catoptrique grecque, d'après les sources antiques et médiévales.» *Mémoires de l'Académie Royale de Belgique. Classe des sciences*: vol. 52, no. 2, 1957.
- Neugebauer, O. «The Early History of the Astrolabe.» *Studies in Ancient Astronomy*, IX. *Isis*: vol. 40, no. 3, 1949.
- Ragep, J. and E. S. Kennedy. «A Description of Zāhiriyya (Damascus) Ms 4871.» *Journal for the History of Arabic Science*: vol. 5, nos. 1-2, 1981.
- Rashid, Rushdi. «La Construction de l'heptagone régulier par Ibn al-Haytham.» *Journal for the History of Arabic Science*: vol. 3, no. 2, 1979.
- . «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique.» *Revue d'histoire des sciences*: no. 21, 1968.
- . «Matériaux pour l'histoire des nombres amiables et de l'analyse combinatoire.» *Journal for the History of Arabic Science*: no. 6, 1982.
- . «Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al-Haytham.» *Archive for History of Exact Sciences*: vol. 6, no. 4, 1970.
- . «A Pioneer in Anaclastics: Ibn Sahl on Burning Mirrors and Lenses.» *Isis*: no. 81, 1990.
- . «Al-Sijzi et Maïmonide: Commentaire mathématique et philosophique de la proposition 11-14 des coniques d'Apollonius.» *Archives internationales d'histoire des sciences*: vol. 37, no. 119, 1987.
- Rosenfeld, B. «A Medieval Physico-Mathematical Manuscript Newly Discovered in the Kuibyshev Regional Library.» *Historia Mathematica*: no. 2, 1975.
- Schramm, Matthias. «Steps towards the Idea of Function: A Comparison between Eastern and Western Science in the Middle Ages.» *History of Science*: vol. 4, 1965.
- Suter, H. «Über die Projektion der Sternbilder und der Länder von al-Bīrūnī.» *Abhandlungen zur Geschichte der Naturwissenschaften und der Medizin*: no. 4, 1922.
- Waard, C. de. «Le Manuscript perdu de Snellius sur la réfraction.» *Janus*: no. 39, 1935.
- Weidemann, E. «Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften -XIX- über die Brechung des Lichtes in Kugeln nach Ibn al-Haitam und Kamāl al-Dīn al-Fārisī.» *Sitzungsberichte der Physikalische-Medizinischen Sozietät in Erlangen*: Bd. 13, 1910.
- . «Ibn al-Haytham, ein Arabischer Gelehrter.» *Festschrift für J. Rosenthal* (Leipzig): 1906.
- . «Zur Geschichte der Brennspiegel.» *Annalen der Physik und Chemie*: N.S. 39, 1890.
- Winter, H. J. and W. Arafat. «A Discourse on the Concave Spherical Mirror by Ibn al-Haytham.» *Journal of the Royal Asiatic Society of Bengal*: 3<sup>rd</sup> ser.: Science, no. 16, 1950.

- . «Ibn al-Haitham on the Paraboloidal Focusing Mirror.» *Journal of the Royal Asiatic Society of Bengal*: 3<sup>rd</sup> ser.: *Science*, no. 15, 1949.
- Woepcke, M. F. «Analyse et extrait d'un recueil de constructions géométriques par Abotil Wafā.» *Journal asiatique*: 5<sup>ème</sup> ser., no. 5, avril 1855.
- . «Trois traités arabes sur le compas parfait.» *Bibliothèque impériale et autres bibliothèques*: vol. 22, 1874.

### *Theses*

- Mawaldi, M. «L'Algèbre de Kamāl al-Dīn al-Fārisī, analyse mathématique et étude historique.» (Thèse de doctorat non publiée, Paris III, 1988). 3 tomes.

### *Conferences*

- Actes du congrès international d'histoire des sciences, Paris, 1968*. Paris: [s. n.], 1971.



## فهرس

(١)

أبلونيوس انتظر أبولونيوس

ابن الأثير، أبو الحسن علي بن محمد: ١٥٨

ابن الحسن، يحيى: ١٦٢

ابن سنان، إبراهيم: ٩٧، ١٠٧، ١٦١

ابن سهل، أبو سعد العللاء: ١٢، ١٥، ١٧،

١٩، ٢٢، ٢٤، ٤٢، ٤٤، ٥٢، ٥٥ -

٥٧، ٦٦، ٦٨، ٨٤، ٨٩، ٩١، ٩٣،

٩٥ - ٩٩، ١٠١، ١٠٤، ١٠٦، ١٠٨،

١١١، ١١٣ - ١١٦، ١١٩، ١٢١ -

١٢٤، ١٢٦، ١٢٨ - ١٣٦، ١٤٠،

١٤٨ - ١٥٢، ١٥٥، ١٥٧ - ١٦٩،

١٧٢، ١٧٣، ١٨٣، ٢٣٩، ٢٤٣،

٢٥١، ٢٦١، ٣٤٥، ٣٥٣، ٣٦٢،

٣٦٥، ٣٧٠، ٣٧٥، ٤١٨، ٤٢٠ -

٤٢٢، ٤٢٤، ٤٢٧، ٤٢٩، ٤٣٠،

٤٣٢ - ٤٣٤، ٤٣٦، ٤٣٨، ٤٦٤،

٤٦٥، ٤٦٩، ٤٧٠

ابن عراق، أبو نصر منصور بن علي: ١٠٧

ابن عيسى، أحمد: ٢٨، ٨٥، ٤٢٨

ابن الليث، أبو الجود: ٩٦، ١٠٧، ١٥١،

١٥٢، ١٥٩، ١٦٤، ١٦٥

ابن محمد، عطار: ٢١، ٢٨، ٨٥، ٤٢٨

ابن المرتضى: ١٧٠ - ١٧٣، ٢٤٢

ابن المعروف، تقي الدين: ٤٢١، ٤٢٢

ابن التميم، أبو الفرج محمد بن اسحق: ٢١،

١٥٨

ابن الهيثم، أبو علي محمد بن الحسن: ١١ -

١٥، ٢٩، ٣٠، ٣٥، ٣٦، ٣٨، ٥٢،

٥٣، ٥٥ - ٥٩، ٦١، ٦٣ - ٧٣، ٧٥ -

٧٨، ٨٣، ٨٤، ٨٦ - ٩١، ١٠٢،

١٢٤، ١٥٠، ١٥١، ١٦١، ١٦٢،

١٧٢ - ١٨٠، ١٨٣، ٢٤٢، ٢٦٩،

٣١٩، ٤٢١، ٤٢٣ - ٤٢٦، ٤٢٨،

٤٢٩، ٤٣٢، ٤٤١، ٤٤٢، ٤٤٥،

٤٥١ - ٤٦٠

ابن يمن المطيب، نظيف: ٤٦٤، ٤٦٩

أبو البقاء: ٤٢٣

أبولونيوس: ١١، ٩٦، ٩٧، ١٠٢، ١٣٥،

١٣٦، ١٤٩ - ١٥١، ١٦٢، ٢٥٩،

٣٧٩، ٣٨٠، ٤٢٢، ٤٦٤، ٤٦٧

أرخيلس: ١١، ١٣، ٢٠، ٢٩، ٩٥ -

٩٧، ١٠٧، ١١٥، ١٢١، ١٢٣،

١٢٤، ١٥١، ١٦١، ١٦٥، ١٨٧،

٣٧١

أرشميلس انتظر أرخيلس

الاسطرلاب: ١٤، ١٢٦، ١٢٧، ١٢٩،

١٣١ - ١٣٣، ١٣٥ - ١٤٧، ١٤٩،

١٥١، ١٦٧، ٢٥١، ٢٥٢، ٢٥٦ -

٢٥٨، ٢٦٠ - ٢٦٢، ٣٧٦، ٣٧٧، ٣٨٠ -

٣٨٦، ٣٨٩ - ٣٩٥، ٣٩٧، ٣٩٩ - ٤٠٢،

٤٠٤، ٤٠٥، ٤٠٧، ٤٠٨، ٤١٠،

٤١٦، ٤١٧، ٤٢٣، ٤٣٤، ٤٧٠، ٤٧١

الاسقاط الاحليجي: ١٣٥

الاسقاط التسطيحي: ١٢٧، ١٣١، ١٣٦،  
١٤١، ١٤٩، ١٥٠

اسقاط لامير: ١٢٧

الاسقاط المبطح: ١٢٧

الاسقاطات الاسطوانية: ١٢٩، ١٣١ -  
١٣٣، ١٣٥، ١٤٩

الاسقاطات المخروطية: ١٢٩ - ١٣٣، ١٣٥،  
١٤٩

الأشعة المتوازية: ٦٩

الاصطراب انظر الاصطراب

إقليدس: ٩٦، ١٦١، ٤١١، ٤٦٤

أنوبيا، عادل: ١٦٣

أوجر، ألين: ١٥

أوجين الصقلي (الأمير): ٤٢٩، ٤٣٢

### (ب)

البركار التام: ٩٧، ٩٨، ١٠١، ٤٦٦

بطليموس انظر بطليموس

بطليموس: ١١، ١٢، ١٩، ٢٠، ٣٦ -

٣٨، ٤١، ٥١، ٥٥، ٥٦، ٦٨، ٧٠،

٧٥ - ٧٩، ٨٣، ٨٥، ٨٧، ٨٩ - ٩١،

١٢٧، ٢٣٩ - ٢٤٢، ٢٩٧، ٢٩٨،

٣١٩، ٣٣١، ٤٢٦ - ٤٣٠، ٤٣٢،

٤٤٨، ٤٤٥

البلور: ٣٩، ٤٢٠ - ٤٢٢، ٤٣٠

البلور الصخري: ٤٢٠، ٤٢١، ٤٢٣، ٤٤٣

البوزجاني، أبو الولاء: ٢٤، ٢٨، ٢٩، ١٥١

البيرونيون: ٢٩، ٩٧، ١٥٢، ١٥٥، ١٥٦،

٤١٧

البيروني، أبو الرمان محمد بن أحمد: ١٢٨،

١٢٩، ١٥٠، ٤٢١

### (ت)

تاريخ الجبر: ١١

التحتماس: ٢٧، ٣٠، ١٠٢، ١٠٣

التريالي، انتيموس: ١٩، ٢٠، ٢٤، ٢٨،

٣٢، ٢٩

التفاسي: ٤٢١

### (ث)

ثابت بن قرة: ١٦١، ١٦٢، ٢٥٨، ٤٢٧،

٤٣٣

ثابون الاسكتوي: ٤٢٦، ٤٢٧

### (ج)

الجبر: ٩٦

جهاز ابن سهل للرسم التواصل للقطوع

الثلاثة: ٩٨

### (خ)

الحافزن: ٨٢، ٩٦

الحوارزمية: ٨٢، ٨٣

### (د)

دائرة البروج: ١٣٨

دائرة السميت: ١٣٧

دترومس: ٢٤، ٢٧، ٢٨

دوزي، ر.ب.أ.: ١٦٧

دوزيته: ٢٠

ديكارت: ٤١

ديوقليس: ٢٠، ٢٤، ٢٧، ٨٥، ٨٧

### (ر)

الروندواربي، أبو شجاع: ١٥٨

روستر، ف.: ١٧٨

### (ز)

الزجاج: ٥٧، ٥٩، ٦١، ٨٤، ٨٧، ٩٠

الزيف البصري: ٨٧

الزيف الكروي: ٦٤، ٦٦، ٦٧، ٧٠، ٧٥، ٨٧

### (س)

ساعيل، أيلين: ١٥

السجزي: ١٣، ٢٩، ٩٥، ٩٧، ١٥٠ -

١٥٢، ١٥٩، ١٦٠، ١٦٢، ١٦٤،

١٦٦، ٤١٨، ٤٦٤، ٤٦٥، ٤٦٩، ٤٧٠،

السطح الكروي: ٢٥٢



السلح المستوي: ٢٥٢

سنيليوس: ٤١، ٣٩

(ش)

الشالوحي، شكر الله: ٩

شرام، مائياس: ٧٥

شرف الدولة: ١٥٧، ١٥٨

شفاية الفلك: ٣٦، ٣٨

الشني، محمد بن أحمد: ٩٥، ٩٧، ١٢١،

١٥١، ١٥٩، ١٦٤، ١٦٥، ٤٦٤، ٤٦٥

(ص)

الصابئي، أبو اسحق: ١٦١

الصاغاني: ١٣، ١٣٠، ١٥١، ١٥٢، ٤٣٣

صديقي، مصطفى: ١٦٦

صمصام الدولة: ١٥٥، ١٥٧ - ١٥٩،

١٧١، ١٨٧، ٤١٧

(ط)

الطائع (الخليفة العباسي): ٤١٧

طريقة قوس الخلاف: ٧٦

الطوسي، شرف الدين: ٩٦

(ظ)

ظاهرة قوس قزح: ٤٢٦

(ع)

العدسات المحرقة: ٨٤

العدسة الزائدية: ٨٧

العدسة الكروية: ١٣، ٦٦ - ٦٨، ٢٩١

العدسة الكرية انظر العدسة الكروية

العدسة محدبة الوجهين: ٢٢، ٤٠، ٤١،

٤٨، ٥١، ٦٦، ٨٧، ٢٣٥، ٤٢٣

العدسة المستوية للمحدبة: ٢٢، ٤٠، ٤١،

٥١، ٢٠٩، ٤٢١، ٤٢٣

العدسة المسطحة المحدبة انظر العدسة

المستوية المحدبة

العسكري، أحمد بن محمد بن جعفر: ١٧٤ - ١٧٧

عقد الدولة: ١٥٥، ١٥٦، ١٥٨، ٤١٧

العطفية: ٤٤٥

علم الانعكاسيات: ٢٠

علم الانكساريات: ١٢، ١٣، ١٥، ١٧، ٣٠،

٥١، ٥٢، ٥٥، ٨٤ - ٨٦، ٨٨، ١٥٠

علم البصريات: ٨٤

علم الفلك: ٧٦، ٨٣، ٩٦، ٩٧، ١٥١

علم المخروطيات: ١٤، ٣٥، ٨٥

(غ)

الغندجاني، أحمد بن أحمد بن جعفر: ١٦٩،

١٧٠، ١٧٢، ٢٣٨

غوليوس: ٤١، ١٤٧

(ف)

الفارسي، كمال الدين: ١٣، ٥٣، ٦٤،

٦٧، ٧٦ - ٨٤، ٩١، ١٧٧، ١٧٩،

١٨٠، ١٨٣، ٣١٩، ٤٢٥، ٤٢٦،

٤٤٢، ٤٤٤، ٤٤٥، ٤٥٢، ٤٥٤ -

٤٥٧، ٤٦٠ - ٤٦٣

الفرغاني: ١٢٧، ١٢٨

فوسيجوس، ايزاك: ٤١

فيتليون: ٧٩

فيلمان، أ.: ٤٢٤

(ق)

قانون سنيليوس للانكسار: ١٢، ٣٦، ٣٨،

٤٠، ٤١، ٥١، ٥٥، ٥٦، ٧٥، ٨٣،

٨٤ - ٨٦، ٨٩، ٩١، ٤٢٣

قسطنطين لوقا: ٤٢٧، ٤٣٠، ٤٣٢

القسم الترافقية: ١٠٦، ١٥١

القطع الزائد: ٢٢، ٤٠، ٤١، ٦٦، ٨٦،

٩٧، ١٠٠، ١٠١، ١٢٤، ١٧١،

٢١٧، ٤٢٠، ٤٣٠، ٤٦٥، ٤٦٦

القطع المكافئ: ٢٣، ٢٨، ٣٠، ٩٧ - ٩٩،

١٠١ - ١٠٣، ١٠٦، ١٢٤، ١٢٦،

١٥١، ١٦٠، ١٦١، ١٨٨، ١٩٦

القطع الناقص: ٢٣، ٩٩، ١٢٦، ٢٠١، ٤٦٤

القطوع المخروطية: ١٣، ٥٠، ٩٧، ٩٨، ١٠١، ١٠٢، ١٣٤، ١٥١، ١٦٦

قوس الاختلاف: ٤٦١

القوهي، أبو سهل ويحيى بن رستم: ١٣، ١٤، ٢٩، ٩٥، ٩٧، ١٠١، ١٢٤، ١٢٥، ١٢٨-١٣٩، ١٣٦، ١٣٤، ١٣٣، ١٣١، ١٤٥، ١٤١، ١٦٢، ١٦١، ١٥٢، ١٦٧، ١٦٥، ٢٥٦، ٢٥١، ١٦٨، ٢٥٧، ٢٦٠، ٢٦١، ٣٧١، ٣٧٣، ٣٧٦، ٤٣٣، ٤٣٤، ٤٦٩، ٤٧٠

(ك)

الكاसर الكروي: ١٣، ٥٨، ٦٣-٦٧، ٦٩، ٦٩

الكاसर الكروي انظر الكاسر الكروي

الكاشي، يحيى: ٨٢، ١٧٩، ٤٦١، ٤٦٢ كيلر: ٧٩

الكرة المحرقة: ١٢، ١٣، ٦٣، ٦٧، ٧٥، ٧٦، ٨٦-٨٨، ١٨٠، ٢٩٧، ٣١٩، ٤٤٤، ٤٥٢

كلاجت، ماوشال: ١٥

الكتندي: ١٩، ٢٠، ٢٤، ٢٨، ٨٧، ٤٢٧، ٤٢٨، ٤٣٠، ٤٣٢

الكوهي، أبو سهل ويحيى بن رستم انظر القوهي، أبو سهل ويحيى بن رستم

(م)

الماء: ٥٧، ٩٠

المأمون (الخليفة العباسي): ١٢٧

الماعاني: ١٥١، ١٦٠، ١٦١

مبدأ الرجوع للماكس للضوء: ٤١

ميرمنة منلاوس: ٣٨، ١٢٤، ٤٤٩

المصاغرة: ٣٨

مجسم القطع الزائدية: ٤٢٠

مجسم القطع المكافئ: ٤٢٠

مجسم القطع الناقص: ٤٢٠

محمد القاتح (السلطان العثماني): ١٧٦

المدرسة الأبولونية: ١٣، ٩٦، ١٢٦

المدرسة الأرخيميدية: ١٣، ٩٦، ١٢٦

المرأة الاهليلجية: ٢٢، ٢٣، ٢٨، ٣٢، ٣٤، ٣٥، ١٦٩

مرأة القطع المكافئ انظر المرأة المكافئة

مرأة القطع الناقص انظر المرأة الاهليلجية

المرأة الكروية المحرقة: ٨٧

المرأة المكافئة: ٢٢، ٢٤، ٢٧-٢٩، ٣٥، ٨٦، ٨٩، ١٠٢، ١٦٩، ١٧٠، ٤١٨

المرأيا المحرقة: ١١، ١٢، ١٩، ٢٠، ٢٩، ٣٢، ٥٠، ١٦٨، ١٦٩، ١٨٨

المزولة: ٤٤٥

المسح المتظم: ٢٩

المستوي المماس: ٣٤، ٣٥، ٤٢

المقرب، علي: ١٧٠، ١٧١، ٢٣٨

مفهوم النسبة الثابتة: ٣٨

المماس: ٣١، ٣٤، ١١١

المنحني: ١٦٩

المنحنيات للمخروطية: ٣٠

(ن)

نظرية الأبصار: ٨٨

نظرية الاعداد: ١١

نظرية الانكساريات انظر علم الانكساريات

نظرية الضوء: ٨٨

نظرية المخروطيات انظر علم المخروطيات

نظيف، مصطفى: ٥٦، ٦٤، ٨٨، ٨٩، ١٧٥، ١٧٦، ٤٢٤، ٤٤١

(هـ)

هاريو: ٤١

هيدقان: ١٨٩، ٤١٧، ٤١٨

الهواء: ٥٧، ٥٩، ٨٣، ٨٧، ٩٠

(و)

ويكترز، كريستيان: ٤١



## الدكتور رشدي راشد

- مدير مركز تاريخ العلوم العربية والعصر الوسيط.
- مدير أبحاث في المركز الوطني للبحث العلمي - باريس.
- أستاذ في جامعة طوكيو.
- مدير تحرير مجلة العلوم والفلسفة العربية (جامعة كامبريدج).
- عضو الأكاديمية الدولية لتاريخ العلوم.
- عضو مراسل في مجمع اللغة العربية في القاهرة.
- عضو أكاديمية علوم العالم الثالث.
- ساهم في مؤلفات عدة بالفرنسية والعربية حول تاريخ الرياضيات والعلوم منها: عناصر تاريخ العلوم؛ الباهر في الجبر للسموأل؛ الرياضيات والمجتمع؛ صناعة الجبر عند ديوفانتس؛ أبحاث في تاريخ الرياضيات؛ دراسات عن ابن سينا؛ الأعمال الرياضية لشرف الدين الطوسي في الجبر والهندسة في القرن الثاني عشر؛ العلوم في عهد الثورة الفرنسية، وتاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب.
- نشرت له عشرات المقالات العلمية بالفرنسية والانكليزية والعربية والروسية في دوريات عالمية.

## مركز دراسات الوحدة العربية

بناية «سادات ناور» شارع ليون

ص.ب: ٦٠٠١ - ١١٣ - بيروت - لبنان

تلفون : ٨٦٩١٦٤ - ٨٠١٥٨٢ - ٨٠١٥٨٧

برقياً: «مرعبي» - بيروت

فاكس : ٨٦٥٥٤٨ (٩٦١١)

06 111 4089